

軟弱地盤의 變形解析을 위한 壓密方程式과 構成모델의 結合

Coupling Constitutive Model with Consolidation Equation for the Deformation Analysis on Reinforced Soft Foundation

1. 序 論

1.1 研究目的

軟弱地盤에 構造物을 築造할 경우는 壓密이라는 심각한 問題가 수반된다. 더욱 우리나라는 西南海岸의 開發이라는 國運과 相關된 事業을 추진해왔으며 앞으로는 繼續적으로 遂行되어야 할 것이다.

그리나 西南海岸은 거의 大部分이 그 地層構成에 軟弱粘土層을 포함하고 있으므로 壓密現象의 正確한 理解와 이의 解析을 위하여 著者들은 특히 1980年以後 이 分野에 至대한 관심을 가지오면서 壓密解析에 注力하여 왔다 (1987 : 科學財團研究報告書, 1988 : Restraint effects on deformation of soft foundation with geotextile).

이와 相關 본 研究에서는 壓密現象을 compact하게 表現하고 있는 Terzaghi의 壓密論에 比하여 이 現象을 더욱 精巧하게 나타내고 있는 Biot 壓密論의 物理的 意味를 考察하고 이어서 現在까지 提案된 數種의 構成 model 가운데서 粘性土의 應力-變形率關係를 比較的 잘 表現하고 있는 Cambridge group (Roscoe & Burland : 1968)의 彈塑性 model과 Sekiguchi (1977)의 彈粘塑性 model을 論議한 다음 壓密現象의 有限要素解析을 위하여 構成 model 과 支配方程式으로서의 Biot 變位式이 어떻게 結合되는가를 보이며 軟弱地盤對策工法으로서 Sheet pile이나 Geotextile 등으로 補強할 경우를 想定하여 複合地盤의 變形解析에 關한 數值解析例를 提示하고자 한다.

1.2 壓密理論과 解析에 關한 研究動向

잘 알려진 바와 같이 Terzaghi는 比較的 얇은 粘土層에 載荷面積이 넓은 경우와 같이 一次元壓密에 의한 沈下를 理論적으로 整理하였으며 이에 의하면 沈下의 mechanism이 熱傳導型方程式에 支配되어 簡單한 境界條件에서는 正解를 求할 수가 있다.

그러나 實際로 沈下가 一次元的이라고 假定할 수 있는 경우는 極히 限定되어 있으므로 多次元壓密로 理論擴張이 Rendulic (1937), Gibson (1963), Davis (1972), Schiffman (1969) 등에 의하여 이루어졌다. 한편 Barron (1948)은 sand drain 解析에 熱傳導型方程式을 導入, 使用하였으며, Rendulic (1937)도 이와 類似한 式을 提案하고 있다.

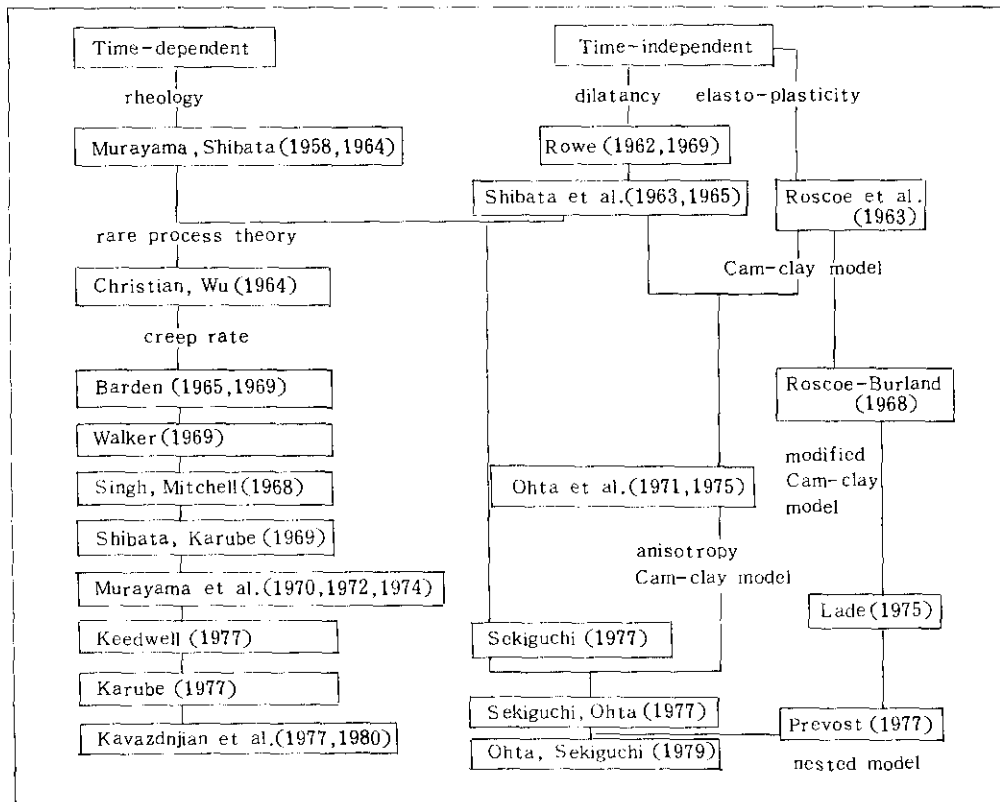
또 하나의 系列로써 Biot (1941)는 전혀 別個의 觀點에서 三次元壓密의 基本理論을 展開했다. 即 大部分의 壓密現象이 滲要素의 連續條件으로부터 過剩間隙水壓을 未知數로 取한 支配方程式을 誘導한 것에 반하여 Biot는 變位까지 未知數로 取한 滲要素에서의 平衡式을 中心으

로 하여 여기에 連續條件式을 聯立시켜서 支配方程式을 세웠다. 이것은 理論上으로 Terzaghi 系에 比하여 完全하지만, 支配方程式이 未知數로써 過剩間隙水壓과 變位の 兩者를 包含한 聯立偏微分方程式으로 되기 때문에 數學的 解를 求하기가 極히 어렵게 되어있다.

그 以後 Biot 理論에 立脚하여 McNamee와 Gibson(1960) 이외에 Schiffman과 Chen (1969)이 半無限地盤 위의 盛土沈下問題를, Cryer (1963)가 球의 壓密問題의 解를 求하였으며 山口와 村上(1972)은 部分載荷를 받는 有限 깊이의 粘土層의 變形問題를 解析하였다. 같은 觀點에서 Silveira (1953)는 外向의 放射 흐름에 관한 變形解析을 하였으며 大槓(1971)은 粘彈性 model 을 使用하여 圓柱供試體의 解를 求하였고, 吉國(1973)은 Biot의 理論에 다음 式으로 表現된 壓密 potential 이라고 命名한 scalar 量인 " $\rho = (\lambda + 2\mu) \cdot e + u$ "를 導入하여 多次元壓密理論 確立에 奇與를 했다.

다음은 흙의 應力-變形率關係를 表現하는 흙의 構成式에 관한 研究를 살펴보기로 한다. 보다 正確한 應力-變形率關係式(constitutive equation)을 確立하기 위하여 過去부터 많은 研究가 이루어졌으며 現在로서는 Desai, Lade의 立方體三軸試驗에서 그 土質定數를 求할 수 있는 彈塑性 model 등이 있으며 이들 構成關係式의 發展過程을 Table 1에 要約한다.

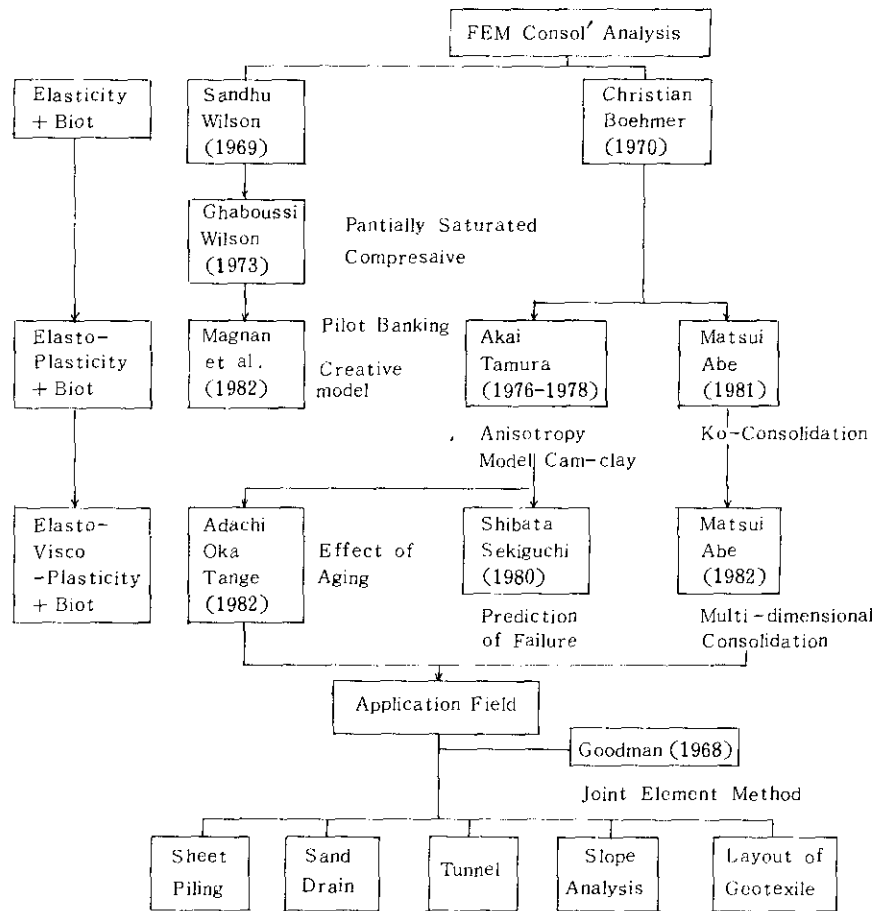
Table 1. Historical Review of Present Study



또 이들 構成式을 使用하여 보다 正確한 壓密의 數值解析을 위한 많은 研究가 遂行되어 왔다. 이들 數值解析中에서 가장 有力한 手段이 有限要素解析이다. 이 有限要素解析法에는 Christian系와 Sandhu系로 大別되며 前者는 假想인의 原理에서부터 理論을 展開하였고, 變位를 節點에, 間隙水壓을 要素에 對應시킨 것이다.

이에 反하여 後者は 變分原理를 使用하여 變位와 間隙水壓을 各節點에 對應시킨 方法으로서 이 解析의 發展過程을 系統的으로 나타내면 Table 2와 같다.

