

비선형 規則波의 굴절 및 회절 - 수치모델
Weakly nonlinear refraction-diffraction
of regular water waves- numerical model

蔡 璋 源 *
鄭 信 澤 **
李 達 秀 ***

1. 緒 論

국토가 좁고 천연자원이 부족한 우리나라에서는 沿岸域에 대한 효율적이고 종합적인 이용이 절실히 요구되고 있다. 이러한 연안개발사업의 수행을 위해서는 대상해역에서 波浪변형, 흐름, 퇴적물 이동 등의 현상을 이해하고 예측할 수 있어야 한다. 특히 淺海域에서의 파랑 변형은 設計波의 계산, 沿岸流에 의한 표사이동 및 해안선 변화 예측 등에 入力資料로 사용되므로 이에 대한 정확하고 효율적인 계산방법이 요구된다.

深海에서 발달된 파가 淺海로 전파해갈 때 불규칙한 해저지형 및 流(current)에 의해 파가 변형된다. 실험 또는 현장관측 결과에 의하면, 파의 에너지가 집중 또는 분산되는 해역에서는 파의 굴절만을 고려한 식을 사용하는 경우 파의 변형을 정확히 계산할 수 없다.

굴절, 회절 그리고 반사현상을 동시에 다룰 수 있는 일반적인 방법은 Berkhoff(1972)가 제안한 緩傾斜方程式을 이용하는 것이다. 이 식은 3차원 문제를 간략화하기 위해 海底面 경사가 완만하다는 조건하에서 연직방향으로 적분한 2차원 타원형식으로 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla \cdot (C_g \nabla \phi) + \omega^2 \frac{g}{C} \phi = 0 \quad (1)$$

여기서, $\phi(x, y)$ 는 수면 변동의 振幅 또는 波高의 평면분포를 나타내는 함수로서 속도 포텐셜에서 연직성분과 시간 인자를 분리한 것이다. C는 波速, C_g 는 群速度($=nc$), $n = 1/2(1 + 2kh/\sinh 2kh)$, ω 는 角周波數, h는 水深이다. 완경사의 가정은 실제로 그렇게 엄격한 편은 아니며, 이 식은 보통의 조건에 대해 工學的인 측면에서는 충분한 精度로 굴절, 회절, 반사 및 천수변형 효과를 고려할 수 있다. 식(1)은 有限要素法, 또는 有限差分法을 사용하여 풀 수 있는데 계산 시간이 많이 소요되므로 파장의 10배 이하 되는 海域에 효과적으로 적용할 수 있다.

Radder(1979)는 식(1)을 진행파와 반사파에 관한 방정식으로 분리하여 파의 진행방향에 대한 파의 특성 변화가 작다는 가정하에 진행파의 포물형 방정식을 유도하였다.

* 해양연구소 해양공학연구실 선임연구원
** 해양연구소 해양공학연구실 연구원
*** 해양연구소 해양공학연구실 선임연구원

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \left[ik - \frac{1}{2k(c_g)} \frac{\partial(k(c_g))}{\partial x} + \frac{i}{2k(c_g)} \frac{\partial}{\partial y} (c_g) \right] \phi \quad (2)$$

여기서 $k(x,y)$ 는 파수로서 $w^2 = gk \tanh(kh)$ 로부터 구해지며 $i = \sqrt{-1}$ 이다. 포물형 방정식은 Shoal과 같이 지형이 복잡한 경우에도 효과적으로 적용할 수 있다. 이는 진폭의 y 방향 변화를 위상 함수에 포함시킴으로써 실제 파고 분포에 가까운 값을 얻을 수 있다(Berkhoff et al., 1982). 또한 防波堤 배후에서 波의 회절 현상을 고려할 때도 타당한 결과를 준다.

