

SDINS의 영속도 보정 칼만필터 설계

○박홍원*, 정태호*, 박찬빈* 이장규**
 * 대전기계장 ** 서울대학교

Design and Performance Analysis of a Zero-velocity Update Kalman Filter for SDINS

H.W. Park, T.H. Chung, C.B. Park and J.G. Lee
 Daejeon Machine Depot Seoul National University

Abstract

In this paper, a zero-velocity update technique to improve navigation accuracy of a SDINS(Strapdown Inertial Navigation System) has been studied. An indirect feed-back Kalman filter which includes SDINS error equations based on a quaternion between body-fixed frame and local level navigation frame is employed for processing zero-velocity updates in an on-board navigation filter. Simulation results for land-mobile vehicle show that the zero-velocity update technique make a significant contribution to improving SDINS performance without any external aids.

1. 서 론

관성항법장치(INS)는 항법에 필요한 정보를 외부 장치의 도움없이 연속적으로 제공 가능하지만 사용시간이 증가함에 따라 수평축 위치오차는 슬러 주기를 가지고 증가하며 고도오차는 기하급수적으로 증가하는 특성이 있다. 이러한 INS의 성능을 증진시키기 위한 방안으로는 외부의 보조장치를 사용하는 보정항법(Aided Navigation)이 개발되어 널리 응용되고 있는데,^[1] 보조장치를 사용하지 않는 방법으로 운반체가 정지했을 때의 INS 속도오차를 근거로 항법오차를 추정하여 교정해주는 영속도 보정기법이 있다. 영속도 보정기법은 운행중 주기적으로 운반체를 정지시켜야 하는 단점이 있으나 김블형 INS에 적용하여 신속하고 정확한(6시간 사용시의 위치오차: 20m, 고도오차: 10m, 방위각: 1mil)^[2] 자동측지장치에 응용되고 있으며^[3] 최근에는 레이저 자이로를 이용한 SDINS

에도 발전적으로 적용되는 추세에 있다.^[4]

본 논문에서는 SDINS의 영속도 보정 칼만필터를 설계하고 시뮬레이션에 의하여 지상차량 주행궤도에 대한 알고리즘의 특성 및 성능을 분석하였다.

2. 영속도 보정 칼만필터 이론

2.1 Quaternion을 이용한 SDINS 오차방정식

종래에는 SDINS의 해석안정대(analytic platform) 좌표계와 항법좌표계 사이의 미소변위각으로 SDINS 오차방정식을 표시하여 왔는데,^[5-7] 본 논문에서는 자세계산시 quaternion 알고리즘을 사용하고 있는 시스템에 적합하도록 최근에 연구 발표되고 있는^[8,9] quaternion 오차로 표시한 오차방정식을 사용하였다. Local-level 항법좌표계에 대한 운반체의 자세를 얻기 위한 매개변수로 quaternion Q를 사용하는 경우 다음과 같이 quaternion 미분방정식에 섭동(perturbation) 방법을 적용하여 SDINS의 자세 오차방정식을 얻는다.^[9,10]

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} [w_{ib}^b] \delta Q - \frac{1}{2} [w_{in}^n] \delta Q + \frac{1}{2} Q (\delta w_{ib}^b - \frac{1}{2} R(q) \delta w_{in}^n) \quad (1)$$

여기서

$$[w_{ib}^b] = \begin{bmatrix} 0 & -w_x & -w_y & -w_z \\ w_x & 0 & w_z & -w_y \\ w_y & -w_z & 0 & w_x \\ w_z & w_y & -w_x & 0 \end{bmatrix}, \quad [w_{in}^n] = \begin{bmatrix} 0 & -w_N & -w_E & -w_D \\ w_N & 0 & -w_D & w_E \\ w_E & w_D & 0 & -w_N \\ w_D & -w_E & w_N & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q(q) = \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix}, \quad R(q) = \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & q_3 & -q_2 \\ -q_3 & q_0 & q_1 \\ q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

