

구형 OBSTACLE과 APERTURE에 대한 회절 해석

홍재운* 김시천 홍의석
 광운대학교 전자통신공학과

ANALYSIS OF DIFFRACTION OVER AN OBSTACLE AND AN APERTURE
 WITH RECTANGULAR TYPE

Jaе Koun Hong Si-cheon Kim Yi Seol Hong
 Dept. of Electronic Comm., Kwang Yoon Univ.

ABSTRACT

In this paper, the intensity variation of electromagnetic wave is computed with Huygens - Fresnel's theory using diffraction phenomenon.

An obstacle or an aperture with rectangular type between a transmitter and a receiver is consider and the frequency is selected in a car phone system band(870 - 1500 MHz).

For numerical analysis, Fresnel integral equation is developed which is based on the Kirchhoff's diffraction theory.

The result with the obstacle's dimension from finite value to extremely large confirms the validity of computer simulation.

I. 서론

어떠한 환경하에서도 서로의 의사전달이나 data등을 전송하고자 하는 통신욕구의 증대에 따라 최근들어 이동통신에 대한 연구가 활발히 진행되고 있으며 또 일부는 실용화되고 있다.

그러나 현재까지의 무선통신기술에 관한 연구에서 가장 기초가 되는 전파의 propagation 특성에 대해서는 많은 경우 그 중요성이 무시되어 왔다. 전파경로에 건물이나 수목, 또는 산과 같은 장애물이 존재할 때 발생하는 reflection, diffraction 그리고 multipath로 인한 신호의 질의 저하(degradation)는 무선통신 시스템을

설계하는 경우, 매우 중요한 factor 이다[1-3]. 따라서 무선통신 시스템을 설계하리 경우, 송신단과 수신단 사이의 장애물에 의한 수신단에서의 수신신호에 대한 해석이 요구된다. 그러나 현재까지 진행되고 있는 장애물로 인한 수신신호의 감쇠에 대한 해석은 실험에 의한 근사식이며 대부분이 obstacle에 대한 해석이었다. 그러므로 이론적 전개에 의한 보다 정확한 표현식이 요구되어 왔다[5][6].

본 논문에서는 먼저 구형 aperture와 obstacle을 설정하고 여기에 여러 정수들을 대입하여 정규화된 전자파 강도의 변화량을 계산하였다.

II. 기본적인 전자파 강도 변화에 대한 수식 전개

Huygens 는 wavefront 의 각 점을 spherical wavelet 을 형성하는 secondary disturbance 의 중앙으로 생각했다. Fresnel 은 Huygens 의 이론에 secondary spherical wavelet 이 서로 간섭한다는 가정을 보충하여 회절현상을 설명하였는데 이를 Huygens - Fresnel 의 원리라고 한다.

Kirchhoff 는 이 원리가 폐곡면내의 임의의 점에 대한 파동방정식의 해를 표현하는 직분방정식의 근사적인 형태임을 수학적으로 입증하였다.

그림 1 과 같이 점 P_0 에서 불투명한 평면의 aperture 를 통과하여 disturbance 가 결정되는 점 P 로 진행하는 단색성 파를 가정한다. 평면에 위치한 aperture 의 linear dimension 은 파장에 비하여 크지만 aperture 내의 임의의 점 Q 와 P_0 및 Q 와 P 간의 거리 (r 및 s) 에 비하여 작다고 가정한다[5].

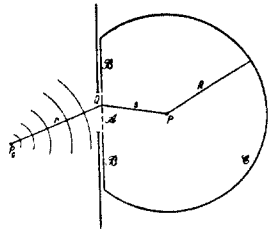


그림 1. 회절공식의 유도

P 점에서의 disturbance 를 결정하기 위하여 aperture A, 평면중 빛이 통과하지 못하는 부분 C 및 P 점을 중심으로 반경 r 인 구표면의 일부인 E 에 대하여 Kirchhoff 의 경계를 취하면 P 점에서의 disturbance U(P) 는 다음과 같다.