최근에는 파의 비선형 효과 및 進行方向에 대한 계산 방법의 개선으로 포물형 방정식을 이용한 모델의 정확도와 적용범위가 확대되었다(Kirby, 1986). 이 식은 식(1)을 단순화한 것이므로 계산시간이 현저하게 적게 걸린다. 그러나 정확도를 높이기 위해서는 격자 간격이 파장의 1/4 보다 적어야하므로 넓은 海域에 적용하기 위해서는 많은 계산시간이 소요되며 지형이 복잡한 해역에 파가 경사지게 진행할 때는 약간의 오차를 포함하게 되는 근본적인 문제가 있다.

따라서 本研究에서는 대상해역이 넓고, 地形이 비교적 단순하며 Shoal 등의 영향에 의한 파의 굴절, 회절현상을 분석하기 위해 효율적이며 경제적인 수치모델을 수립하였다. 이 모델을 水理模型 實驗의 관측치와 계산치의 비교를 통해 검증하였으며, 실제 현상에도 적용하였다.

2. 基本理論

波의 運動을 지배하는 속도 포텐셜 $\Phi(x,y,z,t)$ 는 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\Phi(x,y,z,t) = \phi(x,y) f(z) e^{i\omega t} \quad (3)$$

$$\text{여기서,} \quad f(z) = \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh(kh)} \quad (4)$$

$\phi(x,y)$ 는 복소함수로서 振幅, $a(x,y)$ 와 振動을 나타내는 $S(x,y)$ 로 나타낼 수 있다.

$$\phi = a(x,y) e^{is(x,y)} \quad (5)$$

式(5)를 式(1)에 대입한 뒤, 실수부와 허수부를 각각 분리하면

$$|\nabla s|^2 = k^2 + \frac{\nabla \cdot (c_g \nabla a)}{c_g a} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot (E c_g / \omega) = 0 \quad (7)$$

여기서 E 는 波動에너지를 나타낸다.

특히, 波向線이 교차하는 Caustic에서는 파의 비선형 효과가 상당히 크므로 이의 효과를 고려하여 式(6)을 다음과 같이 나타낼 수 있다(科學技術處, 1987).

$$|\nabla S|^2 = k^2 + \frac{1}{a} \left\{ \nabla^2 a + \frac{1}{(c_g)} (\nabla a \cdot \nabla (c_g)) \right\} - \frac{2(\sigma^2 - \omega^2)}{(c_g)} \quad (8)$$

여기서 $\sigma^2 = gk \tanh \left(k \left(h + \frac{H}{2} \right) \right)$ (9)
 이며, 윗 식은 Hedges (1976)가 제안한 개략적인 식으로 H는 波高이다.

式 (8)의 右邊은 선형파 이론에서의 波數 k, 파봉선에서의 진폭 a의 구배를 포함하고 있는 회절항과 비선형항의 합으로 설명할 수 있다. 즉, 파가 모이는 곳에서는 회절항이 음의 부호를 가지므로 ∇S 가 작아지는데 이는 파속 c가 커져 이 곳의 파가 빨리 진행한다. 반대로 파가 분산되는 곳에서는 파가 느리게 진행한다. 또한 파의 비선형항도 회절항과 같이 상호적으로 파속에 영향을 준다. 이는 파의 회절현상을 이론적으로 간단하게 설명하며, 지형이 복잡한 곳에서는 굴절과 회절현상을 동시에 고려해야 정확한 파랑변형을 계산할 수 있음을 의미한다 (Dalrymple, 1987).

또 波의 理論에서 波數의 비회전성은

$$\nabla \times (\nabla S) = 0 \quad (10)$$

으로 표현된다. 따라서, 굴절과 회절 현상에 의해 변형된 波의 波高 및 波向은 式 (7), (8), (9), (10)을 이용하여 계산할 수 있다.

이러한 기본적인 계산방법은 Ebersole(1985)이 제시한 바 있으나 본 모델에서는 기본방정식에 비선형항을 포함시키고, 비교적 간단한 數值計算方法을 도입함으로써 모델결과의 정확도를 높였다.

