효율적인 대역폭을 갖는 QORC MODULATION의 성능분석

인 웅 식° 박 상 규
한양대학교 전자통신공학과

Performance Analysis of Bandwidth Efficient QORC Modulation

Ung Sik IN Sang Kyu PARK
Dept. of Electronic Comm. Eng., Hanyang University

ABSTRACT

In this paper, the performance of Quadrature Overlapped Raised cosine (QORC) signal transmission through the presence of Additive White Gaussian Noise is analyzed. Expressions for the bit error rate are derived for a simple QORC modulator with modified QPSK demodulator. We obtain that the power in QORC requires 1.5dB more than in QPSK at 10^{-5} error rate and the diversity transmission has better bit error rate than standard QORC transmission.

1. 서 론

고도의 정보화 사회가 실현되어 감에 따라 전달해야할 정보는 많아지고 있으며, 인접 정보간의 간섭은 심각한 문제로 대두되고 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 최근 Digital 신호 전송에 있어서 좀 더 좁은 대역폭을 사용하고 전력 효율을 좋게하는 여러가지 Pulse Shaping Technique이 많이 연구되고 있다 [5,6,7]. 특히 QPSK와 MSK의 Hybrid 형식을 취하며 QPSK 의 main lobe 와 폭은 거의 동일하나 전력의 대부분이 main lobe에 집중되고 side lobe에서 전력이 급격히 하락함으로써 효율적인 대역폭 실현을 가능하게 하는 QORC 변조가 최근 커다란 관심을 끌고있다 [1]. QORC 변조는 MSK나 QPSK에 비하여 훨씬 효율적인 Power Spectrum Density (PSD)를 가지며, Non-Linear Satellite Channel에서 좋은 성능을 제공해 준다 [6,9].

본 논문에서의 QORC 변조기는 그림 1 과 같이 QPSK 변조기에 Pulse를 Shaping 하는 filter를 추가한 변조기를 사용하고, 채널은 가산백색가우시안 잡음(AWGN) 채널로 하였으며, 또한 수신기에서 동기 에러는 없는 것으로 가정하여 성능을 분석하였다.

2. 송신기 모델

QORC 변조 신호 발생을 위한 송신기는 그림 1 과 같다. 여기서 Dn은 주기 T 인 정보 신호이고 an,bn은 각각 이 신호를 분리하여 만들어 낸 주기 2T이며 +1 혹은-1을 갖는 신호열이다. 그리고 A는 Amplitude를 나타낸다. 또한 G(ω)는 an,bn을 각각 Overlapped raised cosine (ORC) 신호로 만들기 위한 전달 함수이다. 여기서 QORC 변조 신호인 S(t)를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S(t)=S_i(t)\cos\omega t + S_q(t)\sin\omega t \quad (1)$$

여기서 S(t) ; QORC 변조 신호
Si(t) ; ORC 된 Data 신호
Sq(t) ; ORC 된 Data 신호
ω_o ; 반송 주파수

위 식에서 Si(t),Sq(t)는 식 (2)와 같다 [1].

$$S_i(t)=A\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n S_p(t-2nT)$$
$$S_q(t)=A\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n S_p(t-2nT) \quad (2)$$

여기서 Sp(t)는 raised cosine pulse shape로 다음과 같다.

$$S_p(t)=\begin{cases}\frac{1}{2}(1-\cos\frac{\pi}{2T}t) & ; 0\le t\le 4T\\ 0 & ;\text{otherwise}\end{cases} \quad (3)$$

따라서 QORC 변조 신호 S(t)를 다시 쓰면

$$S(t)=A\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n S_p(t-2nT)\cos\omega_o t$$
$$+A\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n S_p(t-2nT)\sin\omega_o t \quad (4)$$

로 나타내어 진다 [3].

3. ORC 신호 형태와 전력밀도함수

3 -1. ORC pulse 형태

식 (4) 에서 전송되는 정보의 변화에 따른 ORC 형태를 살펴보면 그림 2와 같다[1].

그림 2에서 각 신호는 인접 bit와 Overlapped 되어 있어 주기는 4T이며 a,b,c는 신호 검출시의 파형을 나타내었다.

