

김 광태 최 중락 김 영수
진 해 기 계 창

Analysis to design optimal controller for the gun servo system with known firing disturbance.

Kwang-Tae Kim, Joong-Lak Choi, Yong-Su Kim
Chinhae Machine Depot

Abstract

In this paper, the problem of regulation in the presence of a known firing disturbance is considered.

We show how one can apply a disturbance-utilizing control(DUC) theory to a actual gun servo model.

Applied disturbance-utilizing control theory is established by combining LQ regulator and reduced order observer in the discrete time domain.

To see the performance of the applied method, computer simulation results are given.

1. 서 론

현재 사용중인 대부분의 화기시스템은 고전적 제어방식을 도입한 아날로그 회로로 구성된 서어보 시스템이다. 이러한 시스템은 간단한 이론의 적용으로도 빠른 응답특성과 비교적 만족할 만한 결과를 가져왔다. 그러나 발사시 외란은 시스템에 미치는 다른 교란 입력과는 달리 크기가 크고 낮은 주파수 대역을 차지하여 연속사격을 시행하는 화기시스템의 제어 오차를 발생시켜 성능이 저하되는 요인이 될 수 있다. 본 논문에서는 이러한 외란토크 영향을 최소화 하기 위해 축소차 관측기를 설계하고 좋은 추적성능을 부여하기 위해 LQ 조절기로 제어를 설계한다.^[1-3] 이러한 현대제어 알고리즘은 아날로그 보다 디지털로 쉽게 구현할 수 있으므로 이산화 모델로 제어를 구성,^[4-5] 실제 서어보시스템을 모델로 시뮬레이션하여 제어성능을 분석한다.

2. 본 론

2-1. 시스템 모델링

가. 플랜트 모델링

발사시 외란은 부하관성이 큰 선회보다는 고각에 더큰 영향을 미치므로 여기서는 고각 축에 대한 모델링만 수행한다.

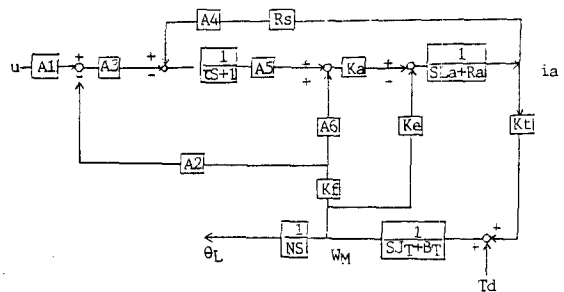


그림 1. 서어보 시스템 전달함수 구성도
Fig.1 Servo system block diagram

위의 플랜트 모델을 간략하게하여 전달함수 G(s) 를 얻는다.

$$G(s) = \frac{\theta_L(s)}{U(s)} = \frac{b}{s(s+a)} \quad (1)$$

$$a = \frac{B_T}{J_T} + \frac{A_2 A_3 K_t K_f}{A_4 R_2 J_T}, \quad b = \frac{A_1 A_3 K_t}{A_4 R_2 J_T N}$$

(1) 식으로부터 상태 방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1' \\ \dot{X}_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1' \\ X_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \cdot N \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} T_d \quad (2)$$

X1' : 부하의 위치

X2' : 모터의 속도

나. 외란 토크 모델링

발사시 외란은 측정이 곤란하고 모델링 하기도 힘들지만 사격시 발생하는 교란입력의 크기가 거의 같고 연속사격시 사격주기가 같으므로 펄스토크인이나 정현파로 고려할수 있다.