3. 數值 計算

3.1 基本方程式의 差分化

좌표축은 x軸을 沿岸에서 深海 방향으로, y軸을 해안선을 따라 x축과 직교하게 잡는다. 계산 영역을 $\Delta x, \Delta y$ 의 격자망으로 구성하며 Variable을 격자의 중앙에서 정의한다. 기본식은 x방향으로 前方差分法, y방향으로는 中央差分法을 이용하여 差分化하였다. 差分化된 主要基本方程式은 다음과 같다.

$$|\nabla S|_{i,j}^2 = \frac{1}{a_{i,j}} \left\{ \frac{a_{i+1,j} + a_{i-1,j} - 2a_{i,j}}{\Delta x^2} + \frac{a_{i,j+1} + a_{i,j-1} - 2a_{i,j}}{\Delta y^2} \right. \quad (11)$$

$$\left. + \frac{1}{(CC_e)_{i,j}} \left[\left(\frac{a_{i+1,j} - a_{i,j}}{\Delta x} \right) \left(\frac{(CC_e)_{i+1,j} - (CC_e)_{i,j}}{\Delta x} \right) \right. \right.$$

$$\left. + \left(\frac{a_{i,j+1} - a_{i,j-1}}{2\Delta y} \right) \left(\frac{(CC_e)_{i,j+1} - (CC_e)_{i,j-1}}{2\Delta y} \right) \right]$$

$$+ k_{i,j}^2 - 2 \left(\frac{\sigma^2 - \omega^2}{CC_e} \right)_{i,j}$$

$$a_{i,j}^2 = \frac{1}{(CC_e |\nabla S| \cos \theta)_{i,j}} \left\{ \tau (a^2 CC_e |\nabla S| \cos \theta)_{i+1,j-1} + (1 - 2\tau) \right. \quad (12)$$

$$\left. (a^2 CC_e |\nabla S| \cos \theta)_{i+1,j} + \tau (a^2 CC_e |\nabla S| \cos \theta)_{i+1,j+1} \right.$$

$$\left. + \frac{\Delta x}{2\Delta y} \left[(a^2 CC_e |\nabla S| \sin \theta)_{i,j+1} - (a^2 CC_e |\nabla S| \sin \theta)_{i,j-1} \right] \right\}$$

$$\theta_{i,j} = \sin^{-1} \left\{ \frac{1}{|\nabla S|_{i,j}} \left[\tau (|\nabla S| \sin \theta)_{i+1,j-1} + (1-2\tau) \right. \right. \quad (13)$$

$$\left. \left. (|\nabla S| \sin \theta)_{i+1,j} + \tau (|\nabla S| \sin \theta)_{i+1,j+1} - \frac{d_x}{2} \frac{\partial x}{\partial y} \right. \right.$$

$$\left. \left. ((|\nabla S| \cos \theta)_{i,j+1} - (|\nabla S| \cos \theta)_{i,j-1}) \right] \right\}$$

여기서 τ 는 Abbott's dissipative interface scheme 의 Weighting factor 로서 0.2 를 취했다.

3.2 初期値와 境界條件

계산을 위한 入力資料로서는 모델 영역내의 모든 격자점에 水深을 정의하고, 심해경계면에서는 진입파의 파고 H_0 , 파향 θ_0 와 주기 T 를 入力시킨다. 이 자료와 波의 분산식을 이용하여 波數 k 를 계산하고, 이로부터, C , C_g 를 각 격자점에서 구한다. 그 다음 Snell's law 를 이용 波向 θ 와 波高 H 를 계산한다. 다음에 굴절과 천수효과만을 고려한 式(14), (15), (16)을 이용하여 계산한 값을 式(7), (8), (10)의 初期値로 사용한다. 여기서 회절과 비선형 효과를 제외한 식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot (a^2 (gk)) = 0 \quad (14)$$

$$\nabla \times k = 0 \quad (15)$$

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \quad (16)$$

주요 계산 순서는 다음과 같다.