식(1)에서 동체좌표계에서의 각속도 측정오차 δW_{ib}^b 는 자이로스코프의 바이어스 오차 δW_d^g , 질량불균형 오차 δW_m^g , 척도계수 오차 δW_g^g 그리고 비정렬 오차 ΔC_g^b 에 의해 구동되는 오차항으로 표시된다.

$$\delta W_{ib}^b = \delta W_d^g + \delta W_m^g + \delta W_a^g + \delta W_g^g - (\Delta C_g^b)^T W_{ib}^b \quad (3)$$

또한 동체좌표계에서 측정된 선형가속도(specific force) f^b 을 이용하여 local-level 항법좌표계에서의 운반체의 속도 v^n 을 구하기 위한 속도방정식에 섭동방법을 적용하여 식(4)와 같은 SDINS의 속도 오차방정식을 얻는다. 여기서 자세계산시 quaternion 정규화(normalization)를 수행하는 것으로 가정하여 quaternion 척도계수 오차항을 무시하였다. [10]

$$\delta \dot{v}^n = C_b^n \delta f^b - 2C_b^n (f^b \times Q^T(\alpha)) \delta Q - (2\delta W_{ie}^n + \delta W_{en}^n) \times v^n - (2W_{ie}^n + W_{en}^n) \times \delta v^n + \delta g^n \quad (4)$$

식(4)에서 동체좌표계에서의 선형가속도 측정오차 δf^b 는 가속도계의 바이어스 오차 B^a , 척도계수 오차 K^a 그리고 비정렬 오차 ΔC_a^b 에 의해 구동되는 오차항으로 표시된다.

$$\delta f^b = B^a + K^a f^b + (\Delta C_a^b)^T f^b \quad (5)$$

그리고 운반체에 대한 위치방정식에 섭동방법을 적용하면 SDINS의 위치오차 방정식을 얻을 수 있다.

2.2 간접되먹임 칼만필터

영속도 보정시 추정자로서 그림 1과 같이 추정된 모든 상태변수가 시스템의 입력부에 되먹임되는 간접되먹임 칼만필터를 사용한다. [11,12] 칼만필터에서 측정치 보정사이의 이산시간 전달식은

$$P_f(-) = \phi_f(t_n) P_f(+)\phi_f^T(t_n) + Q_f(t_n) \quad (6a)$$

여기서

$$\phi_f(t_n) = \prod_{i=0}^{n-1} F_f^i(t_n) (t_n - t_{n-1})^{i/i!} \quad (6b)$$

$$Q_f(t_n) = \prod_{i=1}^{n-1} Q_{fd}^i(t_n) (t_n - t_{n-1})^{i/i!} \quad (6c)$$

$$Q_{fd}(t_n) = F_f(t_n) Q_{fd}(t_{n-1}) + [F_f(t_n) Q_{fd}(t_{n-1})]^T \quad (6d)$$

으로 표시되며 [12] 측정치 z_f 가 주어지면 칼만이득 K_f 를 구하여 최적 추정치 \hat{x}_f 를 얻는다.

$$K_f = P_f(-) H_f^T(t_n) [H_f(t_n) P_f(-) H_f^T(t_n) + R_f(t_n)]^{-1} \quad (7)$$

$$P_f(+) = P_f(-) - K_f H_f(t_n) P_f(-) \quad (8)$$

$$\hat{x}_f(+) = K_f z_f(t_n) \quad (9)$$

식(9)에서 얻어진 추정치 \hat{x}_f 를 시스템에 되먹임하여 교정하는 경우 식(10)과 같이 표시된다.

$$\underline{x}(t_n^c) = \underline{x}(t_n) - D \hat{x}_f(+) \quad (10)$$

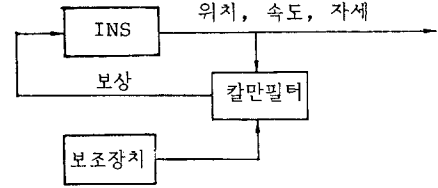


그림 1. 간접되먹임 칼만필터의 구성도

2.3 시스템 오차요소에 대한 등가의 백색잡음 모델링

시스템 차수보다 차수가 작은 준최적 칼만필터의 상태변수에 포함되지 않는 시스템 오차요소는 오차특성에 따라 등가의 백색잡음으로 변환하여 준최적 칼만필터에 포함시킬 수 있다. [13] 그림 2와 같이 Correlation 시간이 τ 인 1차 Markov 프로세스 특성을 가진 시스템 오차요소의 주파수 변역이 시스템의 주파수 변역보다 크며 초기 RMS 값을 알 수 있는 경우 등가의 백색잡음 Q_{eq} 로 변환시키면 식(11)로 표시된다.