3-2. QORC 신호의 평균전력

그림 3에서 QRC신호의 1bit 는 2T의 주기로 전송 되고 각각의 신호는 Overlapped되어 있으므로 평균전력을 S라 할때 S 는 다음과 같이 쓸 수 있다 [2].

$$S=\frac{1}{2T}\int_0^{2T} P_1^2(t) + \frac{1}{2T}\int_0^{2T} P_1^2(t)dt \quad (5)$$

식 (5)에서 적분구간 0에서 2T 까지를 살펴보면 P1(t) 와 P1(t+2T)는 대칭을 이루고 있으므로 이를 다시쓰면 다음과 같다.

$$S=\frac{A^2}{2T}\int_0^{2T}\left[\frac{1}{2}(1-\cos\frac{\pi}{2T}t)\right]^2dt \quad (6)$$

$$=\frac{3}{4}A^2$$

따라서 평균전력 S는 $\frac{3}{4}A^2$가 된다. MSK 와 QPSK 의 전력은 식 (7)과 같다 [2].

$$S = A^2 \quad ; \text{QPSK}$$
$$S = \frac{1}{2}A^2 \quad ; \text{MSK} \quad (7)$$

3-3. Power Spectrum Density (PSD)

QORC 신호의 PSD를 구하면 다음과 같다 [1].

$$S_{QORC} = 4T\left[\frac{\cos\omega T}{1-(\frac{2\omega}{\pi}T)^2}\right]^2\left[\frac{\sin\omega T}{\omega T}\right]^2 \quad (8)$$

또 QORC와 비교 하기위해 MSK와 QPSK의 PSD를 구하면 각각 식 (9),(10)과 같다 [3].

$$S_{QPSK} = 4T\left[\frac{\sin\omega T}{\omega T}\right]^2 \quad (9)$$

$$S_{msk} = 16T\frac{(1+\cos 2\omega T)}{\pi^2\left[1-(\frac{2\omega T}{\pi})^2\right]^2} \quad (10)$$

그림 4는 식 (8),(9),(10)을 나타 내었으며 QORC 신호는 MSK,QPSK보다 전력이 main lobe에 많이 밀집되어 있음을 보여준다.따라서 QORC는 전력 효율이 좋을 뿐만 아니라 주파수 대역폭이 QPSK나 MSK 보다 좁아 많은 정보량을 필요로 하는 현대 통신에 유용하게 사용 할수있다. 또한 side lobe가 급격히 하락 하여 인접 data에 미치는 영향이 적어 앞으로의 digital 통신기술에 기여하는 바가 크리라고 예상된다.

4. 수신기 모델과 오류 확률

4-1.모델및 각신호 에너지

그림 7에서 송신 및 수신시 주파수와 위상은 정확히 일치 되었다고 가정한다. 여기서

$$S(t) = S_I(t)\cos\omega_0 t + S_Q(t)\sin\omega_0 t$$

이므로

$$S'(t)=S_I(t)\cos\omega t + S_Q(t)\sin\omega t + n(t) \quad (11)$$

가 되고, 따라서 $r_1(t)$ $r_2(t)$를 구하면

$$r_1(t) = \frac{A}{2}\int_T^{3T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_nS_p(t-2nT)dt + N_1$$

$$r_2(t) = \frac{A}{2}\int_T^{3T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_nS_p(t-2nT)dt + N_1 \quad (12)$$

이 된다.여기서 N1은 noise로인한 가우시안 랜덤변수를 나타내며 mean 과 variance를 M, σ^2 이라면

$M = N_0T/2$ 가 된다. 또한 식 (12)에서

$$\int_T^{3T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_nS_p(t-2nT)dt$$ 를

λ라면 λ 는 각각의 경우마다 그 값이 다르므로 다음과 같이 3가지 경우로 분리하여 구한다. 그림 2에서

a신호의 경우 $\lambda_a=\frac{A}{\pi}T$

b신호의 경우 $\lambda_b=\frac{A}{2}T+\frac{A}{\pi}T$

c신호의 경우 $\lambda_c = AT$ (13)

가 된다.

4-2.오류 발생 확률

식 (13)을 식 (12)에 대입하여 a,b,c 각각의 신호 에너지를 E1,E2,E3 라면

$$E1 = \frac{A^2}{\pi}T$$
$$E2 = \frac{A^2}{2}T + \frac{A^2}{\pi}T \quad (14)$$
$$E3 = A^2T$$

이 된다.