Table 2. Development of Consolidation Analysis by FEM



한편 國內에서는 Cam-clay 理論을 湖南地方의 海成粘土에 適用한 바 있는 鄭(1983)의 研究에 이어 Sand drain의 有限要素解析을 試圖한 李(1985)의 研究外에 韓國의 軟弱地盤改良 工法에 利用될 汎用 program 開發(朴: 1987)을 위한 研究 등이 있으며 壓密地盤에 深層混合 處理를 한 경우에 壓密解析을 위한 研究(姜: 1985)와 여기에 接合要素로 導入한 研究(李: 1988) 등이 있다. 위에서 말한 研究에서는 支配方程式으로 모두 Biot 理論을 使用하였으며

數値解析技法은 Christian-Boehmer 方法에 의거한 것이다.

1.3 研究方法

本 文에서는 第2章 및 3章에서 Biot 壓密理論과 彈塑性 및 彈·粘塑性의 構成 model 을 概括한 다음 4章에서는 壓密式과 構成式의 結合過程을 彈塑性 model 을 擇하여 說明하였으며 5章에서는 著者들이 開發한 program의 檢證을 위하여 模型地盤(길이 120 cm, 넓이 25 cm, 높이 45 cm의 再壓密, 再成形된 模型土槽)을 製作하여 地表面에 Geotextile을 設置하고 여기에 載荷實驗(載荷板: 길이 25 cm, 넓이 18 cm, 두께 3.5 cm)을 하여 發生하는 變形을 觀測하고 同一條件에 의한 數値解析을 함에 있어서 荷重의 不連續이나 接合되는 材料의 異質性때문에 나타나는 不合理한 結果를 개선하기 위하여 Goodman et al.(1968) 以來 研究되고 있는 Joint Element Method 를 導入하여 實觀測値와 數値解析結果를 比較하므로써 program의 精度를 確認하도록 하였다.

2. Biot의 壓密論

2.1 假定事項 및 限界性

Biot (1941)는 壓密理論을 一般的으로 取扱하려고 하여 不飽和土의 경우까지 包含하여 몇 가지 假定을 세웠다.

이들의 가정사항을 分類하여 配列하면 다음과 같다.

(1) 初期狀態에 관한 假定

- ① 粘土는 均一하다.
- ② 間隙은 空氣와 물로 채워져 있다.
- ③ 土體의 모든 點은 靜止狀態에 있다.

(2) 物性에 관한 假定

- ① 間隙水는 非壓縮性이다.
- ② 土粒子는 非壓縮性이다.
- ③ 空氣는 壓縮性이다.
- ④ 粘土는 等方性이다.
- ⑤ 粘土의 應力-變形率關係는 唯一하고 同時에 線形이다 (線形彈性體).

(3) 間隙流體의 運動法則에 관한 假定

- ① 間隙水의 흐름은 Darcy의 法則에 따른다.

(4) 解析的 假定

- ① 變形은 微小하다 (微小變形率論).

以上이 Biot가 設定한 假定이지만 Terzaghi가 特定한 경우(Terzaghi의 壓密方程式을 誘導하는데 있어서의 假定事項)를 取扱한 것에 反하여 Biot는 一般的으로 取扱하려 했던 것이다.

그러나 不飽和粘土의 壓密에 있어서 Biot의 假定群은 그다지 滿足할만한 것은 못된다. 그理由로서는 氣體에 대한 배려가 充分하지 못한데 있다. 예를 들면 가장 基本的인 事項으로써 氣體는 壓縮性이기 때문에 間隙의 物性에 관한 假定中에서 粘土를 線形彈性體로 假定했듯이 空氣도 狀態方程式에 관련된 假定을 미리 設定하여 두지 않으면 안되며 間隙流體의 運動에 관한 假定中에 氣體의 運動을 規制하는 法則의 假定이 設定되지 않으면 안된다. 그밖에 他氣體와 液體의 相互關係等 物性を 아무리 單純化하더라도 不飽和粘土를 包含시키는 以上 省略할 수 없는 問題가 많기 있다. 그러나 Biot는 앞에서 論述한 바와 같이 氣體의 運動則에 考慮를 하지 않았지만 結果적으로 氣體는 質量的으로 언제나 間隙水와 같은 比率로 流動한다고 하는 假定을 使用했던 것이다. 이것은 不飽和粘土의 物理定數를 決定할때에 Biot가 考慮했던 事項에서 推理할 수 있으며 그 內容은 다음과 같다. 「間隙水 흐름의 加速度項을 無視할 수 있을 程度로 서서히 壓密이 進行된다고 하면 初期狀態에서 부터 最終狀態에 이르기까지 이루어진 일은 그 過

程과 無關하고 6個의 strain成分과 含水量의 函數로써 나타내게 된다. 이것은 앞의 假定한 應力-變形率關係의 一意性(Reversibility)의 假定에서 극히 自然스럽게 도출된다.]

이를 보다 깊게 생각하면 不飽和粘土에 있어서도 有效應力과 變形率 및 含水量과의 相互間에 Hysterisis는 없다고 말할 수 있고 壓密-膨潤의 過程을 거친 不飽和粘土는 變形率도 含水量도 完全히 本來의 狀態로 돌아갈 것이다. 이와같이 되기 위해서는 間隙水와 空氣는 質量的으로 同一比率로 흐르지 않으면 안된다. 즉 氣體에 관해서도 Darcy法則이 適用될 수 있는 것이다.

만일 다른 表現을 한다면 Biot의 不飽和壓密理論은 土粒子(固相)와 물(液相)과 空氣(氣相)로 되는 三相의 흙에 관한 것이 아니고 土粒子和 假想壓縮流體의 2相으로 構成되는 흙에 대한 것이고, 理論적으로나 工學적으로나 認定하기 어렵다. 以上 記述한 바와 같이 不飽和粘土에 대한 假定은 결코 滿足할만한 것이 될 수 없으므로 Biot의 不飽和土의 壓密에 관한 研究는 이 정도로 그치고 壓密研究의 大宗을 이루는 飽和粘土에 관한 壓密論을 論議하고자 한다. 따라서 以後 記述하는 Biot理論은 粘土의 不飽和性에 關聯된 것을 除外한 것이다.

2.2 Biot 壓密論의 誘導 및 考察

Biot는 우선 全應力의 平衡方程式을 다음과 같이 나타냈다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.1)$$

다음에 變形率과 變位の 關係를 나타냈다.

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x}, & \gamma_{yz} &= \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y}, & \gamma_{zx} &= \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \epsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z}, & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.2)$$

(2.2)式이 滿足된다면 土塊는 變形率의 適合條件을 滿足하고 있다. 여기서 一般化된 Hooke法則을 다음과 같이 나타낸다.

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) + (2\nu - 1)u] \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z) + (2\nu - 1)u] \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) + (2\nu - 1)u] \\ \gamma_{xy} &= \tau_{xy}/\mu \\ \gamma_{yz} &= \tau_{yz}/\mu \\ \gamma_{zx} &= \tau_{zx}/\mu \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.3)$$

(2.2)식과 (2.3)식을 (2.1)식에 代入하면, 變形率適合條件을 滿足하고 應力變形率關係를 考慮한 平衡方程式이 求해진다. 이것을 Vector 로 表現하면

$$\frac{\mu}{1-2\nu} \text{grad } e + \mu \nabla^2 \mathbf{U} + \text{grad } u = 0 \dots\dots\dots (2.4)$$

이다. 한편 Darcy法則을 適用한 連續條件式은

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 u \dots\dots\dots (2.5)$$

이다.

Biot 는 (2.4)식과 (2.5)식을 使用하여 一次元壓密問題를 解析하고 Terzaghi 의 一次元壓密解와 一致함을 證明했다. 여기서 Biot 의 壓密論의 構成에 들어온 條件式은 平衡條件式, 變形率適合條件, 應力變形率關係, 間隙水의 運動方程式(Darcy 法則) 및 連續條件式의 5個條件이다.

이것은 Terzaghi 의 一次元壓密理論의 構成條件과 전혀 同一한 것으로 兩者의 解를 比較할 필요도 없이 兩理論이 同一한 性格을 갖는 것은 明白하다. 그러나 그 表現의 方法에는 兩者間에 상당한 差異가 있다. 卽 Terzaghi 는 壓密現象을 하나의 方程式으로 表現한 것에 대하여 Biot 는 2個의 方程式으로 表現했다.

$$\begin{aligned} \text{Terzaghi : } & \frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad : \text{Consolidation Equation} \\ \text{Biot : } & \begin{cases} 2\mu \left(\frac{1-\nu}{1-2\nu} \right) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 & : \text{Equilibrium Equation} \\ -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial t \partial z} = 0 & : \text{Continuation Condition} \end{cases} \end{aligned}$$

Terzaghi 方程式은 Biot 의 2個의 方程式을 集約하여 求한 것으로 그 物理的 意味도 明白한데 反하여 Biot 式은 一次元壓密이라고 하는 單純한 경우마저, 壓密이라는 物理的 意味를 明確하게 理解하기 어렵다. 이는 三次元의 壓密에서는 더욱 擴張되어 거의 壓密의 物理的 意味를 理解할 수 없다. 理由인즉 壓密理論의 構成에 必要한 5個의 條件式을 個別로 集約한 것에 그치고 條件式 相互間의 關聯性이 조금도 나타나있지 않기 때문이다. 이點 Terzaghi 는 壓密現

象을 하나의 方程式(壓密方程式)에 한데 모았다고 하는 意味에서 一次元壓密에 관한 한 Terzaghi 理論은 Biot 理論보다 높이 評價되어 마땅하다고 생각된다.

Biot 는 一次元壓密을 解析한 후에 (2.4) 式의 平衡方程式과 (2.5) 式의 連續條件式을 演算하고 整理하여, 卽 (2.4) 式의 發散을 취하여

$$\frac{2\mu(1-\nu)}{1-2\nu} \nabla^2 e = -\nabla^2 u \dots\dots\dots (2.6)$$

을 求하고 (2.5) 式에 代入하여

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{k}{\sigma_v} \frac{2\mu(1-\nu)}{1-2\nu} \nabla^2 e \dots\dots\dots (2.7)$$

을 誘導하고 흙의 體積變形率은 熱傳導型方程式을 滿足하고 있음을 보였다. 그리고 (2.4) 式과 (2.7) 式이 壓密을 支配하는 基礎方程式이라고 記述하였다. 그런데 이제 Biot 가 했던 操作을 좀 더 생각해 보자. 平衡方程式의 發散을 취하여 求한 (2.6) 式과 連續條件에 代入하여 求한 (2.7) 式은 分明히 連續以外的의 性質을 同時에 갖고 있다.