본 논문에서는 외란토크 잡음 Td 를 주퇴토크 (Recoil Torque) 로 고려하고 정현파로 모델링

한다.

$$\ddot{r} + \omega_n^2 r = 0 \quad (3)$$

(3) 식을 이용하여 상태방정식을 만들면 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \ddot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (4)$$

r : Recoil Torque
 \dot{r} : Recoil Torque Rate

2-2. 제어기 설계

앞에서 얻은 (2) 식은 추적서어보 시스템을 구성하게 되므로 추적모델 (Tracking Model)을 조절기 모델 (Regulator Model)로 수정한다.^[6-7]

조절기 모델을 만들기 위해 다음과 같은

새로운 상태변수를 정의한다.

$$X1(t) = Xr(t) - X1'(t) \quad (5)$$

$$X2(t) = N.Vr - X2'(t)$$

$$Xr(t) = Xr + Vrt$$

= 계단입력과 경사입력의 합

(5) 식에서 새로이 정의된 상태변수를 갖고

다음의 조절기 모델을 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X1}(t) \\ \dot{X2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{N} \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X1(t) \\ X2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b.N \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 0 \\ a.N \end{bmatrix} Vr + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{Jt} \end{bmatrix} Td \quad (6)$$

가. 제어법칙 유도

지금까지의 식들을 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{X}s = A_s X_s + B_s U + F_s Vr + D_s Td \quad (7-a)$$

$$Td = Hd Xd \quad (7-b)$$

$$\dot{X}d = Ad Xd \quad (7-c)$$

$$X_s = [X1, X2]^T \quad X_d = [x, \dot{r}]^T$$

$$A_s = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{N} \\ 0 & -a \end{bmatrix}, \quad B_s = \begin{bmatrix} 0 \\ -b.N \end{bmatrix}, \quad F_s = \begin{bmatrix} 0 \\ a.N \end{bmatrix}$$

$$D_s = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{Jt} \end{bmatrix}, \quad Hd = [1 \ 0], \quad Ad = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & 0 \end{bmatrix}$$

윗식을 등가 이산화 시키면 식 (8)과 같이 된다.

$$X_s(k+1) = \Phi_s X_s(k) + \Gamma_s U(k) + FVr(k) + D.Td(k) \quad (8-a)$$

$$Td(k) = Hd Xd(k) \quad (8-b)$$

$$Xd(k+1) = \Phi_d Xd(k) \quad (8-c)$$

$$\Gamma_s = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} f1 \\ f2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} d1 \\ d2 \end{bmatrix}$$

이때 제어입력 $U(k)$ 를 정의하고 관련식을 유도하면 아래와 같다.

$$U(k) = U_{fb}(k) + U_{ff}(k) \quad (9-a)$$

$U_{fb}(k)$: Feedback Control

$U_{ff}(k)$: Feedforward Control

$$\Gamma_s U_{ff}(k) + F.Vr(k) = 0 \quad (9-b)$$

$$U_{ff}(k) = \frac{f2}{\Gamma_2} Vr(k) = G3Vr(k) \quad (9-c)$$

식 (9-b)를 식 (8-a)에 대입하면 식 (10)과 같이 된다.

$$X_s(k+1) = \Phi_s X_s(k) + \Gamma_s U_{fb}(k) + D.Td(k) \quad (10)$$

$X_s(k)$ 와 $X_d(k)$ 를 합성해서 새로운 상태

방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} X_s(k+1) \\ X_d(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_s & D.Hd \\ 0 & \Phi_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_s(k) \\ X_d(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_s \\ 0 \end{bmatrix} U_{fb}(k) \quad (11-a)$$

$$X(k+1) = \Phi X(k) + \Gamma U_{fb}(k) \quad (11-b)$$

$$X(k) = [X_s(k) \ X_d(k)]^T$$

식 (11)이 가제어성 (Controllability)을 만족

할때 다음과 같은 성능지수 J_d 를 최소화 하는

제어입력 $U_{fb}(k)$ 가 존재하게 된다.

$$J_d = \sum_{k=0}^{\infty} [X^T(k) Q_d X(k) + 2X^T(k) S_d U_{fb}(k) + U_{fb}^T(k) R_d U_{fb}(k)] \quad (12)$$

$$Q_d \geq 0, \quad R_d > 0$$

$$U_{fb}(k) = -(R_d + \Gamma^T K_d \Gamma)^{-1} (\Gamma^T K_d \Phi + S_d^T) X(k)$$

$$= -[G1 \ G2] X(k) \quad (13)$$

따라서 식 (9-c)와 식 (13)을 식 (9-a)에 대입하여 완전한 제어입력을 구하면 식 (14)와 같이 되어 준다.