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \left[\int_E \left[\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{jks}}{s} \right) - \frac{e^{jks}}{s} \frac{\partial}{\partial n} \right] d\Omega + \int_C \left[\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{jks}}{s} \right) - \frac{e^{jks}}{s} \frac{\partial}{\partial n} \right] d\Omega \right] \quad (1)$$

각 영역에서의 U 와 $\frac{\partial U}{\partial n}$ 에 대한 근사값은,

$$\text{영역 E : } U = U^{(0)}, \quad \frac{\partial U}{\partial n} = \frac{\partial U^{(0)}}{\partial n} = \frac{\partial U^{(0)}}{\partial n} \quad (2)$$

$$\text{영역 C : } U = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial n} = \frac{\partial U}{\partial n} = 0 \quad (3)$$

이 된다.

Am 을 P_0 점으로부터 단위거리만큼 떨어진 점에서의 전사파의 진폭이라고 하면 $U^{(0)}, \frac{\partial U^{(0)}}{\partial n} = \frac{\partial U}{\partial n}$ 은

$$U^{(0)} = \frac{Am e^{jkr}}{r} \quad (4)$$

$$\frac{\partial U^{(0)}}{\partial n} = \frac{\partial U}{\partial n} = \frac{Am e^{jkr}}{r} \left[jk - \frac{1}{r} \right] \cos(\theta, n) \quad (5)$$

영역 E 에에서의 U, $\frac{\partial U}{\partial n} = \frac{\partial U}{\partial n}$ 이 충분히 작은 값이 되도록 적절히 R 을 택 하면 P 점에서의 disturbance U(P) 를 구할수 있다.

$$U(P) = \frac{jAm e^{jks}}{2\lambda} \int_A \frac{e^{jkr+s}}{r} \left[\cos(\theta, n) - \cos(\theta, n) \right] dS \quad (6)$$

식 (6) 에서 평면으로부터 P_0 와 P 점까지의 거리가 aperture 의 크기와 비교하여 훨씬 큰 값이면 $\cos(\theta, n) = \cos(\theta, n)$ 을 $2\cos\delta$ 로 놓을 수 있으며 따라서 원점으로부터 P_0 점과 P 점까지의 거리를 각각 r', s' 라 하면 $1/r \pm 1/s$ 는 $1/r' \pm 1/s'$ 라 대치할 수 있으며 식 (6) 은 식 (7) 로 변환된다.

$$U(P) = \frac{-jAm \cos\delta}{\lambda} \int_A \frac{e^{jk(r+s)}}{r' s'} dS \quad (7)$$

여기서 δ 는 평면에 수직인 성분과 점 P_0, P 를 잇는 직선이 이루는 각이다. P_0 점과 P 점의 좌표들 각각 $(X_0, Y_0, Z_0), (X, Y, Z)$ 이라 하고 aperture 내의 임의 점 Q의 좌표들 (p, q) 라 하자. r 및 s를 p, q에 관하여 정리하면 P 점에서의 disturbance U(P)는 다음과 같다.

$$U(P) = \frac{-jA \cos\delta}{\lambda} \frac{Am e^{jk(r'+s')}}{r' s'} \iint_A e^{jkf(p,q)} dpdq \quad (8)$$

이제 Fresnel 회절에 의한 점 P 의 disturbance U(P) 에 대한 식 (8)은 식 (9) 와 같이 쓸 수 있다.

$$U(P) = E + jF \quad (9)$$

여기서 E, F 및 F 는 아래와 같다.

$$E = \frac{-jAm \cos\delta}{\lambda} \frac{e^{jk(r'+s')}}{r' s'} \iint_A \cos [k f(p,q)] dpdq \quad (11)$$

$$F = \frac{-jAm \cos\delta}{\lambda} \frac{e^{jk(r'+s')}}{r' s'} \iint_A \sin [k f(p,q)] dpdq \quad (12)$$

다시 $f(p, q)$ 를 δ 를 이용하여 전개하면 E, F 에 대한 식 (11), (12) 는

$$E = \iint_A \cos \left[\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} \right) (p^2 \cos^2 \delta + q^2) \right] dpdq \quad (13)$$

$$F = \iint_A \sin \left[\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} \right) (p^2 \cos^2 \delta + q^2) \right] dpdq \quad (14)$$

이 된다.