그러나 이제 하나의 壓密支配方程式으로서 平衡方程式 (2.4) 式을 誘導한 以上, (2.6) 式은 獨立된 條件式으로는 되지 못하기 때문에 (2.7) 式은 一般的인 경우 連續條件式만의 機能을 갖고 있을 뿐이다.

이와같은 意味에서 (2.4) 式과 (2.7) 式이 壓密支配方程式이라는 것과 (2.4) 式과 (2.7) 式이 壓密支配方程式이라는 것은 理論的 有意義는 없다. 따라서 Biot 가 했던 操作은 變數變換의 役割밖에 하지 못한다. 다만 (2.7) 式은 連續條件以外的의 性質을 갖고 있으므로 어떤 特定の 變形條件 아래서는 壓密方程式으로서 機能을 갖고 있다. 이것은 마치 三笠의 變形率로 表現된 一次元壓密理論에서 보는 바와 같다.

이 特定條件이란, 平衡方程式 (2.4) 式의 發散을 취해 (2.6) 式을 求한 過程에서 一般性を 잃지 않는 경우이고 具體的으로는 적어도 (2.4) 式의 第22項 $\nabla^2 U$ 에 포함되어 있는 $\text{rot} \cdot \text{rot} U$ 가 本來 0일 것을 必要로 한다. 위에서 記述한 바와 같이 Biot 의 壓密論에 의한 (2.7) 式은 基本的으로는 連續條件式인데도 이 (2.7) 式을 壓密方程式이라고 오해하고 있는 사람도 있을 것 같다.

Biot 理論이 60 年代 後半까지 크게 發展을 보지 못한 것은 平衡方程式과 連續條件式을 設定한 것에 그쳐서 壓密方程式으로 昇華할 수 없었던 것도 하나의 原因이지만 三次元의 경우 (2.4) 式과 (2.5) 式 혹은 (2.7) 式을 聯立하여 解를 求하는 것이 지극히 어렵다는 것에 그 主된 原因을 찾을 수가 있을 것이다.

그런데 Biot 는 그의 壓密理論을 1941 년에 發表하여 15 年後인 1956 년에 變位函數를 導入하여 平衡方程式의 一般解法을 發表하였다. 그러나 이것은 어디까지나 形式的인 것이고 具體的

으로는 Biot(1941)에 의한 半無限地盤에 載荷된 帶狀基礎에 대한 壓密과 McNamee (1960)에 의한 半無限地盤에 載荷된 帶狀基礎와 圓形基礎의 壓密解가 初期에 있어서 代表的인 것으로 써 明白하다. 그리고 이들은 모두 Poisson比 ν 가 0인 경우에 해당된 것으로서 $\nu \neq 0$ 일때는 積分이 쉽지 않으므로 $\nu = 0$ 인 特殊한 物性を 가장한 理由가 되고 있다. 그런데 變形條件이 比較的 간단한 것에 관해서 Biot 壓密方程式에 變位函數를 導入하지 않고 해를 求한 것이 C.W. Cryer (1963)이고 E.H. Deleeuw (1965)이다.

前者는 球의 問題를 後者는 中空圓筒의 問題를 各各 解析하였다. 變形條件이 比較的 간단한 것으로서 Laplace 變換等의 方法을 使用해서 積分하였으며 이들의 解는 $\nu = 0$ 인 特殊한 경우 單은 아니고 오히려 一般性を 지니고 있다.

Cryer 는 그 研究에서 Biot 理論과 Terzaghi 理論의 解를 比較하고, 兩者에 다음과 같은 特徵的인 差異가 있음을 指摘했다. Biot 理論에 立脚하여 壓密問題를 解析할 경우 一定荷重 아래 서도 球의 中心의 間隙壓은 壓密의 初期에 일단 增加하여 極值를 取한 후 減小過程에 들어간다. 이에 反하여 Terzaghi 理論解에 있어서는 間隙水壓은 全壓密過程을 通하여 單調롭게 減小한다. 또 Terzaghi 理論에서는 Poisson比가 壓密過程에 影響을 주지 않는데 反하여 Biot 理論에서는 Poisson比가 壓密에 影響을 미친다. 그러므로 球의 中心의 間隙水壓이 增加하여 極值를 이루는 現象은 Poisson比가 작을수록 顕著하고, Biot 理論과 Terzaghi 理論의 兩解가 一致하는 것은 $\nu = \frac{1}{2}$ 의 경우이다.

당시 Cryer 가 指摘한 間隙水壓의 舉動은 奇異하게 생각되어 바로 즉시 Gibson 등이 檢證實驗을 하였다. 그리하여 球의 中心의 間隙水壓은 Cryer 가 指摘한대로 舉動하는 것을 實證했다. 이와같은 間隙水壓의 增加舉動은 壓密過程을 지연시키는 方向으로 作用하여 結果적으로 球의 경우 Biot 理論의 解는 Terzaghi 의 解보다 壓密이 늦게 進行하게 된다. 그리하여 間隙水壓의 增加舉動이 壓密過程을 지연시키는 效果가 있다는 것을 이 現象을 指摘한 學者들의 이름을 따라 시 Mandel-Cryer 效果라고 부르고 있다(이 點에 관해서는 本章의 마지막 節에서 다시 다루기로 한다).

이상과 같이 1960年代까지의 壓密研究에서는 比較的 간단한 境界條件의 경우에만 工學的으로 有用한 解가 얻어지고 一般的인 多次元壓密에서는 積分이 쉽지 않다는 理由때문에 Biot나 McNamee 와 같이 $\nu = 0$ 인 特殊한 物性を 假定하거나 半無限地盤의 境界條件을 緩和하여 解를 求했다.

그러나 이들 解는 $t \rightarrow \infty$ 일때 沈下가 infinity가 된다는 工學에서는 생각할 수 없는 結論에 이르게 되고, 現場의 沈下를 推定하는데 아무런 도움도 줄 수 없는 것이었다. 그리고 Biot나 McNamee 등의 研究는 實際問題에 도움이 되는 解를 提供한다기 보다 오히려 그 一步前의 段階로서 Biot의 壓密支配方程式을 解析하는 具體的 方法을 模索했던 것 같다.

그러나 1970年代에 들어서면서 이 問題는 어느정도 解決되고 Poisson比가 0이 아닌 有限한 地盤에 대한 帶狀基礎나 圓形基礎의 解가 R.E. Gibson (1970) 등이나 山口・材上(1972)

에 의해서 求해지므로 壓密研究에 커다란 發展을 이룩하였다.

그러나 Gibson 等の 解에는 아직 問題가 있는것 같고, 山口等은 Gibson 等の 解를 다음과 같이 評價하였다.

「Gibson 等は Laplace 變換에 의하여 解를 求하고 있다. 그러나 Laplace 逆變換을 求할 때에 被積分函數가 $z \neq 0$ (粘土層內部)에 있어서 發散하므로 計算이 不可能해진다. 그러므로 Gibson 等は 이 問題를 피하기 위하여 $z = 0$ (粘土層의 表面)라는 特定の 값을 주어 逆變換을 하여 解를 求했다. 이 特定の 값을 주어 逆變換을 求하는 操作에는 論理的 問題가 없는 것이 아니며 그 結果는 신뢰성이 작다. 具體的으로 多次元壓密의 進行速度는 一次元壓密에 比하여 작다는 結果를 얻고 있지만, 多次元壓密에서는 水平方向의 排水效果도 加해질 것이므로 上述의 結果를 수증하기 어려운 것이고 事實觀測에 의해서도 明白해진다. 따라서 Gibson 等の 研究結果의 實用性은 의심스럽다.」

그러므로 山口等은 Gibson 等이 겪었던 어려움을 피하기 위하여 Fourier 變換을 利用하여 이 問題를 解析하려고 했다. 그러나 初期研究에서는 여전히 數學的 困難이 수반되어 이를 피하기 위하여 境界條件을 完化하고 粘土層의 自由表面 ($z=0$)에서 水平變位가 0인 假定을 使用했다. 그때문에 自由表面에서는 局部的으로 剪斷應力이 發生하지만 그 最大值는 載荷重의 20% 程度이고, 解의 精度는 實用的으로 充分하다고 하고 있다. 다만 이 解는 境界條件을 單純化하여 얻었기 때문에 Poisson 比가 壓密過程에 주는 影響이 消失되어 버렸다.

또한 繼續的인 研究에 의하여 山口等은 境界條件을 緩和하지 않는 正解를 發表했다. 이 解析에 의하면 Poisson 比가 壓密過程에 影響을 주지만 Poisson 比가 0.5에 가까울 때는 $u_x(z=0) = 0$ 의 假定에 의한 影響은 작고 $\nu = 0.4$ 에서 그 誤差는 2~3% 内外이며 $u_x(z=0) = 0$ 의 假定을 工學的으로 充分히 許用할 수 있는 近似解라고 山口等은 주장하고 있다.

그러나 山口等の 近似解와 正解사이에는 解의 特性에 현저한 차이가 있다. 그것은 Poisson 比가 壓密過程에 주는 影響의 問題도 그 하나이지만 또 하나의 重要的 差異를 들면, 近似解에서는 粘土層의 두께 d 와 載荷幅 b 와의 比에 關係없이 그 壓密過程은 一次元壓密의 過程보다 빠르다. 이에 反해서 正解는 b/d 의 값이 작아질때 그 壓密過程은 一次元壓密보다 빠르고 b/d 가 어떤 一定值를 넘으면 그 壓密過程은 一次元壓密過程보다 늦어진다.

그러므로 $b \rightarrow \infty$ 일때 一次元壓密과 一致한다고 推定하면 壓密速度는 어떤 b/d 값에 있어서 極值를 취하게 된다. 이와같이 正解에 있어서 壓密過程의 特性은 Poisson 比가 작을수록 현저하고 Poisson 比가 1/2에 가까워짐에 따라 작게 된다.

이와같이 近似解와 正解間의 差異의 樣相은 球의 壓密에 있어서 Cryer 가 Terzaghi 와 Biot 理論을 比較하여 얻은 結論과 아주 비슷하다. 그러므로 山口等の 近似解는 結果的으로 三次元に 있어서 Terzaghi 壓密方程式의 解와 同一하다는 것이 밝혀진다. 그리고 正解가 위에 記述한 特性을 나타내는 것은 Mandel-Cryer 效果에 의한 것이라고 山口等은 推定하고 있다.

前述한 바와 같이 山口等은 Fourier 變換을 利用하여 帶狀基礎問題의 正解를 求했다. 그러나 이 方法에서는 粘土層의 下部境界面 ($z = d$) 이 非排水面일 경우는 問題가 풀리고 排水面일 경우는 解를 求할 수 없다는 等, 當時도 解를 얻는 境界條件에는 制限이 있다고 記述하고 있다.