$$Q_{eq} = 2\tau P_0 \quad (11)$$

여기서 P_0 는 초기상호분산값이다. 또한 SDINS 오차요소가 랜덤상수 일때 초기 상호분산값과 백색잡음과의 관계는

$$Q_{eq} = P_0 \Delta t_s \quad (12)$$

로 표시되며 랜덤워크인 경우 식(13)으로 표시된다. [10]

$$Q_{eq} = P_0 \Delta t_s^2 \quad (13)$$

여기서 Δt_s 는 영속도 보정주기를 의미한다.

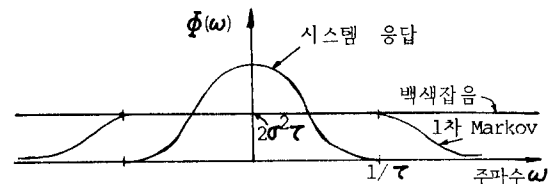


그림 2. 1차 Markov 프로세스와 등가의 백색잡음 그리고 시스템 응답에 대한 파워 스펙트럼 비교

3. 영속도 보정 칼만필터 설계

3.1 칼만필터 모델 단순화에 따른 성능분석

3.1.1 칼만필터 모델

칼만필터의 플랜트 모델을 구성하는 위치오차, 속도오차 및 quaternion 오차에 의한 10개의 상태변수와 그림 3의 지상차량 주행궤도에 대한 순수 SDINS 오차분석 결과 나타난 그림 4의 주요 오차요소 중에서 센서의 바이어스 오차 및 척도계수 오차에 의한 12개의 상태변수를 포함하는 22차 준최적 칼만필터인 모델 B₁을 일차적으로 설계하였으며 이때의 상태변수 x_f 는 식(14)와 같이 구성한다.

$$x_f = [\delta L, \delta l, \delta h, \delta V_N, \delta V_E, \delta V_D, \delta q_0, \delta q_1, \delta q_2, \delta q_3, B_x, B_y, B_z, W_{dx}, W_{dy}, W_{dz}, K_x, K_y, K_z, T_x, T_y, T_z]^T \quad (14)$$

이러한 22차 필터에서 영속도 보정주기가 슬러주기(약 84분)에 비해 훨씬 작은 경우 수직채널과 수평채널의 상관관계를 무시할 수 있으므로 이를 고려하고 센서오차 상태변수를 제외했을 때의 필터모델을 표 1과 같이 각각 정의한다.

표 1. 영속도 보정 칼만필터 모델 단순화에 따른 분류

필터모델	필터 조건
A	58차, 기존 시스템 오차 모델과 동일
B ₁	22차 (플랜트 모델은 그림 5 참조)
B ₂	22차, 모델 B ₁ 에서 수직채널과 수평채널 분리
B ₃	22차, 모델 B ₂ 에서 Coriolis항 무시
C	16차, 모델 B ₃ 에서 센서의 척도계수 오차 상태변수 제외
D	10차, 모델 C에서 센서의 바이어스 오차 상태변수 제외

3.1.2 시뮬레이션 및 성능분석

앞에서 정의한 각각의 영속도 보정 칼만필터의 성능 및 특성을 비교하기 위하여 그림 3에 의한 지상차량 주행궤도에 대하여 5분마다 영속도 보정을 수행하는 SDINS의 항법오차를 시뮬레이션 하였다. 시뮬레이션 방법으로는 상호분산 해석방법을 사용하였으며 측정치 보정사이의 선형 분산식은

$$P(t_n) = \phi(t_n)P(t_{n-1})\phi^T(t_n) + Q(t_n) \quad (15)$$

이며 측정치가 주어지는 경우 식(16)과 같다.

$$P(t_n^C) = [I - DK_F H(t_n)]P(t_n)[I - DK_F H(t_n)]^T + DK_F R K_F^T \quad (16)$$

시뮬레이션시 사용한 58차의 기존시스템 오차모델 및 오차 크기는 참고문헌 [10]에 나타나 있으며 22차 필터의 초기 상호분산값의 크기는 표 2와 같다.

