한국통신학회 1988년도 추계학술발표회 논문집(1988. 11. 5) 88661

# 컬러게이트 원뿔형 혼 안테나의 복사특성

°백 경 훈, 박 영 태, 손 태 호, 박 병 우, 이 상 설
한양대학교 전자통신공학과

# The Radiation Characteristics of Corrugated Conical Horn Antenna

BAEG KYUNG HOON , PARK YOUNG TAE , SON TAE HO , PARK BYUNG WOO, LEE SANG SEOL
DEP.ELECTRONIC COMMUNICATION ENG.HANYANG UNIV.

## ABSTRACT

The radiation characteristics of corrugated conical horn antenna is calculated.

The electromagnetic field equations which are satisfied with boundary conditions in corrugated horn are derived. Using the equivalent principle, the formulars of radiation pattern are obtaind.

The experiments on 8.0 ~ 13.8 GHz frequency range agree well with the theoretical results.

## 1. 서 론

혼 안테나는 마이크로파내에서 널리 사용되는 안테나이다. 혼 안테나의 종류로는 크게 일반적인 혼 안테나와 컬러게이트 혼(Corrugated Horn ) 안테나로 대별된다.

컬러게이트 혼 안테나는 1960 년 초기에 미국과 오스트레일리아에서 전파 천문학 시스템용 안테나의 성능을 개선하기 위하여 최초로 연구되었다.[1,3] A.F.Kay 는 혼각이 큰 경우에 혼의 복사패턴이 대칭이며, 부엽순위가 낮고 옥타브 밴드폭(Octave bandwidth) 특성을 갖는 컬러게이트 혼을 연구하여 발표 하였다.[2] 또한 H.C.Minnett 와 Rumsey는 원뿔형 컬러게이트 혼 안테나가 패러보라(Parabora) 안테나의 급전용으로 사용될 수 있음을 확인 하였다.[3,4]

이 연구에서는 위성통신용 안테나 시스템의 급전용 원뿔형 컬러게이트 혼 안테나의 전자파 특성식과 복사 특성을 계산한다. Helmholtz 방정식으로 부터 컬러게이트 혼 내부의 모드함수를 구하여 이로부터 전계 및 자계성분을 유도한다. 유도된 전자계식에 컬러게이트 면에 대한 경계조건을 적용하므로서 혼 내부의 전자파 특성방정식을 구한다. 등가원리를 이용하여 혼 어퍼춰(Horn Aperture) 에서의 전자계분포를 등가전원으로 대체하고, 등가전원에 의한 백터포텐셜로부터 복사특성을 계산한다. 또한 혼 안테나의 위상중심을 구하며 위상중심에서 거리 2.643m 떨어진 지점의 복사 패턴을 수직과 수평 관찰각도에 따라 계산하며 그 결과를 고찰한다.

## 2. 혼 안테나 내부의 전파특성

### 2-1. 혼 내부의 전자계 유도

혼각 (Horn semi-flare angle)이 약 $8^\circ$ 이하일 경우 원뿔형 컬러게이트 혼의 특성은 시린드리컬 모드 (Cylindrical Mode) 이론으로 부터 해석할 수 있다.[5]

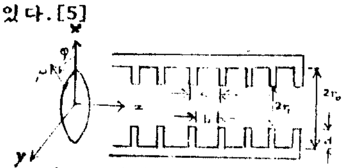


그림 1. 컬러게이트 원형 도파관

그림 1 은 컬러게이트 원형 도파관 (Circular Waveguide) 이다. 여기서 b 는 홈폭(Groove Width), c는 홈의 분리길이 ( Groove seperation ) d 는 슬럿길이 ( Slot depth ) 를 나타낸다. 원형 도파관 내에서 TM 모드에 대한 임의의 자계포텐셜 **A** , TE 모드에 대한 임의의전계 포텐셜 **F** 는 나음과 같이 쓸수 있다.

$$\mathbf{A} = a_z \psi^{TM} \qquad \cdots\cdots (1)$$
$$\mathbf{F} = a_z \psi^{TE}$$