여하튼, Biot 壓密論이 提案된 以來 많은 研究者들이 多次元壓密解를 얻으려고 努力하여 30 年後에야 工學的으로 有用한 解가 얻어졌다는 事實을 생각해 볼때 Biot 理論의 正解를 얻는 것이 數學的으로 얼마나 어려운 課題였는가를 상상할 수 있다.

勿論 多次元壓密에 있어서의 數學的 어려움은 Biot 壓密論에 局限된 問題가 아니고 Terzaghi 系의 壓密論에서도 비슷하다고 하겠다.

2.3 球의 壓密

이 節에서는 球의 壓密에 있어서 Cryer 理論에 立脚한 Tamura (1978)의 理論을 소개하고 자 한다 (Fig. 2.1).

中心 O , 半徑 R 인 球의 內部에 點 O 를 中心으로 한 半徑 $r = s (\leq R)$ 인 球面을 생각하고, 이 球面全體에 單位 “集中體積變形率 $\theta = \delta(r, \delta)$ ” 를 加한다. 境界 $S (r = R)$ 가 없다고 할때 半徑 $r (r \geq s)$ 위에 발생한 半徑方向의 變位 $V_r (r, s)$ 는 다음 式

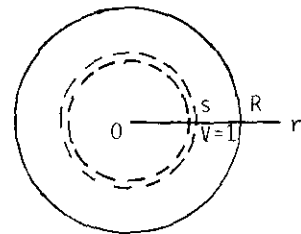


Fig. 2.1. Consolidation of Sphere

$$V_i(x, X) = - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{r} \right) : \text{三次元} \dots\dots\dots (2.8)$$

을 球面 $r = s$ 위에서 積分하여 式(2.9)를 얻고

$$V_r(r, s) = - \frac{1}{4\pi} \frac{d}{dr} \int_{r_0}^s \frac{1}{r} ds \begin{cases} = \frac{s^2}{r^2} (r \geq s) \\ = 0 (r < s) \end{cases} \dots\dots\dots (2.9)$$

이 式으로 變位를 求한다.

이로부터 境界條件 (\tilde{B})가 $T_r = 4\mu \frac{S^2}{R^2}$ 으로 定해지고, 境界 S 의 存在에 의하여 間隙水壓이

$$u(S) = 4\mu \frac{S^2}{R^3} \dots\dots\dots (2.10)$$

로 求해진다.

그러므로 一般的인 領域에 있어서의 壓密方程式의 一般形으로서 求해진 다음 式

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = C_v \nabla^2 u(x, t) - \frac{k}{\gamma_w} \int_v \Gamma(x, X) \nabla^2 u(X, t) dv_x \dots\dots\dots (2.11)$$

의 右邊 第2項은

$$\begin{aligned}
 & -\frac{k}{\gamma_w} \int_0^R \nabla^2 u(S) ds \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \Gamma(x.X) \sin \theta d\theta \\
 & = -\frac{4ku}{\gamma_w} \frac{1}{R^3} \int_0^R S^2 \nabla^2 u(S) ds \dots\dots\dots (2.12)
 \end{aligned}$$

로 되고, 球의 壓密을 支配하는 다음과 같은 方程式이 誘導된다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C \nabla^2 u - \frac{4ku}{\gamma_w} \frac{1}{R^3} \int_0^R S^2 \nabla^2 u(S) ds \dots\dots\dots (2.13)$$

윗 式의 右邊 第2項을 보면 알 수 있는 바와 같이 어떤 半徑 r 위에 있는 間隙水壓의 時間變化率은 그 點에서의 $\nabla^2 u$ 만이 아니고 球全體의 값에 依存하고 있다. Mandel-Cryer 効果도 이와같은 境界存在에 따르는 間隙水壓이 發生하고 力學的으로도 다음과 같이 說明된다.

Fig.2.2와 같이 半徑 R_1 인 剛性球을 内部에 갖는 半徑 R_0 인 中空彈性球을 생각한다. 外周로부터 P_0 의 壓力을 加할 때 内部의 剛性球는

$$\begin{aligned}
 P_i &= \frac{3(1-\nu)}{(1+\nu) + 2(1-2\nu) \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^3} P_0 \\
 &\dots\dots\dots (2.14)
 \end{aligned}$$

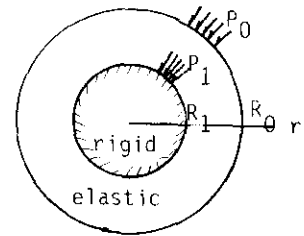


Fig.2.2. Mechanical model of Mandel-Cryer effect

와 같이 增大된 壓力 P_i 를 傳達한다.

彈性球을 排水狀態에 있는 領域에, 剛性球을 아직 非排水狀態에 있는 領域에 各各 對應시키면, 당연히 外壓보다도 큰 間隙水壓이 發生하게 된다. 요컨대 Mandel-Cryer 効果라고 하는 것은 Christian과 Boehmer가 말한 바와 같이 周圍領域에 의한 “죄어진 作用”으로써 이것을 間隙水壓만으로 表現한 것이 (2.13) 式의 右邊 第2項에 相當하고 있다. 다음 Fig.2.3은 Cryer가 Biot 壓密論에 의하여 求한 바 있는 Poisson比에 따른 間隙水壓의 舉動을 나타낸 것인데 $\nu=0.5$ 에서는 Biot와 Terzaghi는 一致하고 $\nu=0$ 가 작을수록 Mandel-Cryer 効果는 크게 나타난다.

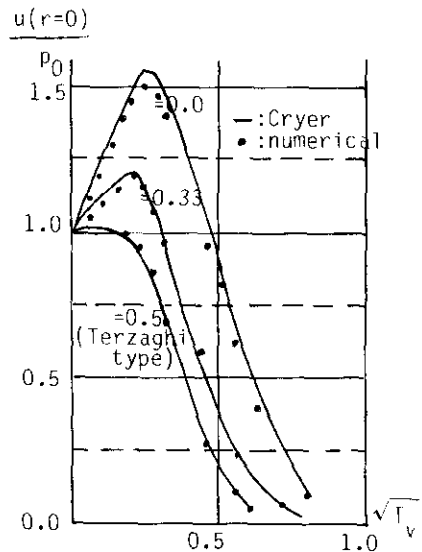


Fig.2.3. Generation of pore water pressure at the center of sphere

3. 應力 - 變形率關係

3.1. 彈·塑性 model

이 研究에서의 應力-變形率關係는 Roscoe(1968) 등의 即 Cambridge Original theory (혹은 이것과 本質적으로 等價인 太田의 dilatancy theory)를 基本으로 하고자 한다. 이 理論의 中心은

$$e - e_0 + \lambda l_n \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} + (1 + e_0) \mu \frac{\tau_{oct}}{\sigma'_m} = 0 \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

으로 狀態曲面을 誘導한 것에 있다. 여기서 e , σ'_m 및 τ_{oct} 는 各各 間隙比, 平均有効主應力 및 正八面體剪斷應力이고, λ , μ 는 壓密特性 및 dilatancy 特性을 나타내는 材料定數, e_0 , σ'_{m0} 은 附加的인 積分定數이다. (3.1)式에서 알 수 있는 바와 같이 狀態曲面은 應力比 τ_{oct}/σ'_m 의 값에 對應하는 많은 正規壓密曲線으로 될 수 있고 특히 等方壓密曲線 이나 K_0 -壓密曲線을 포함하고 있다.

바꾸워 말하면 塑性狀態에 있는 飽和土의 間隙比가 應力徑路和 無關하게 應力狀態에 對하여 一意的으로 定해지고 있는 것을 의미하고 있다.

한편 正規壓密狀態로부터 荷重이 除去되어서 過壓密狀態가 된 飽和土의 狀態曲面은

$$e - e_0 + \kappa l_n \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} = 0 \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

로 表現되고 τ_{oct} 에 關係없는 鉛直面(이것을 膨潤壁이라고 함)이 된다. 따라서 $(e, \sigma'_m, \tau_{oct})$ -空間에서의 (3.1) (3.2)式이 表現하는 曲面의 交線(σ'_m, τ_{oct})-面에 投影한 曲線이 降伏條件으로 되고 다음 式으로 그 降伏函數가 求해진다.

$$f = \frac{\tau_{oct}}{\sigma'_m} + \frac{\lambda - \kappa}{(1 + e_0)\mu} l_n \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} = 0 \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

여기서 κ 는 膨潤特性을 나타내는 材料定數, σ'_{m0} 는 等方壓密曲線과 膨潤壁과의 交點에서의 平均有効主應力の 값이다.

狀態曲面에서 各降伏曲線의 最大 τ_{oct} 를 갖는 點을 連結한 曲線은 限界狀態曲線이라 부르고 다음 式으로 表現된 破壞條件이다.

$$\frac{\tau_{oct}}{\sigma'_m} = \frac{\lambda - \kappa}{(1 + e_0)\mu} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

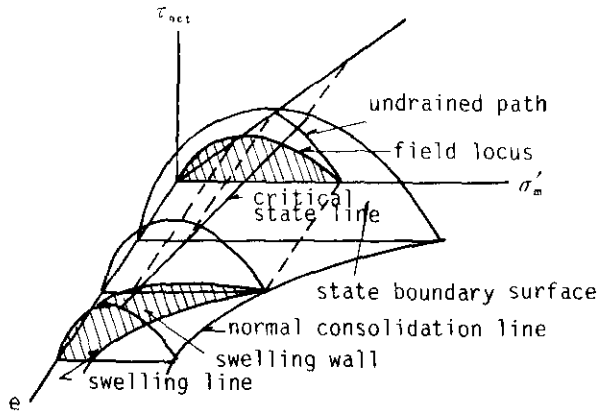


Fig.3.1. State boundary surface

어떤 正規壓密狀態로부터 出發하여 非排水條件에서 剪斷을 시키면 e 가 一定한 面에서 狀態 曲面을 자르는 曲線위를 따르게 된다. 이것이 非排水徑路이며 수 많은 降伏曲面을 가로로 절단 하게 된다.

Fig.3.1에는 狀態曲面(State boundary surface), 正規壓密曲線(Normal consolidation line), 膨潤曲線(Swelling line), 膨潤壁(Swelling wall), 降伏曲線(Yield locus), 限界狀態曲線(Critical state line) 및 非排水徑路(Undrained path) 등을 模式的으로 나타낸다.