적분변산의 편의상 새로운 적분변수 u, v 를 다음과 같이 정의한다.

$$\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} \right) p^2 \cos^2 \delta = \frac{\pi}{2} u^2 \quad (15)$$

$$\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} \right) q^2 = \frac{\pi}{2} v^2 \quad (16)$$

$$dpdq = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} \right) du dv \quad (17)$$

그러면 적분식은

$$E = b \int \int_{A'} \cos \left[\frac{\pi}{2} (u^2 + v^2) \right] dudv \quad (18)$$

$$F = b \int \int_{A'} \sin \left[\frac{\pi}{2} (u^2 + v^2) \right] dudv \quad (19)$$

$$b = \frac{\lambda}{2} \frac{r' + s'}{r' s' \cos \delta} \quad (20)$$

이때 E, F는 식 (21), (22)와 같은 Fresnel 적분식의 조합으로 표현된다.

$$Ci(w) = \int_0^w \cos \left(\frac{\pi}{2} \tau^2 \right) d\tau \quad (21)$$

$$Si(w) = \int_0^w \sin \left(\frac{\pi}{2} \tau^2 \right) d\tau \quad (22)$$

이제 장애물이 존재하는 경우 P 점에서의 전자파 강도 I(P)와 장애물이 존재하지 않는 경우 I(0)에 대하여 각각,

$$I(P) = |D|^2 \cdot (E^2 + F^2) \quad (23)$$

$$I(0) = 4 b^2 \cdot |D|^2 \quad (24)$$

으로 쓸 수 있고, 이에 따라 P 점에서의 정규화된 전자파 강도 I(P) / I(0)를 구할 수 있다[5].

III. 구형 aperture에 의한 전자파 강도 변화

그림 2는 구형 aperture이다. 식 (18), (19)로부터 구형장애물에 의한 E 및 F는

$$E = b \cdot [Ci(W2) \cdot Ci(T2) - Si(W2) \cdot Si(T2) - Ci(W1) \cdot Ci(T1) + Si(W1) \cdot Si(T1) - Ci(W1) \cdot Ci(T2) + Si(W1) \cdot Si(T2) + Ci(W1) \cdot Ci(T1) - Si(W1) \cdot Si(T1)]$$

$$F = b \cdot [Si(W2) \cdot Ci(T2) + Ci(W2) \cdot Si(T2) - Si(W2) \cdot Ci(T1) - Ci(W2) \cdot Si(T1) - Si(W1) \cdot Ci(T2) - Ci(W1) \cdot Si(T2) + Si(W1) \cdot Ci(T1) - Ci(W1) \cdot Si(T1)]$$

여기서 b는 식(20)이며, W1, W2 및 T1, T2는 식 (15), (16)에 의하여 다음의 관계를 갖는다.

$$W1(W2) = \left[\frac{2}{\lambda} \frac{r' + s'}{r' \cdot s'} \right]^{1/2} \cdot \cos \delta \cdot X1(X2)$$

$$T1(T2) = \left[\frac{2}{\lambda} \frac{r' + s'}{r' \cdot s'} \right]^{1/2} \cdot T1(T2)$$

IV. 구형 obstacle에 의한 전자파 강도 변화

앞에서는 aperture에 대한 회절을 해석하였다. 본 절에서는 구형 obstacle에 의한 전자파 강도 변화에

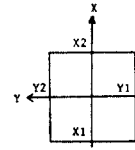


그림 2. 구형 aperture

해석한다.

구형 obstacle에 의한 전자파 강도 변화는 다음의 과정과 같이 중첩의 원리를 이용하여 해석한다[6].

과정 1 : E 및 F에 대한 식 (18), (19)의 적분을

obstacle이 놓여 있는 전 평면에 대하여 생각한다.

과정 2 : aperture의 경우와 같이 obstacle에 대한 E 및 F를 구한다.

과정 3 : 과정 1에서 구한 E 및 F에서 과정 2에서 구한 E 및 F를 뺀다.

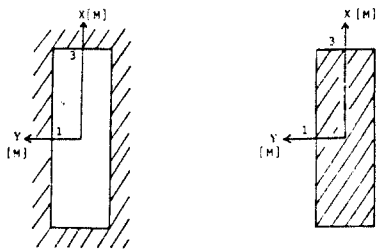
V. 시뮬레이션 결과 및 검토

그림 3.a),b)는 본 논문에서 제안한 aperture와 obstacle이다. parameter에 따른 정규화된 전자파 강도 변화를 알아보기 위하여 송·수신단의 위치, 송·수신 주파수 장애물로 부터 송·수신단까지의 거리, 장애물의 크기등을 변화시켜 가며 결과를 도출하였다.