여기서 $\psi^{TM}$ 과 $\psi^{TE}$ 는 Helmholtz 방정식을 만족하는 스케일러 (Scalar) 모드 함수이며, $a_z$는 Z 축 방향의 단위 백터이다. 그러므로 TM ,TE모드에 대한 Helmholtz 방정식을 원통 좌표의 변수분리법을 이용하여 각각의 모드 함수를 구하면

$$\psi^{TM} = Bm(K\rho)\exp(-j\beta z)\exp(jm\varphi)$$
$$\psi^{TE} = Bm(K\rho)\exp(-j\beta z)\exp(jm\varphi) \qquad \cdots\cdots (2)$$
$$K^2 = k^2 - \beta^2$$

이다. 여기서 원통좌표 $(\rho, \varphi, z)$는 그림 1 과 같고 $\beta$는 도파관 전파상수, K 는 트랜스버스 전파상수( Transverse Wave number), $Bm(K\rho)$는 경계조건을 만족하는 Bessel함수이다.

자계 벡터포텐셜 **A** 에 Maxwell Eq. 을 적용하면

$$\mathbf{E} = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\nabla\times\nabla\times\mathbf{A} \qquad (3)$$
$$\mathbf{H} = \nabla\times\mathbf{A}$$

로 되며, 전계 벡터 포텐셜 **F** 에 Maxwell Eq. 을 적용하면

$$\mathbf{E} = -\nabla\times\mathbf{F}$$
$$\mathbf{H} = \frac{1}{j\omega\mu}\nabla\times\nabla\times\mathbf{F} \qquad (4)$$

로 된다.

그림 1 에서 $\rho < r_1$의 영역중 $\rho = 0$ 일때의 전자계는 유한 하여야 하므로 식 (2)의 Bessel 함수는 1종 Bessel함수로 되며, 컬리게이트 원형 도파관 내부에 존재하는 전자계는 TE 모드와 TM 모드가 함께 존재하는 하이브리드 모드 이므로 전자계 방정식은 식 (3)와 식 (4) 의 합으로 주어진다. 그러므로 각각의 전자계 성분은 다음과 같다.

$$E_z = C_m J_m(X)\exp(jm\varphi)$$
$$H_z = -jC_m y_0 \bar{\Lambda} J_m(X)\exp(jm\varphi)$$
$$E_\rho = -jC_m \frac{k}{K} J_m(X)/X\{\bar{\beta}F_m(X) + m\bar{\Lambda}\}\exp(jm\varphi)$$
$$E_\varphi = C_m \frac{k}{K} J_m(X)/X\{m\bar{\beta} + \bar{\Lambda}F_m(X)\}\exp(jm\varphi) \qquad (5)$$
$$H_\rho = C_m \frac{k}{K} y_0 J_m(X)/X\{\bar{\beta}\bar{\Lambda}F_m(X) + m\}\exp(jm\varphi)$$
$$H_\varphi = -jC_m \frac{k}{K} y_0 J_m(X)/X\{m\bar{\beta}\bar{\Lambda} + F_m(X)\}\exp(jm\varphi)$$

여기서

$J_m(X)$ : m 차 1종 Bessel Function

$$F_m(X) = XJ_m'(X)/J_m(X), \quad X = K\rho, K^2 = k^2 - \beta^2 \qquad ---(6)$$
$$k^2 = \omega^2\mu_0\varepsilon_0, \quad jy_0\bar{\Lambda} = H_z/E_z, \quad y_0 = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$$

이다.

$r_1 < \rho < r_0$ 영역에서 $\rho = r_1$ 일때는 $E_\varphi = 0$, $E_z = 0$ 의 경계조건이 만족되어야 하며, TM 정재파가 슬롯( Slot )내부에 존재하게 된다. 그러므로 식(2) 의 Bessel함수는

$$B_m = J_m(k\rho)Y_m(kr_0) - Y_m(k\rho)J_m(kr_0) \qquad (7)$$

이 되며 식 (3) 에 대입하면

$$E_z = \frac{C_m'}{Y_m(X_0')}\{J_m(X')Y_m(X_0') - Y_m(X')J_m(X_0')\} \qquad (8)$$
$$H_\varphi = jy_0\frac{C_m'}{Y_m(X_0')}\{J_m'(X')Y_m(X_0') - Y_m'(X')J_m(X_0')\}$$

로 된다. 여기서

$X' = k\rho$, $X_0' = kr_0$, $Y_m(X)$: m차 2종 Bessel 함수

$$J_m'(X) = \frac{d}{dX}J_m(X), \quad Y_m'(X) = \frac{d}{dX}Y_m(X) \qquad --(9)$$

이다.