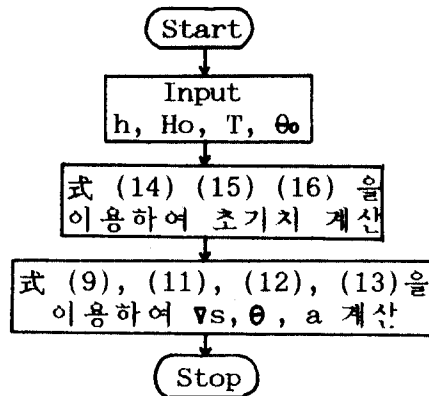


그림 1. 계산의 유봉도

이러한 계산과정을 深海쪽 경계에서 부터 시작하여 海岸에 도달할 때 까지 각 행에 대해 수행한다. 각 행에서의 계산은 다음 조건이 만족될 때 까지 반복 시행한다.

$$\frac{|X_{old} - X_{new}|}{X_{new}} \leq 0.005 \quad (17)$$

각 격자점에서 波高가 계산되면 碎波高와 비교하여 쇄파여부를 검토한다. 쇄파 조건식으로는 계산의 편의상 다음식을 이용하였다.

$$H_b = 0.78 h_b \quad (18)$$

여기서 H_b 는 쇄파고, h_b 는 쇄파가 일어나는 지점의 水深이다. 본 모델에서 육상경계면에서의 파는 완전히 소멸되고, 모델의 양측 개방경계면에서는 반사되지 않고 Transmitted되는 것으로 간주하였다.

4. 모델 檢證

수립된 모델 Scheme 의 적합성, 精度와 경계조건의 처리 등에 관한 검증을 위해 Ito and Tanimoto (1972) 와 Berkhoff et al. (1982) 의 水理模型 實驗 資料를 이용하였다.

4.1 Circular shoal 實驗

Ito and Tanimoto (1972) 는 수리모형실험을 통하여 波가 球面上的 Shoal을 전파할 때 생기는 파향선의 집중현상과 波高의 평면적인 분포를 분석하고, 수치 모델을 개발하여 실험 결과와 비교하였다. 수리모형 실험의 제원은 그림 2 와 같으며, 본 모델에 대한 주요 입력 자료 및 계산조건은 다음과 같다.

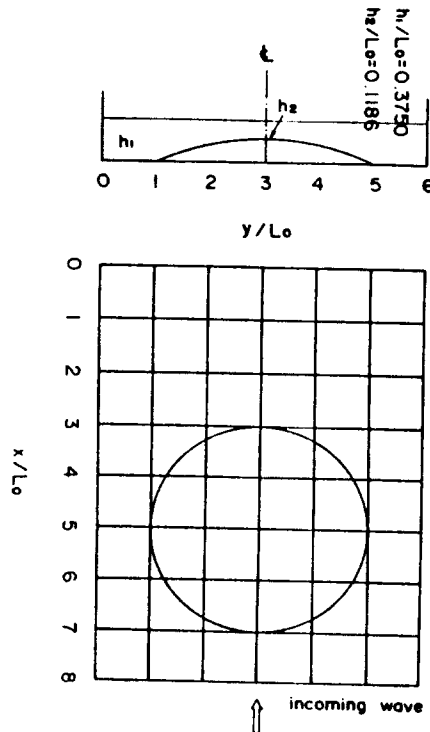


그림 2. Experimental configuration (Ito and Tanimoto, 1972).