$$U(k) = -G1 X_s(k) - G2 X_d(k) + G3 Vr(k) \quad (14)$$

나. 관측기 설계

측정 곤란한 외란토크의 상태변수 $X_d(k)$ 를

추정하기 위해 다음의 축소차 관측기를 이용한다.

$$Z(k+1) = (\Phi_d - L.D.Hd)Z(k) + [(\Phi_d - L.D.Hd)L - L\Phi_s] Y(k) - L\Gamma_s U_{fb}(k) \quad (15)$$

여기서 $Y(k)$ 는 측정 가능한 상태변수이다.

$$Y(k) = [I \ 0] X(k)$$

식 (11-a)와 식 (16)으로부터 가관측성

(Observability)이 만족되면 아래식에서

안정한 영역의 근을 갖도록 임의의 L 을

선택할 수 있다.

$$\det |ZI - \Phi_d + L.D.Hd| = 0 \quad (17)$$

결국 추정된 외란토크의 상태변수 $\hat{X}_d(k)$ 는

식 (18)과 같이되며 외란토크 관측기 구성도는

그림 2.와 같다.

$$\hat{X}_d(k) = LY(k) + Z(k) \quad (18)$$

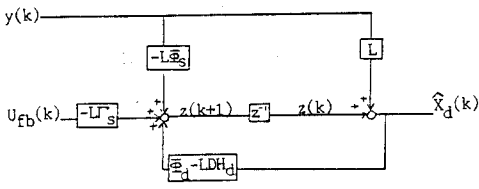


그림2. 외란 토크 관측기

Fig. 2 Disturbance Torque Observer

3. 컴퓨터 시뮬레이션

식 (11-b)를 연속시간계로 표현하면 식 (19)가 되고 성능지수 J 는 식 (20)과 같다.

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU_f(t) \quad (19)$$

$$J = \int_0^{\infty} [X^T Q X + U_{fb}^T R U_{fb}] dt \quad (20)$$

가중행렬 $Q = \text{diag} [1 \ 0 \ 0 \ 0]$, $R = 5 \times 10^{-4}$

으로 하여 S_d , R_d , Q_d 를 계산, 최적제어 이득 G 를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$Q_d = \int_0^{\infty} e^{A^T t} A^T Q_e e^{A t} dt$$

$$R_d = \int_0^{\infty} [R + \Gamma^T Q \Gamma] dt$$

$$S_d = \int_0^{\infty} e^{A^T t} Q \Gamma dt$$

$$G = [-42.74, -0.19 \times 10^{-2}, 0.60 \times 10^{-2}, 0.64 \times 10^{-3}]$$

이때 관측기의 극점을 변화시키면서 Closed Loop System 에 대한 응답이 그림 3에서 그림 5에 나타나 있다.

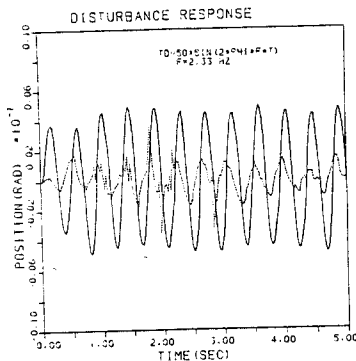


그림3. 서어보 위치 응답 (관측기 극점-120.4)

Fig.3. servo system position response
(Observer pole:-120.4)

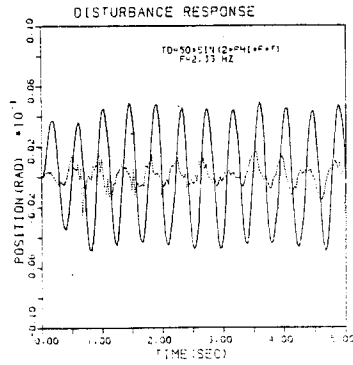


그림4. 서어보 위치 응답(관측기 극점:-34.6±j78.5)