### 2.2. 특성 방정식

슬롯 내부에서 TE 모드가 존재 할 수 없도록 슬롯폭 을 구성할 경우, $\rho = r_1$ 에서 $E_\varphi = 0$ 의 경계조건이 만족되며 식(5) 에 이조건을 적용하면

$$m\bar{\beta} = -\bar{\Lambda}F_m(X_1) \qquad ----(10)$$
$$X_1 = Kr_1$$

이 된다. 그러므로 $\rho = r_1$ 에서 어드미턴스( Admittance) $H_\varphi/E_z$ 을 매칭( Matching) 시키면 $\bar{\beta}$ 에 대한 특성방정식은 다음과 같다.

$$\frac{b}{c}\left[F_m(X_1) - \frac{(m\bar{\beta})^2}{F_m(X_1)}\right] = \left(\frac{K}{k}\right)^2 S_m(X_1', X_0') \qquad --(11)$$

여기서

$$S_m(x,y) = x\frac{J_m'(x)Y_m(y) - Y_m'(x)J_m(y)}{J_m(x)Y_m(y) - Y_m(x)J_m(y)} \qquad --(12)$$

이다. 식(11)에 $\bar{\beta}^2 = 1 - \left(\frac{K}{k}\right)^2$ 을 대입하면 전파상수 K 을 구하기 위한 특성방정식이 얻어진다. 수치해석적 방법으로 K 를 구함으로서 도파관 전파상수

$$\beta = k\bar{\beta} = \sqrt{k^2 - K^2} \qquad --(13)$$

이 되며, 식(11)로 부터

$$\bar{\Lambda} = -m\bar{\beta}J_m(X_1)/\{X_1 J_m'(X_1)\} \qquad --(14)$$

이 된다.

### 2-3.혼 어퍼쳐에서의 전자계

혼 내부에서는 원형 도파관 기본 모드인 $TE_{11}$ 모드가 하이브리드 모드인 $HE_{11}$ 모드로 변환하게 되므로 혼 어퍼쳐에서 $HE_{11}$ 하이브리드 모드가 존재하고, 혼각에 의하여 어퍼쳐 각점에서 2 차위상오차 (Quadratic Phase Error)가 발생된다. 따라서 혼 어퍼쳐에서 X 방향으로 선형 편파 (Linearly Polarized) 되었을때, 각각의 전자계성분은 다음과 같이 계산된다.

$$E_z = C_1 J_1(X)\cos\varphi\,\exp(-jk\delta)$$
$$H_z = C_1\bar{\Lambda}y_0 J_1(X)\sin\varphi\,\exp(-jk\delta)$$
$$E_x = -j\frac{C_1}{2}\frac{k}{K}\{(\bar{\beta} + \bar{\Lambda})J_0(X) + (\bar{\Lambda} - \bar{\beta})J_2(X)\cos(2\varphi)\}\exp(-jk\delta)$$
$$E_y = j\frac{C_1}{2}\frac{k}{K}(\bar{\beta} - \bar{\Lambda})J_2(X)\sin(2\varphi)\exp(-jk\delta) \qquad --(15)$$
$$H_x = j\frac{C_1}{2}\frac{k}{K}y_0(\bar{\beta}\bar{\Lambda} - 1)J_2(X)\sin(2\varphi)\exp(-jk\delta)$$
$$H_y = -j\frac{C_1}{2}\frac{k}{K}y_0\{(\bar{\beta}\bar{\Lambda} + 1)J_0(X) + (\bar{\beta}\bar{\Lambda} - 1)J_2(X)\cos(2\varphi)\}\exp(-jk\delta)$$

여기서

$X = K\rho$, $\delta = \rho^2/2L$, L:Horn Length

이다.

## 3. 복 사 특 성

안테나의 복사패턴을 계산하기 위하여 우선 위상중심( Phase Center) 을 알아야 한다. 안테나의 위상중심은 복사전계 위상면의 곡률중심으로 정의된다.