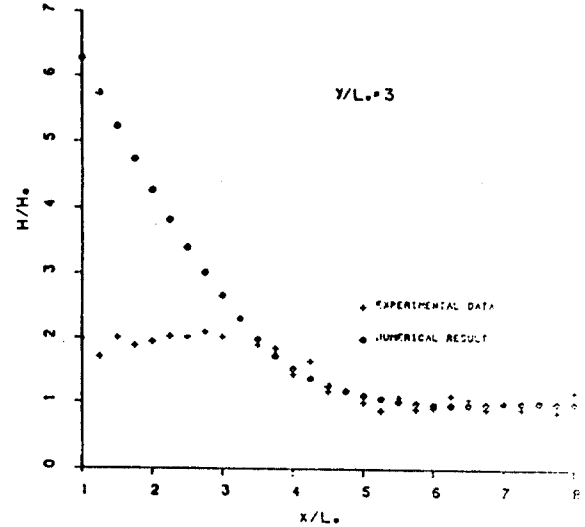
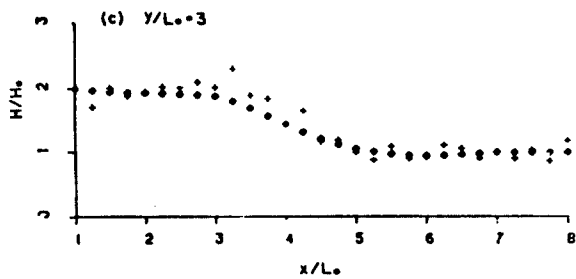
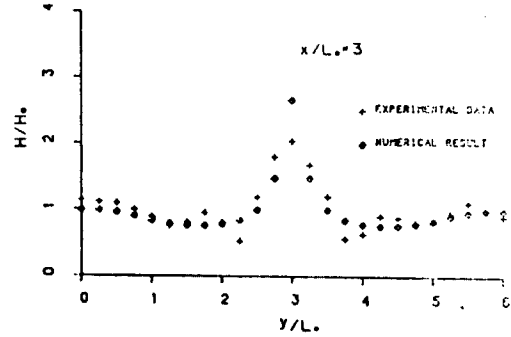
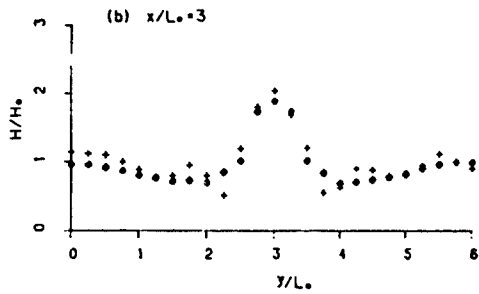
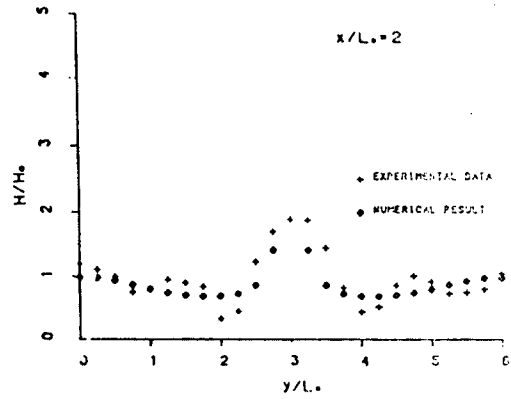
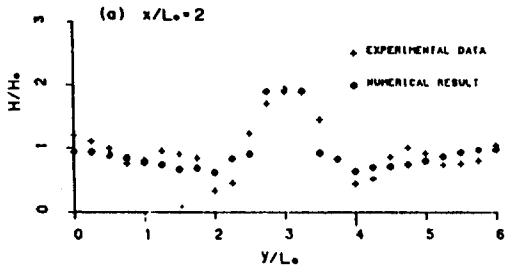


그림 3(a). Comparison of the present model results and laboratory data in a circular shoal.

그림 3(b). Comparison of the refraction model results and laboratory data in a circular shoal.

水深 : $h_1 = 15\text{cm}$, $h_2 = 5\text{cm}$
 入射波 : 波長 (L_0) = 40cm, 波高 (H_0) = 1.0cm
 週期 (T) = 0.51095 초, 波向 (θ_0) : y 축에 직각
 差分間隔 : $\Delta x = \Delta y = 10\text{cm}$

위의 계산조건으로 계산한 결과, 실험치와 매우 근사한 결과를 얻을 수 있다(그림 3(a)). 굴절 현상만을 고려했을 경우, Shoal 윗 부분에서 파향선이 교차하여 波高는 크게 증가한다 (그림 3(b)). 그러나 이는 실제 현상과 다르며 파의 에너지 분산 (회절 및 비선형) 효과로 파고가 비교적 완만하게 분포된다.