降伏函數와 그것에 連續되는 後續降伏函數로부터 應力-變形率 關係를 誘導한 것이지만 그 以後에 膨潤特性과 Poisson比 ν 로부터 非線形 Lamé 定數 $\tilde{\lambda}$, $\tilde{\mu}$ 를

$$\tilde{\lambda} = \frac{1+e}{K} \sigma'_m - \frac{2}{3} \tilde{\mu} \dots\dots\dots (3.5)$$

$$\tilde{\mu} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \frac{1+e}{K} \sigma'_m \dots\dots\dots (3.6)$$

과 같이 定해 둔다.

계속하여 有效應力 σ'_{ij} 와 硬化 parameter p 를 포함한 降伏函數

$$f(\sigma'_{ij}, p) = 0 \dots\dots\dots (3.7)$$

을 全微分하여

$$df = \frac{df}{\partial \sigma'_{ij}} d\sigma'_{ij} + \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \epsilon'_{ij}} = d\epsilon'_{ij}{}^p = 0 \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

을 얻는다. 이것은 $d\sigma'_{ij}$ 인 應力增分에 의하여 $d\epsilon'_{ij}{}^p$ 인 塑性變形率이 發生하게 될 때 加工硬化가 일어나서 應力狀態가 後續의 降伏曲面에 到達한다는 것을 意味하고 있다.

그리하여 彈性 matrix D^E_{ijkl} 에 의한 應力增分과 彈性變形率增分關係式

$$d\sigma'_{ij} = D^E_{ijkl} d\epsilon_{kl} \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

및 associated flow rule과 normality rule에 따르는 塑性變形率 vector의 方向을 決定하는 式

$$d\epsilon_{ij}{}^p = A \frac{df}{\partial \sigma'_{ij}} \quad \dots\dots\dots (3.10)$$

을 (3.10)式에 代入하여 그 比列定數 A 가

$$A = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D^E_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{kl}}}{\frac{df}{\partial \sigma'_{ij}} D^E_{ijkl} \frac{df}{\partial \sigma'_{kl}} - \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \epsilon_{ij}{}^p} \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}}} \quad \dots\dots\dots (3.11)$$

로 決定되고 最終적으로 이들의 理論에 基礎한 應力-變形率關係

$$d\sigma'_{ij} = D^{E^p}_{ijkl} d\epsilon_{kl} \quad \dots\dots\dots (3.12)$$

가 다음과 같이 誘導된다.

$$D^{E^p}_{ijkl} = D^E_{ijkl} - \frac{D^E_{ijmn} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mnpq}} \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{pq}} D^E_{pqkl}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{mn}} D^E_{mnpq} \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{pq}} - \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \epsilon_{mn}{}^p} \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{mn}}} \quad \dots\dots\dots (3.13)$$

위에 記述한 手順을 실제의 飽和土의 變形解析에 適用하기에는 (3.13)式에 降伏函數(3.3)式과 彈性 matrix D^E_{ijkl} 에 對應하는 (3.5) (3.6)式을 代入하면 된다. 이때 硬化 parameter로서 σ'_{xy} 을 選擇해도 좋다. 2次元 平面變形率 條件에서의 應力-變形率關係는 具體적으로 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} d\sigma'_{xx} \\ d\sigma'_{yy} \\ d\sigma'_{zz} \\ d\sigma_{xy} \\ d\sigma_{yz} \\ d\sigma_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x} + 2\tilde{\mu} & \tilde{\lambda} & 0 \\ x & \tilde{a} + 2\tilde{\mu} & 0 \\ \tilde{\lambda} & \tilde{a} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\mu} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{D} \begin{pmatrix} A^2 & AB & 2\mu f_{12}A \\ AB & B^2 & 2\mu f_{12}B \\ AC & BC & 2\mu f_{12}C \\ 2\tilde{\mu} f_{12}A & 2\tilde{\mu} f_{12}B & 4\mu^2 f_{12}^2 \\ 2\tilde{\mu} f_{23}A & 2\tilde{\mu} f_{23}B & 4\mu^2 f_{12}f_{23} \\ 2\tilde{\mu} f_{32}A & 2\tilde{\mu} f_{32}B & 4\mu^2 f_{12}f_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\epsilon_{xx} \\ d\epsilon_{yy} \\ d\epsilon_{xy} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.14)$$

여기서는 Z 方向에 平面拘束力이 있다고 한 것이다. 또 式中的 記號는 아래와 같다.

$$f_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$D = \tilde{\lambda}_{kk} + 2\tilde{\mu}f_{kl}f_{kl} - \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{m\kappa}} \frac{\partial \sigma'_{m\gamma}}{\partial \varepsilon_{kl}^p} f_{kl}$$

$$\frac{\partial \sigma'_{m\kappa}}{\partial \varepsilon_{kl}^p} = \frac{1+e}{\lambda+K} \sigma'_{m\gamma} \delta_{kl}$$

$$A = \tilde{\lambda}f_{kl} + 2\tilde{\mu}f_{12}$$

$$B = \tilde{\lambda}f_{kl} + 2\tilde{\mu}f_{22}$$

$$C = \tilde{\lambda}f_{kl} + 2\tilde{\mu}f_{33}$$

여기서 δ_{kl} 은 Kronecker 記號이다.

3.2 彈·粘塑性 model

關口 (1977)는 正規壓密粘土의 彈·粘塑性을 考慮하여 다음과 같은 model을 提案했다. 우선 彈·粘塑性 model의 第1假定은 變形率速度 tensor를 다음 式과 같이 粘塑性成分 $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ 와 彈性成分 $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$ 의 和로 表示할 수가 있다.

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \dot{\varepsilon}_{ij}^e \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

그리고 變形率速度 tensor의 粘性成分에 대하여는 粘塑性 potential 函數 F를 使用하여

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = A \partial F / \partial \sigma'_{ij} \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

여기서 A : 比例定數, σ'_{ij} : 有效應力 tensor

또 函數 F의 具體的인 形態는 正規壓密粘土의 二次壓縮特性 및 dilatancy의 時間依存性을 考慮한 體積變形率~有效應力~時間關係式에 基礎하여 다음 式으로 求해진다.

$$F \equiv \alpha I_p \left\{ 1 + \frac{\dot{v}_0 t}{\alpha} \exp\left(\frac{f}{\alpha}\right) \right\} = v^p \quad \dots\dots\dots (3.17)$$

단, α : 二次壓密指數, t : 經過時間, \dot{v}_0 : 初期體積變形率速度

v^p : 體積變形率의 粘性成分,

f : 平均有效應力 p 와 一般화된 主應力差 q 의 函數로써 다음 式으로 定義된다.

$$f = \frac{\lambda-k}{1+e_0} I_1 \left(\frac{p}{p_0} \right) + D \left(\frac{q}{p} - \frac{q_0}{p_0} \right) \quad \dots\dots\dots (3.18)$$

여기서 $D = \frac{\lambda - k}{M(1 + e_s)}$ (dilatancy 係數)

(3.16) 式의 比例係數 A 를 決定하기 위하여 粘塑性流動의 連續條件式으로서 다음 式을 導入한다.

$$\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \dot{\sigma}'_{ij} + \frac{\partial F}{\partial t} = \dot{v}^p \quad \dots \quad (3.19)$$

한편, 變形率速度 tensor의 彈性成分과 有效應力速度 tensor 間에 等方的이고 線形關係를 假定한다면

$$\sigma'_{ij} = L \dot{v}^e_{ij} + 2G \dot{\epsilon}_{ij}^e \quad \dots \quad (3.20a)$$

$$= L(\dot{v} - \dot{v}^p) \delta_{ij} + 2G(\dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\epsilon}_{ij}^p) \quad \dots \quad (3.20b)$$

여기서 L 및 G 는 Lamé 定數, δ_{ij} 는 單位 tensor이다.

(3.16) 式을 (3.20b) 式에 代入하여 求한 關係를 (3.19) 式에 代入하여 演算을 하면, 比例係數 A 는

$$A = \frac{L \frac{\partial F}{\partial p} \dot{v} + 2G \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{kl}} \dot{\epsilon}_{kl} + \frac{\partial F}{\partial t}}{L \left(\frac{\partial F}{\partial p} \right)^2 + 2G \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{mn}} \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{mn}} + \frac{\partial F}{\partial p}} \quad \dots \quad (3.21)$$

따라서 應力~變形率~時期關係는 增分形式으로써 다음과 같이 求해진다.

即 構成式의 最終的인 表現은 (3.16), (3.21) 式을 (3.20b) 式에 代入하여

$$\sigma'_{ij} = L \dot{v} \delta_{ij} + 2G \dot{\epsilon}_{ij} - \frac{(L \frac{\partial F}{\partial p} \delta_{ij} + 2G \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}}) (L \frac{\partial F}{\partial p} \dot{v} + 2G \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{kl}} \dot{\epsilon}_{kl} + \frac{\partial F}{\partial t})}{L \left(\frac{\partial F}{\partial p} \right)^2 + 2G \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{mn}} \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{mn}} + \frac{\partial F}{\partial p}} \quad \dots \quad (3.22)$$

위 式을 實際로 使用할 때는 粘塑性 potential F 의 有效應力成分 및 經過時間에 관한 偏微係數의 具體的 表現이 必要하기 때문에 이를 위해서 이 偏微係數를 (3.18) 式으로 定義되고 있는 函數 f 와 關聯지으면 便利하다. 即 간단한 演算後에 (3.17) 式을 使用하여 經過時間 t 를 消去한다면 위의 偏微係數는 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} = \{ 1 - \exp(-\frac{v^p}{\alpha}) \} \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \quad \dots \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \dot{v}_0 \exp\left(\frac{f - v^p}{\alpha}\right) \dots\dots\dots (3.24)$$

또 偏微係數 $\partial F / \partial p$ 에 대하여는, 比例係數 L 를 誘導하는 過程에서 이미 다음 式을 利用하였다.

$$\frac{\partial F}{\partial p} = \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{xx}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{yy}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{zz}} \dots\dots\dots (3.25)$$

(3.22) ~ (3.25) 式을 軸對問題 및 二次元平面變形率問題에 適用할 수 있도록 具體적으로 表現한다면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{c} \sigma'_x \\ \dot{\sigma}'_x \\ \dot{\sigma}'_{xx} \\ \sigma'_\theta \end{array} \right\} &= \left\{ \begin{array}{cccc} L+2G & L & O & L \\ L & L+2G & O & L \\ O & O & G & O \\ L & L & O & L+2G \end{array} \right\} \\ &- \left\{ \begin{array}{cccc} C_1^2 & C_1 C_2 & 2G \cdot f_{rx} \cdot C_1 & C_1 \cdot C_3 \\ C_1 \cdot C_2 & C_2^2 & 2G \cdot f_{rx} \cdot C_1 & C_2 \cdot C_3 \\ 2G \cdot f_{rx} \cdot C_1 & 2G \cdot f_{rx} \cdot C_2 & 4G^2 \cdot f_{rx}^2 & 2G \cdot f_{rx} \cdot C_3 \\ C_1 \cdot C_3 & C_2 C_3 & 2G \cdot f_{rx} \cdot C_3 & C_3^2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} \dot{\epsilon}_r \\ \dot{\epsilon}_z \\ \dot{\gamma}_{rz} \\ \dot{\epsilon}_\theta \end{array} \right\} \\ &- \frac{C_6}{C_4} \left\{ \begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \\ 2G \cdot f_{rx} \\ C_3 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (3.26) \end{aligned}$$