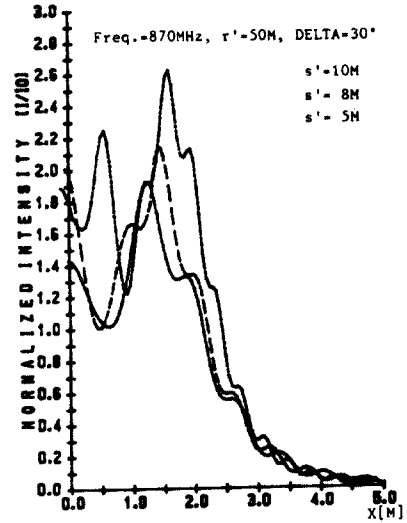
그림 4.a) - 4.c)는 그림 3.a)에 제시된 aperture에서 얻어진 결과를 도시한 것이며, 그림에서 실선은 aperture로부터 수신단까지의 거리 s'이 10 [M], 점선은 8 [M], 이점쇄선은 5 [M]인 경우이다. 그림 4.a)는 송·수신단을 aperture 위쪽으로 이동한 것이다. 회절현상의 특성으로 정규화된 전자파 강도가 1보다 큰 부분이 나타남을 알 수 있으며, aperture가 송·수신단을 있는 쪽으로부터 벗어나게 되면 정규화된 전자파 강도는 급격히 떨어짐을 알 수 있다. 그림 4.b)는 송·수신단을 aperture 중심으로부터 우측으로 이동시켰을 때 얻어진 결과를 도시한 것이다. 4.a)에서와 같이 송·수신단이 aperture로부터 벗어나는 부분에서 정규화된 전자파 강도는 현저히 떨어짐을 알 수 있다. 그림 4.c)는 aperture의 Y 방향 dimension을 0부터 10 배 까지 증가시킬 때 얻어진 결과이다. 그림에서 실선은 주파수가 870 MHz인 경우이고 점선은 1.5 GHz인 경우이다. 그림의 결과로부터 aperture의 dimension이 존재하지 않는

경우의 정규화된 전자파 강도는 0 이며, aperture 의 dimension이 증가하여도 주파수에 따라 정규화된 전자파 강도가 1에 완전히 접근하지 않는 이유는 X 방향의 dimension이 존재하기 때문이다.

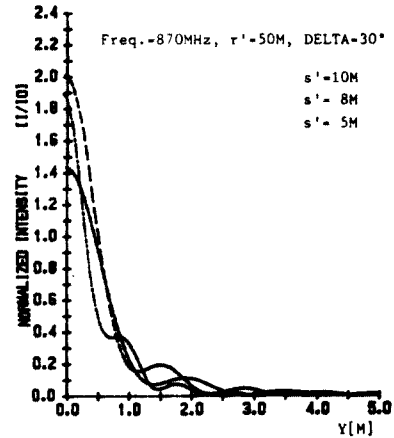
그림 5.a) - 5.c)는 그림 3.b)에서 제시된 obstacle에 대한 결과를 도시한 것이다. 그림 5.a)는 obstacle 중심으로부터 송·수신단을 위로 이동시킬 때 얻어진 결과이다. 실선은 obstacle로부터 수신단까지의 거리 s' 가 10 [M], 점선은 8 [M], 이점쇄선은 5 [M]인 경우이다. 그림에서 송·수신단의 obstacle로부터 벗어나게 되면 정규화된 전자파 강도는 급격히 증가하여 1에 가깝게 됨을 알 수 있다. 그림 5.b)는 송·수신단을 obstacle 중심으로 부터 왼쪽으로 이동시킬 때 얻어진 결과를 도시한 것이다. 그림 5.a)에서와 같이 obstacle로부터 송·수신단이 벗어나는 1 [M] 부분에서 정규화된 전자파 강도는 급격히 증가하여 1에 가깝게 됨을 알 수 있다. 그림 5.c)는 obstacle의 Y 방향 dimension을 0 부터 10 배 까지 증가시킬 때 얻어진 결과이다. 그림에서 실선은 주파수가 870 MHz 인 경우이며, 점선은 1.5 GHz 인 경우의 정규화된 전자파 강도 변화를 나타낸다. obstacle의 dimension이 없을 때의 정규화된 전자파 강도는 1이며 dimension이 커질수록 작아 지지만 X 방향의 dimension으로 인하여 인신하게 0에 수렴하지는 않음을 알 수 있다.