일반적인 혼 안테나의 경우에 있어서 E -

면과 H - 면의 위상중심은 일치하지 않지만 컬러게이트 원뿔형 혼인 경우에 E - 면과 H - 면의 복사패턴이 거의 같기 때문에 위상중심은 근사적으로 같은 위치에 존재하게된다. 혼 어퍼쳐에 위상오차가 존재하는 컬러게이트 원뿔형 혼의 위상중심은 혼각이 증가할때 어퍼쳐 위치에서 혼 정점으로이동한다.

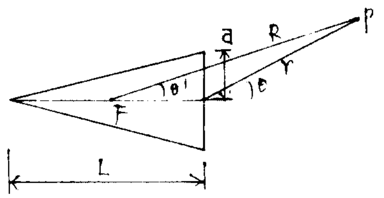



그림 2. 혼 의 단면

그림 2 은 혼의 위상 중심을 계산하기 위한 단면이다. 위상 중심을 결정하는 문제는 θ' 의 변화에 따라서 복사 전계의 위상이 거의일정하게 되는 동심의 구 중심이 되는 점 F 의 위치를 찾는 것이다.

이 연구에서는 F 의 위치를 찾기 위하여 시행오차 과정을 거쳤다. 즉 규정된 θ 의 범위내에서 위상 중심 F 의 위치를 0 에서 L 까지 변화 시켰을 때 거리 R 만큼 떨어진 점의 복사 전계 위상이 거의 일정하게 되는점 F 를 찾는 것이다.

복사 전자계는 혼 어퍼쳐에서의 등가 전원에 의한 벡터 포텐셜( Vector Potential) 에 의하여 계산된다. 등가원리에 의하여 혼 어퍼쳐에서의 등가전원은

$$\mathbf{J_s} = \hat{n} \times \mathbf{H_a}$$
$$\mathbf{M_s} = \mathbf{E_a} \times \hat{n} \qquad \text{어퍼쳐 Sa 에서}$$
$$\mathbf{J_s} = 0 \qquad\qquad (16)$$
$$\mathbf{M_s} = 0 \qquad \text{Sa 이외의 면에서}$$

로 된다. 여기서 Ea 와 Ha 의 각성분은 식 (15)에 주어져 있다. 등가신원 Js,Ms 에의한 벡터 포텐셜은

$$\mathbf{A} = \iint_{S_a} \frac{\mathbf{J_s}\exp[-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r'}|]}{4\pi\,|\mathbf{r}-\mathbf{r'}|}\,ds \qquad (17)$$
$$\mathbf{F} = \iint_{S_a} \frac{\mathbf{M_s}\exp[-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r'}|]}{4\pi\,|\mathbf{r}-\mathbf{r'}|}\,ds$$

이 된다.

여기서 $\mathbf{r}$ 은 관찰점 (Field Point)벡터, $\mathbf{r'}$ 은 선원점(Source Point)벡터이다. 전자계가 복사되는 영역은 관찰거리 r 의 크기에 따라 근거리 전계영역 (Near Field Region), Fresnel 영역, Fraunhofer영역 ( Far Field Region)으로 나눌 수 있다. 본 논문에서는 Fresnel 영역에서 복사패턴을 계산하기로 하며 이러한 영역에서 복사패턴 형태는 거리 r 의 함수가 된다. 식(17) 을 Fresnel 영역에 대한 근사식으로 바꾸고, 다음과 같은 적분공식

$$\int_0^{2\pi} \exp(jx\cos(\phi-\varphi))\begin{bmatrix}\cos(m\varphi)\\ \sin(m\varphi)\end{bmatrix}d\varphi = 2\pi j^m\begin{bmatrix}\cos(m\phi)\\ \sin(m\phi)\end{bmatrix} J_m(x) \qquad (18)$$

을 이용하면 자계 및 전계 벡터 포텐셜의 각 성분은 다음과 같다.