시뮬레이션 결과는 표 3, 그림 6 및 그림 7과 같다. 이 결과에 의하면 수직채널과 수평채널을 분리하고 Coriolis항을 무시하여도 영속도 보정 SDINS의 성능에 거의 영향을 주지 않았으며, 센서오차 상태변수가 포함되지 않는 10차 칼만필터는 58차 최적필터에 비하여 현저히 큰 항법오차가 발생하였으나 16차 또는 22차 칼만필터의 경우 최적 칼만필터와 유사한 성능을 갖는 것으로 나타났다. 30분 후의 항법오차는 16차 또는 22차 칼만필터의 경우 순수 SDINS에 비하여 크게 감소하였고(위치오차: 1/189, 고도오차: 1/1203) 방위각 오차도 항법초기 보다 감소하는 것으로 나타났다.

표 2. 22차 칼만필터의 초기 상호분산값

필터 상태변수	부 호	초기상호분산값 $\sqrt{P_0}$
초기 위치오차	$\delta L(0), \delta l(0), \delta h(0)$	0 rad
초기 속도오차	$\delta V_N(0), \delta V_E(0), \delta V_D(0)$	0.001 ft/sec
초기 quaternion 오차	$\delta q_0(0)$	0 rad
초기 quaternion 오차	$\delta q_1(0), \delta q_2(0),$	0.73×10^{-4} rad
초기 quaternion 오차	$\delta q_3(0)$	1.45×10^{-3} rad
X, Y축 가속도계 바이어스	Bx, By	20 μ g
Z축 가속도계 바이어스	Bz	30 μ g
X, Y축 자이로 바이어스	Wdx, Wdy	0.018 $^{\circ}$ /hr
Z축 자이로 바이어스	Wdz	0.025 $^{\circ}$ /hr
가속도계 척도계수 오차	Kx, Ky, Kz	35 ppm
자이로 척도계수 오차	Tx, Ty, Tz	35 ppm

표 3. 영속도 보정 칼만필터 모델 단순화에 따른 성능 비교(30분 후)

필터모델	수평측위 오차 (C.E. P.)	고도오차 (P.E.) ft	수직측자세 오차 (1σ) arcmin	C.E.P. x 100 주행거리 %
A	29.6	3.5	3.6	0.06
B ₁	38.1	4.0	4.2	0.08
B ₂	38.1	4.1	4.2	0.08
B ₃	39.5	4.1	4.3	0.08
C	39.5	4.2	4.3	0.08
D	63.1	44.6	5.9	0.13

3.2 칼만필터의 민감도 분석

칼만필터의 초기 상호분산값 $P_f(0)$, 공정잡음 Q_f , 측정잡음 R_f 의 크기변화에 따른 민감도를 분석하기 위해 각각의 크기를 100배 - 1/100배씩 변화시켜 가면서 30분 후의 SDINS 항법오차에 대한 RMS 값을 구하여 최소자승법을 써서 Curve fitting한 결과는 그림 8과 같다. 이 결과에 의하면 칼만필터 차수가 증가함에 따라 민감도가 증가하는 경향이 있으며 $P_f(0)$, Q_f , R_f 가 각각 100배 증감되었을 때 58차 최적필터의 민감도는 16차나 22차 준최적 칼만필터의 민감도에 비해 약 2배 정도 크게 나타났다.