Fig.4. Servo system position response

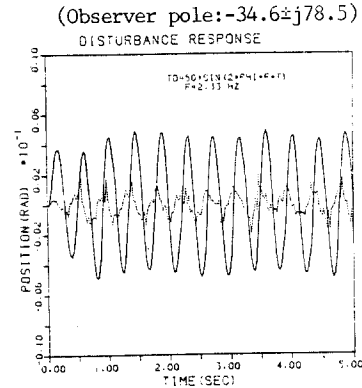


그림5. 서어보 위치 응답(관측기 극점:-15.18 ±j94.83)

Fig. 5. Servo system position response

(Observer pole:-15.18±j94.83)

그리고 주파수 영역에서 외란토크에 대한 억압효과를 분석하기 위한 관련식 (22)와 결과는 그림 6에 나타나 보였으며 사격주파수에 해당되는 부위에 Notch 효과로써 억압효과를 보여준다.

$$\frac{X1(s)}{Td(s)} = Co [SI - ACL]^{-1} b_t \quad (22)$$

$$Co = [1 : 0]$$

$$b_t = [0, -\frac{1}{Jt}, 0, 1 \times 4]^T$$

$$ACL = \frac{1}{\Delta T} \ln \Phi_{CL}$$

$$\Phi_{CL} = \begin{bmatrix} \Phi - \Gamma GA_y C - \Gamma^T GA_z \\ A2C - A3GA_y C \quad A1 - A3GA_z \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_s & DHd \\ 0 & \Phi_d \end{bmatrix} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [1 : 0]$$

$$A1 = \Phi_d - LDHd, \quad A2 = (\Phi_d - LDHd)L - L\Phi_s$$

$$A3 = -L\Gamma_s, \quad Ay = \begin{bmatrix} I \\ L \end{bmatrix}, \quad Az = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

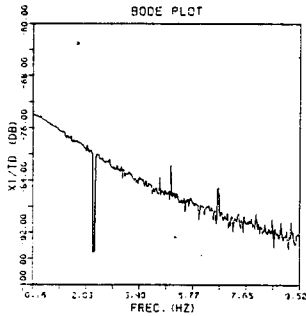


그림 6. 외란 토크의 주파수 응답특성

Fig. 6. Bode plot of θ_1/T_d

4. 결 론

서어보 메카니즘에 외란토크가 작용할 때 이 영향을 최소화 하는 방법으로 LQ 조절기와 관측기 이론을 이용하여 이산화 모델로 제어 알고리즘을 얻어 실제 서어보 시스템을 모델로 하여 시뮬레이션 해본결과 양호한 제어성능을 얻을 수 있었다.

그러나 실제 시스템에 적용, 구현하기 위해 서는 외란토크에 대한 좀더 정확한 모델링이 수반되어야 하고, 관측기의 초기조건 설정이 중요하다. 외란토크를 측정하여 제어할 경우에는 측정센서와 방법에 관해 좀더 많은 연구가 필요하다.

5. 참 고 문 헌

1. John O'Reilly, "Minimal order observers for discrete-time linear systems with unmeasurable disturbances," INT.J. Control, VOL.29, NO.3, pp429-434, 1979.
2. C.D. Jhonson, "Disturbance-utilizing controllers for noisy measurements and disturbances," INT.J. Control, VOL.39, NO.5, pp859-868, 1984.
3. N. Coleman and K. Lee, "Application of modern control theory to the design of a HELICOPTER TURRET CONTROL SYSTEM," U.S. Army Armament Research and Development Command, DRDAR-SCF-CC.
4. N. Coleman, E. Carrol, and R. Johnson, "Microprocessor-based optimal controllers for A HELICOPTER TURRET CONTROL SYSTEM," U.S. Army Armament Research and Development Command, DRDAR-SCF-CC.
5. J. Korn, E. Carrol, R. Johnson and B. Kullack,

- "Microcomputer Implementation of Control Algorithms for weapon Pointing and Stabilization," Proceedings of the 1981 Army Numerical Analysis and Computers Conference, April 1981.
6. C.D. Jhonson, "Accommodation of External Disturbances in Linear Regulator and Servomechanism Problems," IEEE-AC., VOL. AC-16, pp635-644, Dec., 1971.
 7. D.G. Luenberg, "An Introduction to Observers," IEEE-AC, VOL. AC-16, pp596-602, Dec., 1971.