또한 E1,E2,E3에 의한 각각의 오류 발생 확률을 Pa,Pb, Pc라 하고 amplitude A 는 QPSK의 전송 에너지와 동일하게 하기위해 QORC 의 Amplitude 를 $\sqrt{\frac{3}{5}}\cdot A$ 로 대치한다. 에너지 A^2T를 Eb 로 놓으면 Pa,Pb,Pc 는 다음과 같다.

$$Pa = Pr(r < 0 \mid +1,a)$$

$$= Q\left[\sqrt{\frac{8}{\pi^2}\frac{4}{3}\frac{E_b}{N_o}} \right] \quad (15)$$

단 $Q(x) = \int_{t=x}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} EXP(\frac{-t^2}{2}) \cdot dt$ 이다.

$$Pb = Pr(r < 0 \mid +1,b)$$

$$= Q\left[\sqrt{\frac{(\pi-2)^2}{2\pi^2}\frac{4}{3}\frac{E_b}{N_o}} \right] \quad (16)$$

$$Pc = Pr(r < 0 \mid +1,c)$$

$$= Q\left[\sqrt{\frac{E_b}{N_o}\frac{8}{3}} \right] \quad (17)$$

여기서 각각의 신호 a,b,c는 각각 1/4,1/2,1/4 의 확률로 발생하므로 평균 오류 발생 확률 Pe는 다음과 같다.

$$Pe = 1/4\ Pa + 1/2\ Pb + 1/4\ Pc$$

$$= \frac{1}{4} Q\left[\sqrt{\frac{8}{\pi^2}\frac{4}{3}\frac{E_b}{N_o}} \right] + \frac{1}{2} Q\left[\sqrt{\frac{(\pi-2)^2}{2\pi^2}\frac{4}{3}\frac{E_b}{N_o}} \right] + \frac{1}{4} Q\left[\sqrt{\frac{E_b}{N_o}\frac{8}{3}} \right] \quad (18)$$

또한 QPSK에서의 오류 발생 확률은

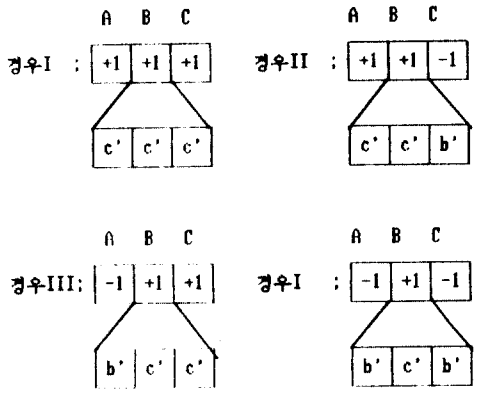
$P_{e,QPSK} = Q\left[\sqrt{2\frac{E_b}{N_o}} \right]$ 이므로 두시스템의 오류 발생 확률을 비교하면 그림 5와 같이된다. 즉, QORC는 QPSK에 비하여 오류 발생 확률 10^{-5} 에서 약 1.5dB 정도 에너지를 더 많이 필요로 하여 성능이 약간 저하됨을 알수있다.

4-3. 반복 전송시 오류 확률

QORC 신호는 인접 bit 간에 Overlapped되어 있으므로 반복 전송시 오류 발생 확률을 구하기 위해서는 많은 경우의 수를 고려 하여야 한다.

4-3-1. 3회 반복 전송

3회 반복 전송시 다음의 4가지 경우를 고려해야 한다.



※b'는 그림 2에서 b신호의 반복 형태
c'는 그림 2에서 c신호의 반복 형태
A,C는 인접 bit
B는 전송 bit

그림 2에서 a의 신호는 반복 전송의 특성상 발생하지 않는다. 따라서 b',c' 신호가 수신시 오류 발생 확률을 각각 Pj,Pk라 하고, 또한 반복시 bit 에너지는 반복전 에너의 1/3이 되므로 원래의 신호와 에너지를 같게하기 위하여 에너지 Eb를 3으로 나누어 Pj,Pk를 구하면 식 (19)과 같이 된다.