$$A_x = \frac{e^{-jkr}}{4r}\left(jC_1\frac{k}{K}y_0\right)\int_0^a \{(\bar{\beta}\bar{\Lambda}+1)J_0(K\rho)J_0(k\rho\sin\theta) - (\bar{\beta}\bar{\Lambda}-1)J_2(K\rho)J_2(k\rho\sin\theta)\cos(2\phi)\}\exp(-j\Psi)\,\rho\,d\rho$$
$$A_y = \frac{e^{-jkr}}{4r}\left(jC_1\frac{k}{K}y_0\right)\int_0^a (1-\bar{\Lambda}\bar{\beta})J_2(K\rho)J_2(k\rho\sin\theta)\sin(2\phi)\exp(-j\Psi)\,\rho\,d\rho \qquad (19)$$
$$F_x = \frac{e^{-jkr}}{4r}\left(jC_1\frac{k}{K}\right)\int_0^a (\bar{\Lambda}-\bar{\beta})J_2(K\rho)J_2(k\rho\sin\theta)\sin(2\phi)\exp(-j\Psi)\,\rho\,d\rho$$
$$F_y = \frac{e^{-jkr}}{4r}\left(jC_1\frac{k}{K}\right)\int_0^a \{(\bar{\beta}+\bar{\Lambda})J_0(K\rho)J_0(k\rho\sin\theta) - (\bar{\Lambda}-\bar{\beta})J_2(K\rho)J_2(k\rho\sin\theta)\}\cos(2\phi)\exp(-j\Psi)\,\rho\,d\rho$$

여기서 $\Psi = k\left(\frac{1}{2L} + \frac{1}{2r}\right)\rho^2$ 이다.

그러므로 복사전계

$$\mathbf{E} = -\nabla \times \mathbf{F} + \frac{1}{j\omega\varepsilon}\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \qquad (20)$$

으로부터 1/ r, 1/r² 항만을 고려하면

$$E_\theta = -\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}F_r - jkF_\phi - jk\eta_0 A_\theta - \frac{\eta_0}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}A_r$$
$$E_\phi = jkF_\theta + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}F_r - jk\eta_0 A_\phi - \frac{\eta_0}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}A_r \qquad (21)$$

이 된다. 여기서 $\eta_0 = 120\pi$ 이다.

그러므로 복사전계의 주편파와 교차편파 성분은

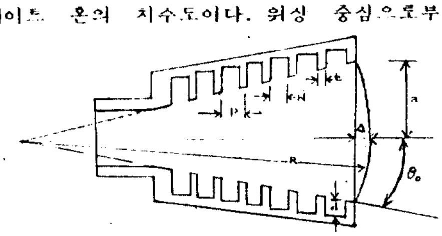
$$E_{co\,pol} = E_\theta\cos\phi - E_\phi\sin\phi$$
$$E_{x\,pol} = E_\theta\sin\phi + E_\phi\cos\phi \qquad (22)$$

로 부터 구할수있다. 여기서 주편파는 Co - pol 교차편파는 X - pol 로 표시한다.

## 4 . 계산 결과 및 고찰

### 4-1. 계산 결과

그림 3 은 실험을 위해 제작된 원뿔형 컬러게이트 혼의 치수도이다. 위상 중심으로부터

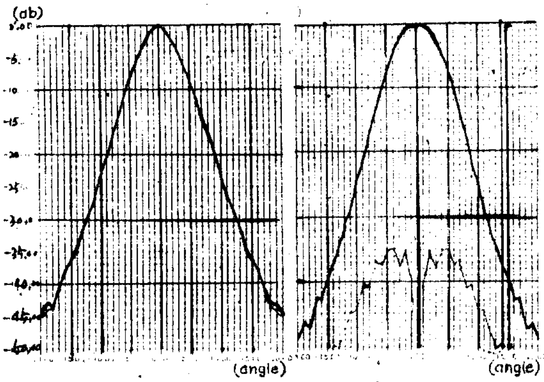



t = 0.054″  w = 0.217″  p = 0.27″
d = 0.37″  a = 7.47″  θ₀ = 5.9°

그림 3. 컬러게이트 혼 안테나 (단위 :inch)

2.643 m 떨어진 점의 복사패턴을 계산하였다. 계산에 사용된 주파수는 8.0 ~ 13.65 GHz 이다

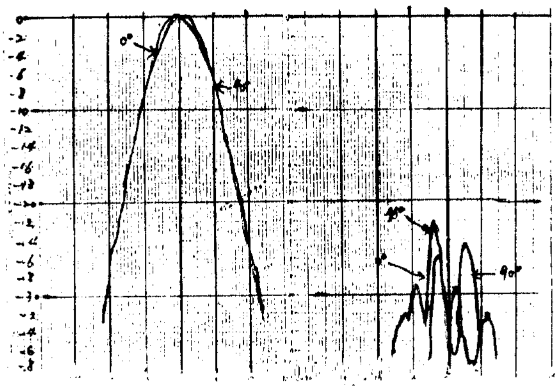
주파수별 복사 패턴의 계산 결과는 그림 4와 같다. 주파수 8.0 GHz 에서의 위상중심은 혼 어퍼쳐의 중심점으로부터 42.26 inch 위치에 존재하게 된다는 것을 알았다. 그림 5는 컬러게이트 혼의 복사패턴을 측정한 결과이다.