4.2 Elliptic shoal 實驗

Berkhoff et al. (1982)은 海底 지형이 복잡한 곳에서의 규칙파의 변형을 분석하고 포물형 파동 방정식 (Parabolic wave equation) 의 모델을 검증하기 위해 수리모형 실험을 실시하였다. 水深은 그림 4(b)에서 보는 바와 같이 타원형의 Shoal이 경사가 1/50 인 평면상에 놓여있으며 等水深線은 그림 4(a)에서 사선으로 표시되었다. 주요 입력 자료 및 계산조건은 다음과 같다.

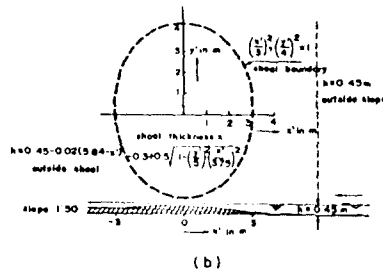
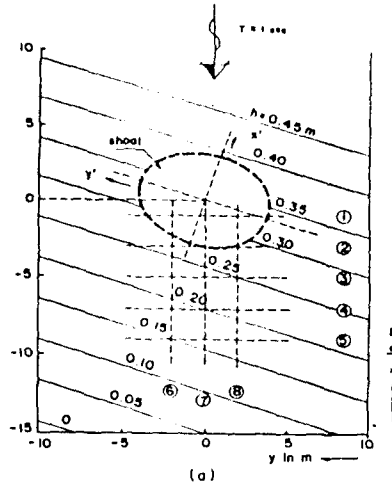


그림 4. Bottom configuration of hydraulic model (Berkhoff et al., 1982).

入射波 : 파장 (Lo) = 1.56m, 파고 (Ho) = 0.0464m
 주기 (T) = 1.0초, 파향 (θo) : y 축에 직각
 차분간격 : Δx = Δy = 0.5m

모델 결과와 실험치를 그림 6 에서 비교하였다. 또한 그림 5 는 파고의 공간 분포를 나타낸다. 이로부터 본 모델은 파고의 변화를 전반적으로 상당히 정확하게 계산할 수 있음을 확인하였다.

5. 모델 적용

본 모델을 浦項港 입구에서의 파랑상태를 예측하기 위해 迎日灣에 적용하였다 (建設部, 1987). 모델 해역(그림 7) 을 정사각형의 격자망 (Δx = Δy = 500 m) 으로 구성하였는데 격자점의 수는 4225 개 (65x65) 이다. 深海波浪條件으로 너울 형태의 파와 폭풍파의 에너지 밀도가 큰 주기로서 12초, 14초와 15초 그리고 波向은 NE와 ENE를 갖는 규칙파를 가정하였다. 계산결과를 보면 포항항 입구에 큰 파랑을 발생시키는 심해파의 파향은 NE 이다. 파향 ENE의 경우는 대부분 영일만의 측면 해안에 큰 파랑을 발생시킨다. 파랑 주기가 클수록 만의 입구의 Shoal 에 의해 영향을 크게 받아 파향선의 집중현상으로 파의 에너지가 증가된다. 이곳의 파는 파향이 等水深線과 거의 직각을 이루면서 영일만의 중심선을 따라 항의 외곽 방파제를 향해 전파해온다 (그림 8). 각 深海波 조건에 대한 포항항 입구에서의 파랑 상태는 아래와 같다.

深 海 波			淺 海 波			비 고
波 向	週 期 (sec)	波 高 (m)	波 向	K _s . K _R . K _D		
NE	12	7.0	N 47° E	0.87	심해설계파 폭풍파 " " "	
(N 45° E)	12	8.4	N 48° E	0.90		
	14	8.4	N 52.6° E	0.92		
	15	5.5	N 51° E	0.90		
ENE	12	8.4	N 45.7° E	0.26		

본 연구에 의해 얻어진 항 입구에서의 설계파의 波向은 N 47° E 로서 파의 굴절 및 전수효과만을 고려한 방파제 선단의 設計波向 N 40° E 보다 약 7° 정도 동쪽으로 향하여 항내의 파고 분포에 상당한 영향을 줄 것이다.