단 위 式에서 使用한 記號는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} f_{rx} &= \frac{\partial f}{\partial \tau_{rx}} \\ C_1 &= L \frac{\partial f}{\partial p} + 2G \frac{\partial f}{\partial \sigma'_r} \\ C_2 &= L \frac{\partial f}{\partial p} + 2G \frac{\partial f}{\partial \sigma'_z} \\ C_3 &= L \frac{\partial f}{\partial p} + 2G \frac{\partial f}{\partial \sigma'_\theta} \end{aligned}$$

$$C_4 = [L \left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)^2 + 2G \left\{ \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma'_r}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma'_\theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma'_z}\right)^2 + 2 \left(\frac{\partial f}{\partial \tau_{rz}}\right)^2 \right\}] \cdot C_5 + \frac{\partial f}{\partial p}$$

$$C_5 = 1 - \exp\left(-\frac{v^p}{\alpha}\right)$$

$$C_6 = \frac{\partial F}{\partial t} = \dot{v}_0 \exp\left(-\frac{f-v^p}{\alpha}\right)$$

단 函數 f 의 有效應力成分에 관한 偏微係數는

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{D}{3p} \left\{ \frac{\lambda-k}{D(1+e_0)} - \frac{q}{p} \right\} \delta_{ij} + \frac{3}{2} \frac{D}{p} \frac{s_{ij}}{q}$$

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{D}{p} \left\{ \frac{\lambda-k}{D(1+e_0)} - \frac{q}{p} \right\}$$

또 Lamé 定數 L 과 G 에 대하여는 從來부터의 實驗結果를 參考로 하여 다음 式에 따라 變動하는 土質定數로 본다.

$$L = \frac{D(1+e_0)}{k} - \frac{2}{3} G$$

$$G = G_0 \exp\left(-\frac{e-e_0}{\lambda}\right) \dots\dots\dots (3.27)$$

여기서 G_0 는 初期剛性率이다.

彈·粘塑性構成式 (3.2) 式의 特別한 경우, 卽 粘土의 creep 特性을 無視할 때에는 二次壓縮指數 $\alpha = 0$ 및 $\frac{\partial F}{\partial t} = 0$ 으로 解析하여 $C_2 = 1$ 및 $C_6 = 0$ 으로 하면 (3.26) 式은 彈塑性構成式으로 된다.

이 경우 (3.18) 式은 定義했던 函數 f 는 original Cam-clay model 에서의 塑性 potential 函數와 等價가 된다. 또 $f = v^p$ 라는 關係式이 等方硬化降伏條件을 나타내게 된다. 또 彈性狀態의 構成式을 求하기 위하여, $v^p = 0$ 및 $\partial F / \partial t = 0$ 으로 하여 $C_5 = 0$ 및 $C_6 = 0$ 으로 하면 좋다.

4. 壓密의 有限要素解析

4.1 概說

壓密의 有限要素技法은 Sandhu系 Christian系로 兩分된다. Sandhu와 Wilson (1969)은 通常의 方法으로 變位를 各節點에 對應시키고 있으며 또한 過剩間隙水壓도 節點에 對應시키고 變分原理에 의하여 合成積分(convolution integral)을 使用하여 壓密問題를 解析하였다. 한편, Christian과 Boehmer (1968, 1970)는 變位를 各節點에 對應시켰으나 過剩間隙水壓은 各要素에 對應시켜 有限差分法에 의하여 解析을 하였다. 過剩間隙水壓의 計算의 精度에는 前者가 바람직하나 過剩間隙水壓이 體積變形率의 拘束力으로서 定義되고 있는 事實로 미루워 본다면 要素全體에 對應시키는 것이 더욱 當然한 것으로 생각된다. 또한 後者에 의하면 計算도 容易하며 精度에서도 前者와 거의 같다고 報告되어 있어 本文에서는 Christian-Boehmer方法을 選擇했다.

4.2 有限要素式

第2章에서 說明한 Biot 壓密論의 平衡方程式은 plane-strain 條件에서 다음과 같이 表現된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \dots\dots\dots (4.1) \\ \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \end{aligned}$$

여기서 σ'_x , σ'_y 와 τ_{xy} 는 各各 荷重 載荷에 의한 x, y 方向의 有効垂直應力 및 剪斷應力이고 u 는 過剩間隙水壓이다.

Darcy의 法則을 適用한 連續條件式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\gamma_w} (k_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}) = 0 \dots\dots\dots (4.2)$$

여기서 v 는 體積變形率이고, t 는 時間, k_x, k_y 는 各各 x, y 方向의 透水係數이고, γ_w 는 물의 單位重量이다.

(4.1) 式과 (4.2) 式이 Biot 壓密論의 基本式이다.

假想일의 原理에 따른 平衡條件式을 分離하면 다음과 같은 增分關係가 얻어진다.

$$\Delta F = K \Delta U + L \Delta u \dots\dots\dots (4.3)$$

여기서 ΔF 와 ΔU 는 各各 節點力의 增分 vector 와 節點의 變位이고 K 는 要素의 剛性

matrix이다. 또 L 은 節點變位增分을 要素의 體積變化 ΔV 로 變換시키는 vector이며 Δu 는 過剩間隙水壓增分이다.

定義에 따라 要素의 體積變化는 다음과 같다.

$$\Delta V = L^T \Delta U \dots\dots\dots (4.4)$$

(4.2) 式으로 求한 要素의 體積變化를 (4.4) 式에 代入하면 (4.3) 式과 (4.4) 式은 未知數 ΔU 와 Δu 에 관한 聯立方程式이 된다.

壓密의 解는 ΔV 를 計算하고 壓密이 進行됨에 따라 段階的으로 聯立方程式을 풀면 求할 수 있다.

有限定差法으로 (4.2) 式을 풀기 위하여 (4.5) 式으로 定義된 過剩間隙水壓代表值 \bar{u} 가 Christian-Boehmer (1970)에 의하여 다음 式에 의해서 空間的으로 주어진다.

$$\bar{u} = \{(1 - \theta) u_t + \theta u_{t+\Delta t}\} \dots\dots\dots (4.5)$$

$$\bar{u} = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 y^2 \dots\dots\dots (4.6)$$

여기서 u_t 와 $u_{t+\Delta t}$ 는 時間 t 와 $t + \Delta t$ 에서의 過剩間隙水壓이며 θ ($0 \leq \theta \leq 1$)는 差分法에서의 常數이고, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ 는 未定係數이다.

이들 係數는 Fig. 4.1에서와 같이 四邊形要素 i 와 隣接要素 j, k, l, m 에서 決定된다. Fig. 4.1과 같이 5個要素에 대한 過剩間隙水壓을 $\bar{u}_i, \bar{u}_j, \bar{u}_k, \bar{u}_l, \bar{u}_m$ 으로 表示하고 i 要素의 中心으로부터 各要素의 中心位置를 $(\bar{x}_j, \bar{y}_j), (\bar{x}_k, \bar{y}_k), (\bar{x}_l, \bar{y}_l), (\bar{x}_m, \bar{y}_m)$ 로 나타낸다면 過剩間隙

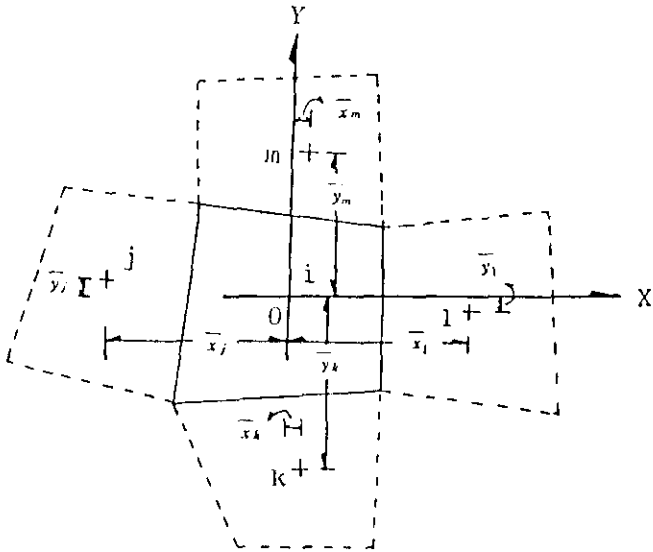


Fig.4.1. Local co-ordinate used in calculating rate of flow
(From Sandhu & Wilson 1969)

水壓 代表值 vector \bar{u} 는 다음과 같이 表示된다.

$$\bar{u} = \begin{Bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{u}_j \\ \bar{u}_k \\ \bar{u}_l \\ \bar{u}_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \bar{x}_j & \bar{y}_j & \bar{x}_j^2 & \bar{y}_j^2 \\ 1 & \bar{x}_k & \bar{y}_k & \bar{x}_k^2 & \bar{y}_k^2 \\ 1 & \bar{x}_l & \bar{y}_l & \bar{x}_l^2 & \bar{y}_l^2 \\ 1 & \bar{x}_m & \bar{y}_m & \bar{x}_m^2 & \bar{y}_m^2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{Bmatrix} = B\alpha \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

따라서

$$\alpha = B^{-1} \bar{u} \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

(4.6) 式을 (4.2) 式에 代入하고 (4.8) 式을 考慮하여 變換시키면 다음 式이 된다.

$$\begin{aligned} \Delta V &= - \frac{\Delta t V}{\gamma_w} (2k_x \alpha_4 + 2k_y \alpha_5) \\ &= - \frac{2 \Delta t V}{\gamma_w} (k_x b_4^T \bar{u} + k_y b_5^T \bar{u}) \\ &= - C^T \bar{u} \quad \dots\dots\dots (4.9) \end{aligned}$$

여기서 $C = (2 \Delta t V / \gamma_w) (k_x b_4 + k_y b_5)$, Δt 는 微小時間增分 V 는 要素의 體積, b_4 와 b_5 는 各各 B^{-1} 의 4行 및 5行 vector 이다.