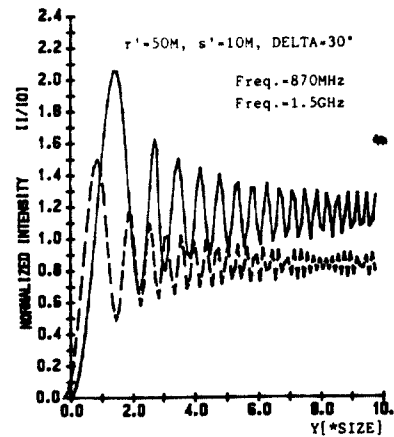
a) aperture b) obstacle
그림 3. aperture와 obstacle



a) 송·수신단 이동 (+X 방향)

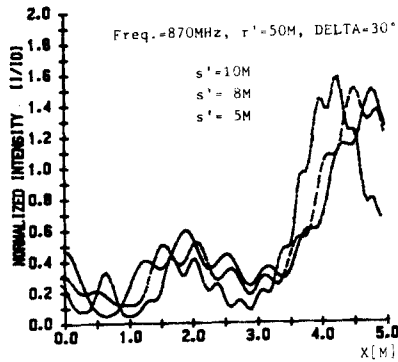


b) 송·수신단 이동 (+Y 방향)

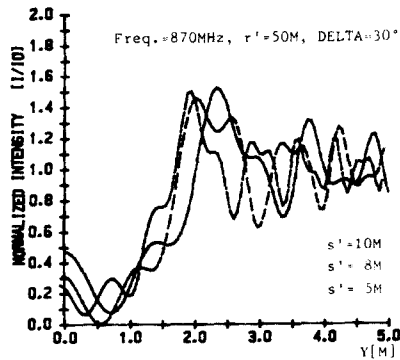


c) 장애물의 크기 변화 (Y 방향)

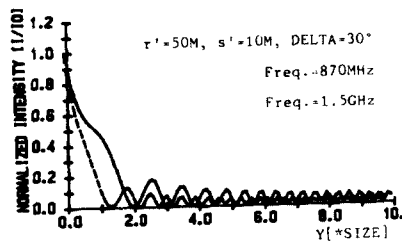
그림 4. 정규화된 전자파 강도 변화(aperture)



a) 송·수신단 이동 (X 방향)



b) 송·수신단 이동 (Y 방향)



c) 장애물의 크기 변화 (Y 방향)

그림 5. 정규화된 전자파 강도 변화(obstacle)

VI. 결 론

본 논문에서는 구형 obstacle과 aperture에 대한 정규화된 전자파 강도를 여러 parameter를 변화시켜 가며 계산하였으며 결과는 참고문헌[6]과 비교하여 타당성을 입증하였다.

본 연구결과는 지형지물의 영향이 심한고에서의 전파의 propagation이나 LMSS(land mobile satellite system)등의 연구에 도움을 줄 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] L. S. Jones, "Methods in Electromagnetic Wave propagation," Oxford Engineering Science Series, 1980.
- [2] Joseph E. Keller "Diffraction by aperture," J. Appl. Phys. Vol. 28, pp. 426-444, April, 1957.
- [3] Fredric A. Molinet, "Geometrical Theory of Diffraction," IEEE Trans. Ant. Propagat., Newsletter, pp. 5-16, August, 1987.
- [4] Julius Goldhirsh and Wolfrard J. Vogel, "Roadside Tree Attenuation Measurements at GHF for Land Mobile Satellite System," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-35, pp. 589-595, May, 1987.
- [5] Max. Born and Emil Wolf, "Principles of Optics," Pergamon Press, 1983.
- [6] W. J. Vogel and U. S. Hong "Measurement and Modeling of Land Mobile Satellite Propagation at GHF and L Band", IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 36, pp. 707-719, 1988.