6. 結 論

波浪의 굴절 및 회절, 비선형 효과등을 고려하여 파의 전파현상을 재현할 수 있는 수치모델을 수립하여 水理模型實驗結果와 비교검증하였다. 본 모델은 넓은 해역에서의 파랑상태를 예측하는데는 他 모델에 비해 매우 경제적이며 海底地形이 비교적 복잡한 경우에도 정확도 또한 높다. 앞으로 본 모델을 改善 및 확장해야 할 점은 다음과 같다.

- 1) 경사진 해안에 설치된 돌제 주위의 波高變化와 이안제 주위의 파고변화 계산 (반사, 회절 및 굴절의 효과 分析)
- 2) 沿岸에서 流 (海. 潮流 및 沿岸流 등) 와 海底地形에 의한 파의

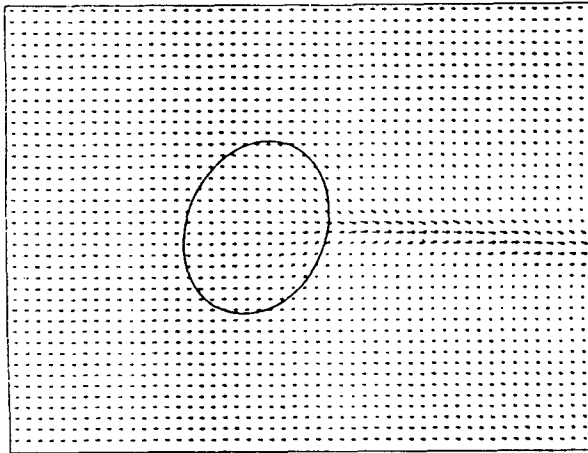


그림 5. Computed wave heights and directions over an elliptic shoal using the present model.

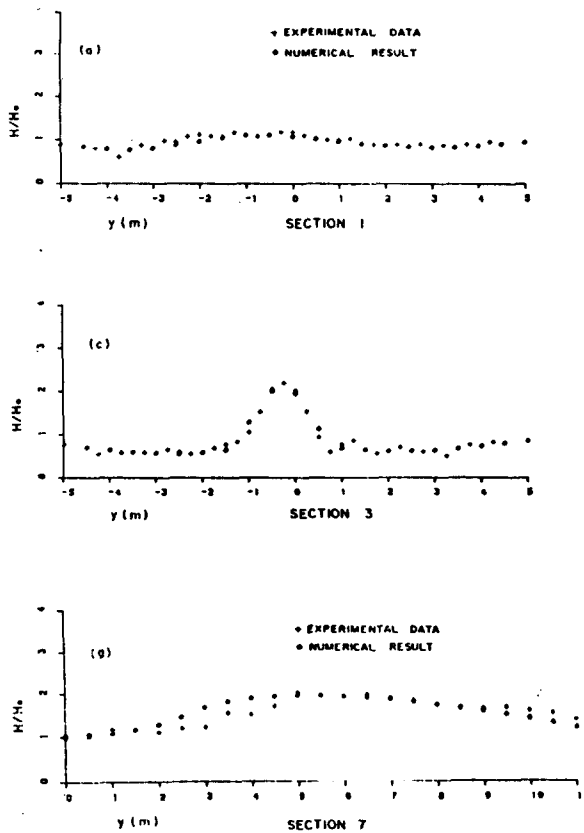


그림 6. Comparison of the present model results and laboratory data in an elliptic shoal.