$$P_j = Q\left[\sqrt{\frac{(\pi+2)^2}{2\pi^2}\frac{4}{3}\frac{1}{3}\frac{E_b}{N_o}} \right]$$

$$P_k = Q\left[\sqrt{\frac{8}{3}\frac{1}{3}\frac{E_b}{N_o}} \right] \quad (19)$$

또한 각 경우의 수를 고려 하여 오류 확률 구하는 일반식은 다음과 같다.

$$P_P = \sum_{i=\frac{L+1}{2}}^{L} \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=i-j}^{L} \binom{L}{i} P_j^{\,j}(1-P_j)^{m-j} P_k^{\,k}(1-P_k)^{L-m-k} \quad (20)$$

단 j는 b'신호 수신시의 오류 발생 수
m은j의 최대 오류 발생수
k는 c'신호 수신시의 오류 발생 수
경우 ; j = 0 , k < 3
경우 ; j < 1 , k < 2
경우 ; j < 2 , k < 1

따라서 3 bit 반복전송시 평균 오류 발생 확률을 Pe3라 하고 경우I 경우II,III 경우I 가 발생할 확률을 각각 P1,P2,P3라 하면, P1,P2,P3및 Pe3는 다음과 같다.

$$P1 = 3\ Pk\ (1-Pj) + Pk$$

$$P2 = 3\,Pk\,(1-Pj) + 3\,Pk\,(1-Pk)\,Pj\,(1-Pj) + Pk\,Pj$$

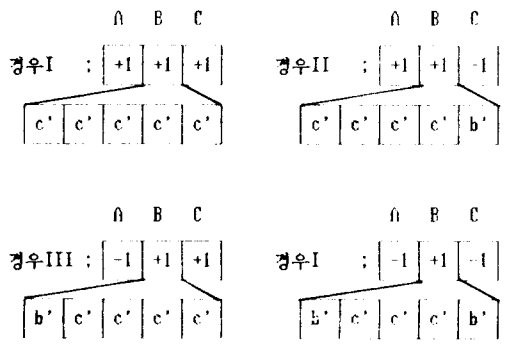
$$P3 = Pk\,Pj + 3\,Pk\,(1-Pk)\,Pj\,(1-Pj) + 3\,(1-Pk)\,Pj$$

$$Pe3 = 1/4\,P1 + 1/2\,P2 + 1/4\,P3 \qquad (21)$$

식 (21)을 그림 6에 나타내었다.그림 6은 3bit 반복 전송시 시스템의 성능이 반복 하지 않았을때 보다 약 0.7dB 정도 개선됨을 보여준다.

4-3-2. 5회 반복 전송

5회 반복 전송시 다음의 4가지 경우를 고려해야 한다.



※ 각 symbol은 3bit 일때와 동일함

모든 것이 3bit일 때와 같고 다만 반복전 bit 에너지와 5회 반복후의 에너지가 동일하므로 반복 전송 bit의 에너지는 반복전 에너지 Eb의 1/5가 되어 Pj,Pk는 식 (22)가 된다.

$$P_j = Q\left[\sqrt{\frac{(\pi+2)^2}{2\pi^2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{E_b}{N_o}\cdot\frac{1}{5}}\right]$$

$$P_K = Q\left[\sqrt{\frac{8}{3}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{E_b}{N_o}}\right] \qquad (22)$$

또한 P1,P2,P3및 5bit 반복전송 평균 오류 발생 확률 Pe5는 다음과 같다.

$$P1 = 10\,Pk\,(1-Pk) + 5\,Pk\,(1-Pk) + Pk$$

$$P2 = 10\,Pk\,(1-Pk)\,(1-Pj) + 10\,Pk\,(1-Pk)\,Pj + 5\,Pk\,(1-Pj) + 5\,Pk\,(1-Pk)\,Pj + Pj\,Pk$$

$$P3 = 10\,Pk\,(1-Pk)\,Pj + 10\,Pk\,(1-Pk)\,(1-Pj)\,Pj + 10\,Pk\,(1-Pj) + 5\,Pk\,(1-Pk)\,Pj + 5\,Pk\,(1-Pj)\,Pj + Pj\,Pk$$

$$Pe5 = 1/4\,P1 + 1/2\,P2 + 1/4\,P3 \qquad (23)$$

식 (23)를 그림 6에 나타내었다.그림 6에서와 같이 3bit일 때보다 5bit일 때 0.1dB 정도 개선된다.