($\Delta u = u_{t+\Delta t} - u_t$)의 關係를 利用, (4.3) 式을 變換하고 (4.5) 式에서의 \bar{u} 의 定義를 考慮하여 (4.4) 式에 (4.4) 式을 代入하면 다음 式이 된다.

$$\begin{aligned} \Delta F + L u_t &= K \Delta U + L u_{t+\Delta t} \\ -(1-\theta) C^T u_t &= L^T \Delta U + \theta C^T u_{t+\Delta t} \quad \dots\dots\dots (4.10) \end{aligned}$$

여기서 u_t 와 $u_{t+\Delta t}$ 는 各各 時間 t 와 $t+\Delta t$ 에서의 過剩間隙水壓 vector 이다.(4.10) 式에서 2個의 式은 各各 任意要素에서 滿足되어야 하는 平衡條件과 連續條件의 增分關係를 나타낸다.

(4.10) 式에서와 같은 모든 要素에서의 增分關係를 合하면 全剛性 matrix가 求해진다. (4.10) 式에서, $\theta = 0$ 과 $\theta = 1$ 은 各各 前進과 後退差分에 對應한다. 前進差分에서 過剩間隙水壓增分 Δu 는 陽函數形으로 表示되며 (4.10) 式은 다음과 같이 간단한 形態로 된다.

$$\begin{aligned} \Delta F &= K \Delta U + L \Delta u \\ -C^T u_t &= L^T \Delta U \quad \dots\dots\dots (4.11) \end{aligned}$$

$0 \leq \theta \leq 1$ 일 때 Δu 는 陽函數形으로 表示되지 않고 陰函數形으로 되어 있는 (4.10) 式이 解析에 使用된다.

本文에서는 中央差分($\theta = \frac{1}{2}$)이 使用되었으며 解의 精度와 安定的 觀點에서 가장 좋다. 또한 여기 提案된 有限要素式은 四邊形要素를 使用하게 된다.

이 解析에서는 Wilson이 提案한 4 個의 三角形으로 構成된 四邊形要素가 使用된다.

四邊形要素의 中央節點은 static condensation에 의하여 消去된다.

또 應力과 間隙水壓은 四邊形要素內에서는 一定하다고 假定한다.

壓密解析은 微小時間增分동안 (4.10)式을 풀어서 遂行한다.

材料의 應力-變形率關係가 非線型일 때는 非線型舉動을 各 時間增分に 있어서 部分的線型으로 近似시키고, 그때의 適當한 時間差分은 신중하게 選擇하여 妥當한 解를 얻도록 해야 한다.

5. 補強軟弱地盤의 變形解析 例示

5.1 概 說

軟弱地盤위에 構造物을 設置할 경우 地盤強化를 目的으로 Geotextile을 敷設한다. 一般적으로 Geotextile은 盛土施工中에 흙의 強度增進을 目的으로 一定 間격을 유지하면서 多層으로 敷設한다. 그러나 本 例示에서 模型地盤의 地表面에 一層만을 敷設하고 여기에 平板載荷試驗을 하여 Geotextile을 敷設하지 않은 경우와, 變形抑制, 支持力 增加 問題 등을 實則하여 比較하고 나아가서는 彈·粘塑性 model에 의하여 數値解析한 結果도 比較하여 Program의 精度를 確認하고자 하였다. 土體와 Geotextile의 接合面에서의 材料의 異質性 때문에 Godman 等(1968)이 提案한 Joint Element를 導入하여 解析하였다.

제하장치의 제원·기능·시료의 조제 및 시험방법은 姜(1987), Park et al.(1988)에 詳述되어 있으며 以下에서는 實測値와 數値解析 結果를 記述하기로 한다.

5.2 Geotextile의 敷設, 解析條件 및 試驗方法

使用된 Geotextile의 物性은 Table 3과 같으며 그 配置는 Fig.5.1에 나타냈다.

Table 3. Physical properties of geotextiles employed

Type	Nomenclature	Weight (g/m ²)	Tension force(kg/m)
A	SM PP 300	220	75
B	SM PP 200	180	50
Rate of Coefficient			
Type	elongation (%)	permeability (cm/sec)	Remarks
A	10-30	$\alpha * 10^4 - 10^5$	reinforcement
B	10-30	$\alpha * 10^2 - 10^3$	

α^* : coefficient ranged from 1 to 10

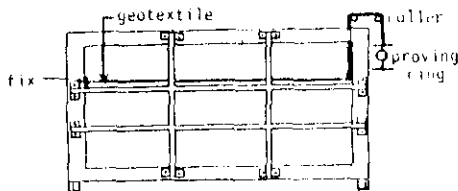


Fig.5.1 Apparatus for measuring tension of geotextile.

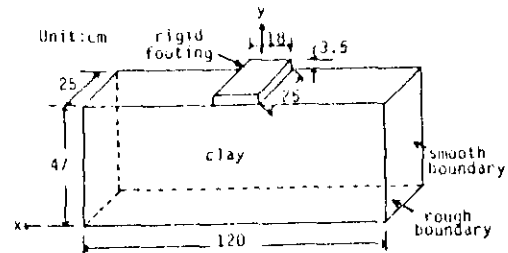


Fig.5.2 Test model

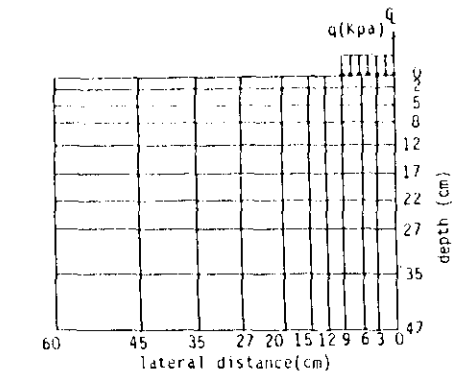


Fig.5.3 FEM grid

또 Fig.5.2에는 模型地盤의 크기를 나타내며, 要素分割은 Fig.5.3과 같다.

境界條件에 관해서는 地表面은 Free이며 두 鉛直面은 Smooth하고 底面은 固定이다. Geotextile은 左端을 固定시키고 右端을 引張力測定을 위하여 Proving ring에 連結하였다. 그리고 試驗을 통하여 求한 模型地盤의 土質定數 및 物性은 Table 4 와 같다.

Table 4. Parameters of soil used in calculation

λ	κ	M	C_u	ν	σ (Kpa)
0.146	0.023	1.34	0.048	0.374	100
G_0 (Kpa)	K	ν_{hi} (Kpa)	ν_v (Kpa)	K_0	e_0
1500	0.597	45	100	0.597	0.972
γ (KN/m^3)	$\dot{\nu}_0$ (sec^{-1})	λh	k_n (cm/sec)	k_v (cm/sec)	W_0 (%)
18	0.1×10^{-6}	0.146	3.75×10^{-7}	3.75×10^{-7}	43

試驗方法은 $0.02\text{mm}/\text{min}$ 의 속도로 strain control 하였으며 이때 排水條件이 되어서 關隙水壓이 發生되지 않았다.

5.3 載荷試驗 結果와 FEM解析 考察

5.3.1 沈下·水平變位 및 極限支持力

Geotextile을 敷設한 경우에 Joint Element (接合要素)를 導入하여 數値解析한 結果와 實觀則值 및 Geotextile을 敷設하지 않을 경우의 變位の 實觀則值를 Fig.5.4, 5.5 및 5.6에 各各 나타냈다.

특히 Fig.5.6에는 다시 各 要素別로 變位 Vector가 나타나 있다. Geotextile을 敷設하게 되면 變位의 幅이 현저하게 감소된다.

또 Fig.5.7에는 極限 支持力을 나타냈다.

Geotextile을 敷設한 경우 觀測值와 數値解 사이의 差는 一致를 보이며 Geotextile에 의한 變形抑制 效果가 크다는 事實이 立證된다.

그리고 極限支持力은 無處理狀態에서 77kpa이었으며 Geotextile을 敷設하게 되면 1.5배에 가까운 115kpa까지 증가된다.

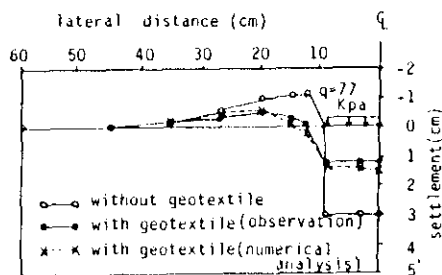


Fig.5.4 Settlement of surface

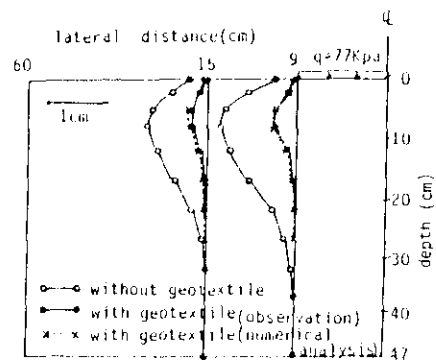


Fig.5.5 Lateral displacement at edge of model foundation

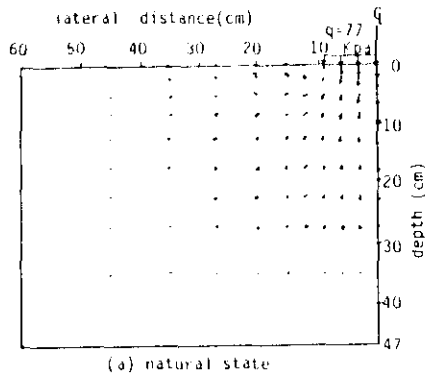


Fig. 5.6 Pattern of displacement

5.3.3 Geotextile의材質이地盤舉動에 미치는影響

相異한材質의 Geotextile이地盤舉動에 미치는影響을 알아보기 위하여 A, B 2種의 Geotextile (Table I)을使用한數值解析結果를 Fig. 5.9, 5.10, 5.11에 沈下, 測方變位,

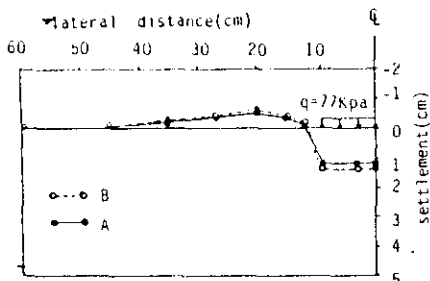


Fig. 5.9 Settlement calculated by FEM analysis

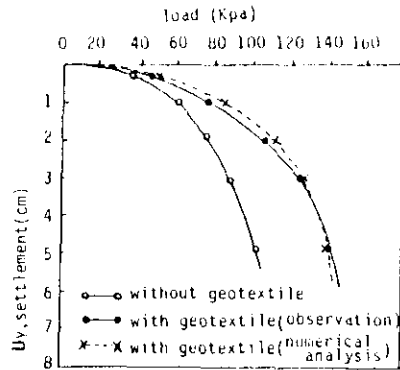


Fig. 5.7 Load-settlement relation

5.3.2 균열 Zone의 樣相

Fig. 5.8에는 剪斷破壞時에 形成된 Crack zone을 보인 것이다. Geotextile의 敷設如荷에 따라 變形 및 crack zone 크기에는 큰 差異가 있으나 그 樣相은 비슷하다.