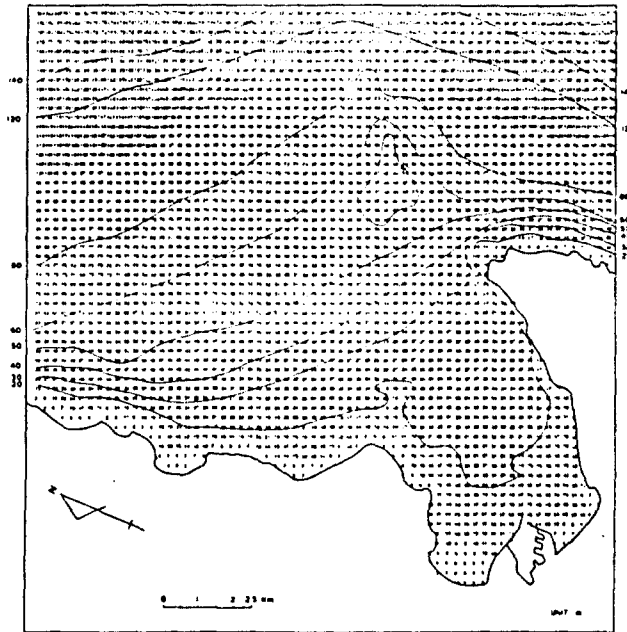


그림 7. Water depth and contour lines at Pohang.

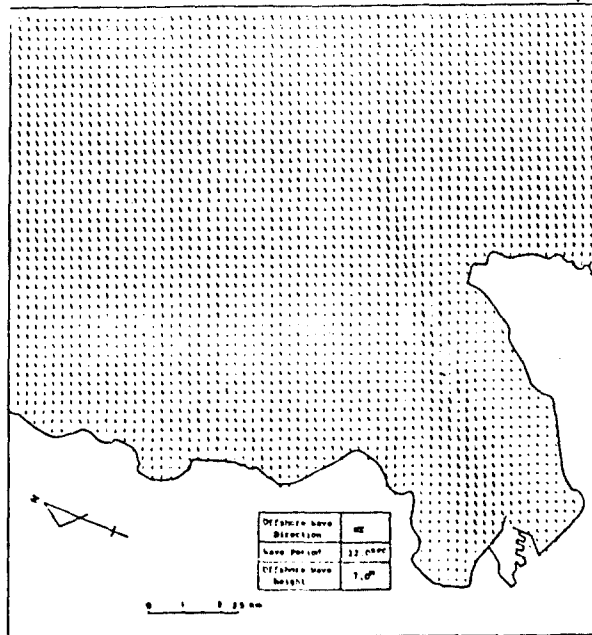


그림 8. Computed wave direction and height ratio to deep water wave height (NE, 12.0sec).

- 굴절, 회절 현상을 포함하도록 모델의 확장
- 3) 해안에서 파의 Friction, Bottom motion 과 쇄파에 의한 에너지 감쇄 현상의 포함
 - 4) 不規則波의 굴절, 회절 현상의 포함.

謝 辭

本 研究는 1987년도 海洋研究所의 정부특정연구사업인 "해안구조물 適正設計條件 결정기법의 體系化 研究"의 일환으로 수행된 것임을 밝혀두며, 모델수립과정에서 여러면으로 도움을 주신 해양공학실원 여러분께 감사드립니다.

參 考 文 獻

- 建設部. 1987. 浦項新港 波浪調査 및 모델實驗 用役 報告書.
 科學技術處. 1987. 해안구조물 適正設計條件 결정기법의 體系化 研究.
- Abbott, M.B. 1979. Computational hydraulics, elements of the theory of free surface flows. Pitman, London.
- Berkhoff, J.C.W. 1972. Computatoin of combined refractoin-diffraction. Proc. 13th Conf. Coastal Eng., ASCE. 1 : 471-490.
- Berkhoff, J.C.W., N. Booy and A.C. Radder. 1982. Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear water waves. Coastal Eng., 6 : 255-279.
- Dalrymple, R.A. 1987. Personal communication on water wave diffraction.
- Ebersole, B.A. 1985. Refraction-diffraction model for linear water waves. J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE, 111(6) : 939-953.
- Hedges, T.S. 1976. An empirical modification of linear wave theory. Proc. Inst. Civ. Eng., 61 : 575-579.
- Ito, Y. and K. Tanimoto. 1972. A method of numerical analysis of wave propagation-Application of wave refraction and diffraction. Proc. 13th Conf. Coastal Eng., ASCE, Chap. 26.
- Kirby, J.T. 1986. Rational approximations in the parabolic equation method for water waves. Coastal Eng., 10 : 355-378.
- Radder, A.C. 1979. On the parabolic equation method for water-wave propagation. J. Fluid Mech., 95 : 159-176.