5. 결론

본 논문에서는 QORC 변조 방식의 PSD를 MSK,QPSK와 비교 하였다. 또한 QORC 신호를 QPSK와 동일한 에너지로 전송 하고 coherent QPSK 수신기와 동일한 수신기를 사용하였을 때의 오류 발생 확률을 구하였고, 반복 전송을 하였을 때의 오류 발생 확률을 구하여 반복 하지 않을때와 비교 하였다. QORC의 PSD는 QPSK나 MSK에 비해 에너지가 주로 main lobe에 밀집되어 있어 대역폭을 효과적으로 이용할 수 있으며 QORC 시스템은 QPSK 시스템보다 오류 발생 확률 10^{-5}에서 약 1.5 dB 정도의 에너지를 더 필요로 하게된다.그러나 반복 전송시에는 표준 QORC 전송 보다 3회 반복시 약 0.7dB, 5회 반복시 약 0.8dB 개선됨을 알 수 있었다.

앞으로 넓은 대역을 필요로 하는 digital 변조 방식에도 QORC 기법을 사용하면 대역폭의 효율을 높일수 있을 것으로 기대 된다.

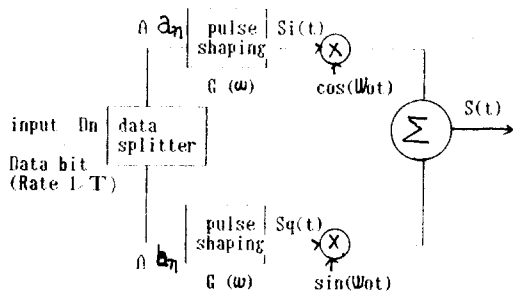
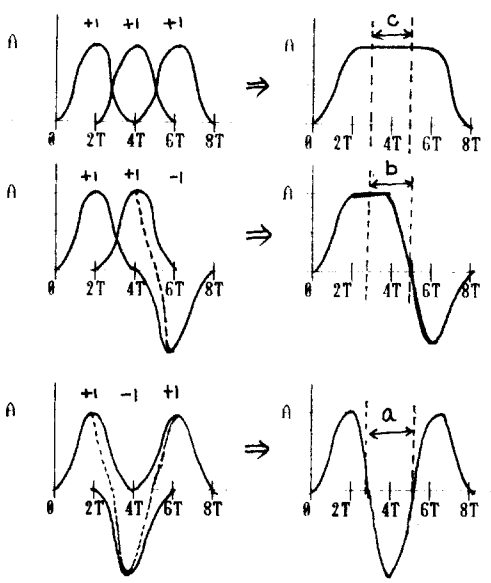