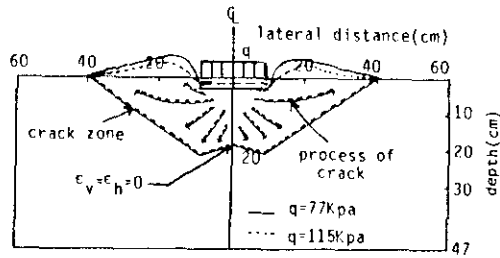


Fig. 5.8 The schematic diagram of crack zone at shear failure

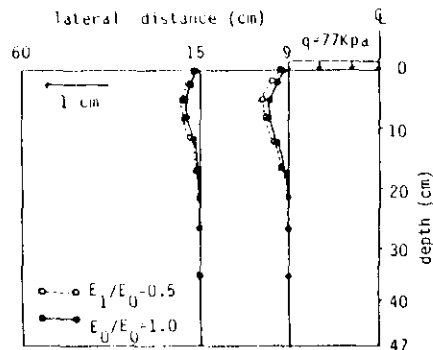


Fig. 5.10. Lateral displacement calculated by FEM analysis

極限支持力은 各各 나타냈다.

Fig.5.11에서 알 수 있는 바와 같이 本 研究에서는 支持力이 材料의 變形係수가 增加함에 따라 약간 增大되지만 支表面 沈下나 載荷板 Edge 部分의 側方變位는 거의 같은 값이다. 다만 數值解析의 경우 使用材料와 關係없이 큰 差異가 없다는 것이 밝혀졌으나 더 많은 試驗을 하여 實觀測值를 中心으로 結論을 지어야 할 것이다.

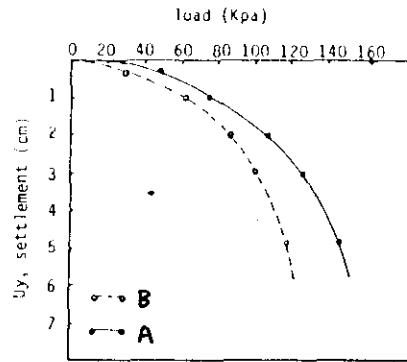


Fig.5.11 Load-settlement relation by FEM analysis

5.4 計算 例示에 대한 結果

2次元의 飽和된 粘土로 構成된 模型地盤의 地表面에 Geotextile을 敷設한 경우와 無處理 狀態에 施行한 模型平板載荷試驗을 通하여 實觀測值를 求하고 彈·粘塑性 model을 使用하여 數值解析을 함으로써 다음과 같은 結果를 얻었다.

1. 彈·粘塑性 model은 本 模型地盤의 變形解析에 適合하다고 判斷된다.
2. 沈下 및 側方變位가 Geotextile의 敷設로 인하여 현저하게 減小된다.
3. Geotextile의 敷設은 無處理狀態의 支持力을 크게 增加시킨다.
4. Geotextile의 相異에 따른 變形係數의 影響은 支持力을 除外하고 거의 없었다.

6. 結 論

앞에서 論議한 바와 같이 Biot 壓密論이 壓密現狀을 더 잘 表現하고 있지만 境界條件이 간단한 特殊한 경우를 除外하고는 平衡方程式과 連續條件을 結合한 聯立偏微分方程式의 解를 求한다는 것이 어려운 實情이었으나 1960年代 後半期에 이르러 大型 computer의 개발과 數值解析技法의 향상으로 인하여 거의 모든 多次元壓密에 이르기까지 近似解를 求할 수 있게 되었으며 한편 構成式에 있어서도 1960年代에 Roscoe와 Burland (1968) 등의 Cam-clay model을 嚆矢로 하여 종래에 土體를 線形彈性, 또는 非線形彈性으로 가정한 理論에서 벗어나 彈塑性model을 提案하여 通常의 圓筒三軸壓縮試驗으로부터 求한 土質定數를 利用하여 土體의 應力-變形率關係를 比較的 統一的이고 合理的으로 說明할 수 있는 계기를 이루었다고 하겠다.

그러나 二次壓密係數가 큰 흙에 있어서는 時間效果까지 감안하여 Creep 效果를 고려한 彈·粘塑性model을 構成式으로 選定함이 보다 實際에 가까운 變形을 豫測할 수 있다고 判斷된다. 本文의 경우에서도 模型地盤에 3~4種의 構成model을 適用하여 보았으나 그 중에서 彈·粘塑性model이 가장 實際觀測值에 近接하고 있음이 밝혀졌다.

그럼에도 各種의 土質定數가 壓密系解析全體에 미치는 영향이 크다는 것을 감안할 때 土質定數의 正確한 決定이 다시한번 強調되어야 할 것이며 또한 實際現場에서는 地盤의 Locality(局部性) 때문에 아무리 精巧한 構成model을 使用한 數值解析일지라도 엄밀한 變形推定을 한다는 것을 극복하기 어려운 壓密解析의 限界性이라고 느껴진다.

謝 辭 : 本 研究는 韓國科學財團의 支援하에 遂行된 것으로 同財團에 깊은 感謝를 드린다.

参 考 文 献

- Akai, K. & T. Tamura. 1978. Numerical analysis of multidimensional consolidation accompanied with elasto-plastic constitutive equation, JSCE. Vol.26. pp.95 ~ 104.
- Burland, J.B. 1965. The yielding dilation of clay. Correspondence. Geotechnique. Vol.15. pp.211~214.
- Christian, J. T. & J.W.Boehmer. 1970. Plane strain consolidation by finite elements. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division. ASCE. No.96. SM4. July. pp.1435~1457.
- Cryer, C.W. 1963. A comparison of the three-dimensional consolidation theories of Biot and Terzaghi. Quart. Journ. Mech. and Appl. Math. pp.401~412.
- Gibson, R.E. and K.Y.Lo 1961. A theory of consolidation for soils exhibiting secondary compression. Proc. NGI. No.41. Oslo.
- Gibson, R.E., R.L.Schiffman & S.L.Pu. 1970. Plane strain and axially symmetric consolidation of a clay layer on a smooth impervious base. Quart. J. Mech. Appl. Math. pp.23~4~505.
- Goodman, R.E., R.L.Taylor & T.L.Brekke. 1968. A model for the mechanics of jointed rock. Jour. of the Soil Mech. and Found. Divi. ASEC. Vol.94. No. SM3 : 637~654.
- Kang, K.S. 1988. An analysis of two-dimensional model foundation layer. Masters' Thesis in Engineering, Graduate School, Chonnam National University, Kwangju, Korea.
- Leeuw, D.E.H. 1965. The theory of three-dimensional consolidation applied to cylindrical bodies. Proc. 6th ICSM. No.1. p.287.
- McNamee, J. & R.E.Gibson. 1960. Plain strain and axially symmetric problems of the consolidation of a semi-infinite clay stratum. Q. Journ. Mech. Appl. Math. Vol.13. Part II.
- Mandel, J. 1953. Consolidation des Sols (etude mathematique Geotechnique. Vol.III. pp.287~299.
- Matsui, T. & N. Abe. 1981. Multi-dimensional elastoplastic consolidation analysis by finite element methods. Soils and Founds. Vol.21. No.1. pp.79~95.

- Park, B.K., M.S.Lee & J.S. Jeong. 1988. Restraint effects on deformation of soft foundation with geotextile. Proceedings of International Geotechnical Symposium, 88 Kyushu. pp.153~158.
- Roscoe, K.H. & J.B. Burland. 1968. On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay. Engineering Plasticity. Cambridge Univ. Press. pp.535~609.
- Roscoe, K.H. & H.B. Poorooshasb. 1963. A theoretical and experimental study of strain in triaxial tests on normally consolidated clays.
- Saitoh, K., T. Kimura, S. Takahashi, Y. Nagano & E. Katoh. 1985. Mechanical behavior of soft clay reinforced with geotextile with high elongation. Proceedings of Symposium on Geotextile, JSSMFE:1~6.
- Sandhu, R.S. & E.L. Wilson. 1969. Finite element analysis of seepage in elastic media. J. Eng. Mech. Division ASCE. Vol. 95. No. EM. 3. pp.641~652.
- Sekiguchi, H. & H. Ohta. 1977. Induced anisotropy and time dependency in clays. Proc. Speciality Session 9. 9th. ICSMFE. Tokyo. pp.229~238.
- Yamaoka, I., T. Nishigata & T. Yasuyuki. 1985. Model test and numerical analysis results on reinforcement of soft subgrade with geotextile. Proceedings of Symposium on Geotextile, JSSMFE:27~32.
- Yoshikuni, H. 1973. Multi-dimensional consolidation theory and its application to axial symmetric case. Ph. D. dissertation. Tokyo Technical College.
- Yoshikuni, H. & H. Nakanodo. 1974. Consolidation of soil by vertical drain wells with finite permeability. Soils and Foundations. Vol.14. No.2. pp.35~46.
- Zanten, R.V. (ed) 1986. Geotextile and geomembrane in civil engineering. John Wiley & Sons, New York, U.S.A.
- 田村 武. 1978. Biot の 壓密方程式에 관한 一考察. 土木學會 論文報告集 第 74 號. 6 月
- 太田秀樹. 木村 孟. 松尾 稔. 1981. 新體系 土工學. 19. 土の力學. 技報堂. pp.57~76.
- 山口柏村. 村上幸利. 1972. 有限粘土の 多次元壓密に ついて. 土木學會論文 報告集. 第 204 號.
- 三笠正人. 1963. 軟弱粘土の 壓密. 鹿島出版會.
- 朴炳基 · 鄭鎮燮 · 李汝樹 · 姜秉宜. 1983. 限界狀態概念에 의한 飽和粘土의 剪斷特性에 관한 研究. 大韓土木學會 論文集 3 卷 2 號.
- 鄭鎮燮. 1983. 飽和粘土의 應力-變形率에 관한 研究. 工學博士學位論文. 全南大學校 大學院.
- 姜秉宜. 1985. 彈塑性 Model 에 의한 複合軟弱地盤의 變形에 관한 數值解析. 工學博士學位論文. 全南大學校 大學院.
- 李鎮洙. 1988. Joint 要素를 利用한 改良軟弱地盤의 變形解析. 工學博士學位論文. 全南大學校 大學院.