(a) co pol 패턴 (f=9.28GHz) —: E 면 ---: H 면

(b) $\phi$ = 45° 패턴 (f=13.65GHz) —: co pol ---: x pol

그림 4. 계산 결과




(a) co pol 패턴 (f=13.65GHz)

(b) x pol 패턴 (f=13.65GHz)

그림 5. 실험 결과

4.2. 고찰 사항

그림 4는 $\theta'$ 가 ±20° 범위에서 복사 패턴을 계산한 것이다. 주파수 8.0 ~ 13.65 GHz 의 범위(Range) 에서는 수평과 수직의 복사패턴이 거의 일치함을 알 수 있으며, 주파수가 높아짐에 따라 교차편파 크기가 증가함을 알 수 있다. 이는 하이브리드 모드가 평형 상태를 벗어나기 때문이다. 즉 식 (14) 에서 $\bar{\Lambda} \neq 1$ 이 되는 것이다.

실험결과는 계산결과와 전체적으로 잘 부합됨을 보이고 있으나, 교차편파의 경우 가공및 측정상의 오차등에 의하여 이론치와 약간 상이함이 나타나고 있다. 그러나 이는 안테나 성능에 아무런 지장을 주지않으므로 무시할수 있을것으로 생각한다.

## 5. 결 론

위성통신 지구국용 으로 사용할 수 있는 안테나 시스템의 급전을 위한 원뿔형 컬러게이트 혼 안테나의 위상 중심과 복사 패턴을 계산하였다.

이 연구의 타당성을 입증하기 위하여 주어진 혼의 치수를 도입하여 복사 특성을 계산하여 보았다. 계산 결과는 실험 결과와 잘 일치함을 알 수 있었다. 이 연구는 혼의 치수가 주어질 경우 그 복사 특성을 계산한 것이므로 이 계산식을 이용할 경우에 원하는 패턴에 맞는 혼의 치수를 역으로 계산 할 수 있다.

## 參 考 文 獻


(1) Clarricoats,P.J.B.,and Saha,P.k,"Propagation and Radiation Behaviour of Corrugated Feeds,Part I ",Proc.Inst.Elec.Eng., Vol.118,pp.1177-1186,Sept.1971

(2) A.F.Kay,"The Scalar Feed",AFCRL Rep.64-347, AD 601609,Mar.1964

(3) V.H.Rumsey,"Horn Antennas with Uniform Power Patterns Around Their Axies ",IEEE Trans., Vol .Ap-14,pp.656-658,Sept.1966

(4) H.C.Minnett,and B.MacA.Thomas,"A Method of Synthesizing Radiation Patterns with Axial Symmetry ",IEEE Trans.,Vol.Ap-14,pp.654-656, Sept.1966

(5) T.s.Chu and W.E.Legg,"Gain of Corrugated Conical Horns",IEEE Trans .,Vol.AP-30,NO.4, pp. 698-703,July 1982

(6) Bruce Maca.Thomas,"A Review of Early Developments of Circular Aperture Hybrid Mode Corrugated Horns",IEEE Trans.,Vol.AP-34, NO.7 pp. 930-935,July 1986

(7) G.L.James,"TE11-to HE11 Mode Converters for Small Angle Corrugated Horns",IEEE Trans., Vol .AP-30,NO.6,pp.1057-1062,Novemver 1982

(8) K.Sudhakar Rao,and L. Shafai,"Phase Center Calculations of Reflector Antenna Feeds",IEEE Trans.,Vol.AP-32,NO 7,pp.740-742,July 1984

(9) R.F.Harrington, Time Harmonic Electromagnetic Fields,Chap.5,McGraw-Hill,New York,1961