그림 1. QORC 변조기



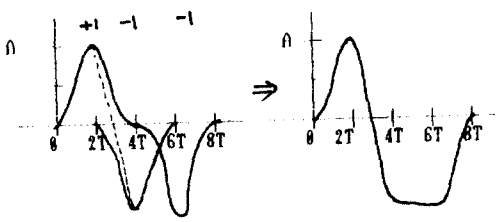


그림 2. ORC 신호 형태

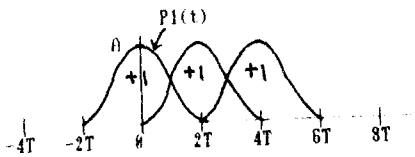


그림 3. O R C 신호

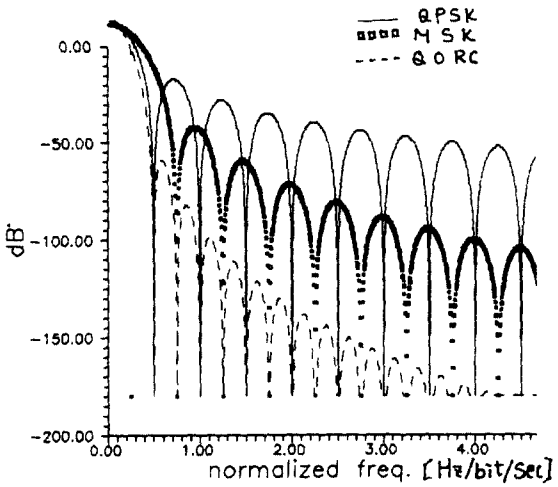


그림 4. Power Spectrum Density

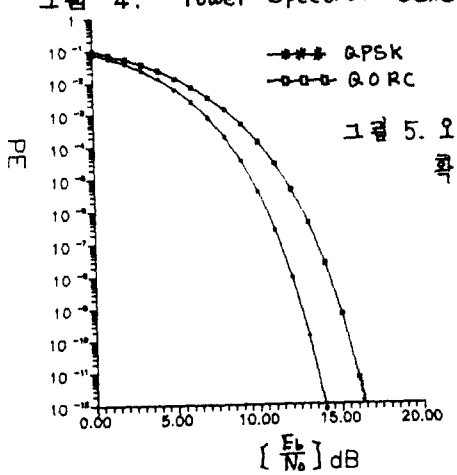


그림 5. 오류발생 확률

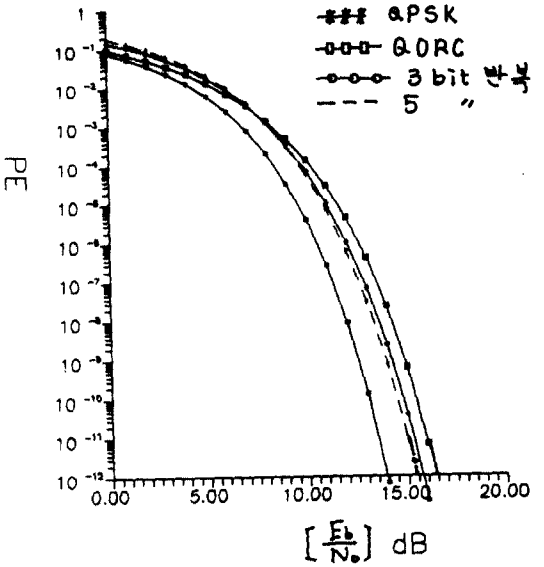
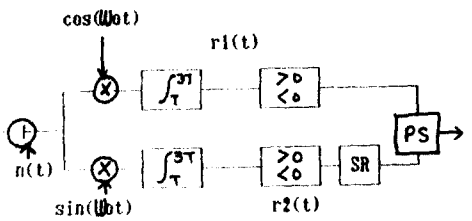


그림 6. 반복 전송시 오류 발생 확률



n(t); White Gaussian Noise
SR ; 1bit shift register
PS ; 병렬 → 직렬 변환기

그림 7. 수신기 모델

[참고문헌]

[1] M. C. Austin and M. U. Chang, "Quadrature Overllapped Raised-Cosine Modulation", IEEE Trans. Commun.,Vol. COM-29. No. 3, PP. 237-249, March 1981

[2] D. Divsalar and M. K. Simon, "Performance of Quadrature Overlapped Raised-Cosine Modulation over Nonlinear Satellite Channels", in proc. Int. Conf. Commun., June 1981

[3] S. A. Gronemeyer and A. L. Mc Bride, "MSK and Offset QPSK Modulation", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-24, PP. 809-819 Aug. 1976 June 1983

[4] I. Sasase and S. Mori, "The power spectral density of modified QORC modulation passed through a bandpass hard limiter", in proc. Int. Conf. Commun., PP. A6.6.1-A6.6.5, June 1983

[5] I. Sasase, Y. Harada, S. Mori, "Bandwidth efficient quadrature overlapped modulation", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-32, PP. 638-640, May 1984

[6] I. Sasase and S. Mori, "Performance of staggered QOSRC Modulation on a hard-limited satellite channel in the presense of uplink and downlink noise and intersymbol interference", in proc. Int. Conf. Commun., May 1984

[7] I. Sasase, R. Nagayma, and S. Mori, "Bandwidth efficient quadrature overlapped squared raised-cosine modulation", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-33 PP. 101-103, Jan 1985

[8] I. Sasase, K. Feher, and S. Mori," Asymmetrical pulse shaped QPSK Modulation systems", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-33, No.10 PP. D1146-1150, October 1985

[9] M. K. Simon, J. K. Omura, and D. Divsalar, "Performance of staggered Quadrature Modulations over nonlinear satellite channels with uplink noise and intersymbol interference", in proc. Global Telecommun. Conf., PP. A7.1.1-A7.1.8, Nov. 1982