3.3 칼만필터 차수변화에 따른 계산시간

칼만필터 구현시의 디지털 컴퓨터로 단어길이가 64bit 인 8MHz 8087 연산자를 포함하는 Intel사의 8086 마이크로 컴퓨터를 사용하는 경우 필터의 차수변화에 따른 계산시간은 표 4와 같다. [10] 표에서 22차 이하의 칼만필터의 계산은 1초 이내로 가능할 것으로 판단된다.

표 4. 영속도 보정 칼만필터 차수변화에 따른 계산시간

필터 모델	계산시간(sec)
A (58차)	22.62
B ₃ (22차)	0.74
C (16차)	0.29
D (10차)	0.08

4. 결 론

SDINS의 영속도 보정 칼만필터에 대한 성능 및 특성을 시뮬레이션에 의하여 분석한 결과 항법오차는 순수 SDINS에 비해 현저히 감소되었고 방위각 오차도 항법초기 보다 감소하였으며, 영속도 보정횟수가 증가함에 따라 영속도 보정주기 사이의 항법오차 증가율은 감소하였고 영속도 보정 직후의 항법오차는 거의 일정하게 유지되는 것으로 나타났다. 그리고 영속도 보정 칼만필터 설계시 성능과 민감도 및 컴퓨터의 계산시간을 종합적으로 고려할 때 수직채널과 수평채널을 분리시키는 것이 바람직하며 필터의 차수는 16차 내지 22차가 적합한 것으로 판단되었다.

추후 하드웨어 구현 및 시험을 통하여 실제 시스템에 적합하도록 수정 보완이 필요하다.

참 고 문 헌

- [1] M.Kayton, W.R. Fried, "Avionics Navigation System", John Wiley & Sons, Inc., 1969.
- [2] "Position Azimuth Determining System (PADS):AN/USQ-70", Military Specification Document, MIL-P-52955A.
- [3] J.R.Huddle, "Historical Perspective on Estimation Techniques for Position and Gravity Survey with Inertial Systems", J.Guidance and Control, Vol.9, No.3, May-June 1986.
- [4] "Modular Azimuth Position System", Technical Description Document, Honeywell INC., Nov. 1986.
- [5] K.R.Britting, "Inertial Navigation Systems Analysis", John Wiley & Sons, Inc., 1971.
- [6] A.Weinreb, I.Y.Bar-Itzhack, "The Psi-Angle Error Equation in Strapdown Inertial Navigation Systems", IEEE Trans. on AES, Vol. AES-14, May 1978.
- [7] 문흥기, 박흥원, 정태호, 오문수, "자이로 콤파스 좌표축 정렬에 의한 SDINS 오차특성", 한국 항공우주학회지, 제 16권, 제 1호, March 1988.
- [8] B.Friedland, "Analysis Strapdown Navigation using Quaternions", IEEE Trans. on AES, Vol. AES-14, No.5, Sep. 1978.
- [9] M.Shibata, "Error Analysis Strapdown Inertial Navigation using Quaternions", J.Guidance and Control, Vol.9, No.3, May-June 1986.
- [10] 박흥원, "스트랩다운 관성항법장치의 영속도 보정 칼만필터 구성 및 성능분석", 서울대학교 석사학위논문, 1988.
- [11] P.S.Maybeck, "Stochastic Models, Estimation and Control", Vol.1, Academic Press, 1979.
- [12] C.E.Hutchinson, H.M.Wondergem, "An Error Analysis Technique for Inertial Navigation Systems and Kalman Filters", AD674526, 1968.
- [13] J.A.D'Appolito, "The Evaluation of Kalman Filter Designs for Multisensor Integrated Navigation Systems", AFAL-TR-70-271, 1971.

4

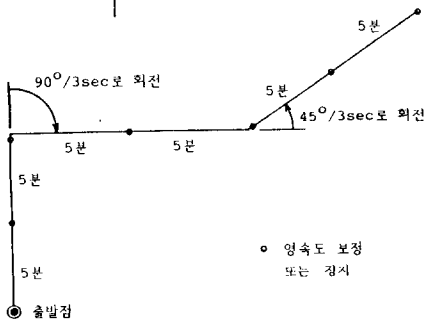


그림 3. 지상차량 주행궤도(평균시속 약 43Km/hr)

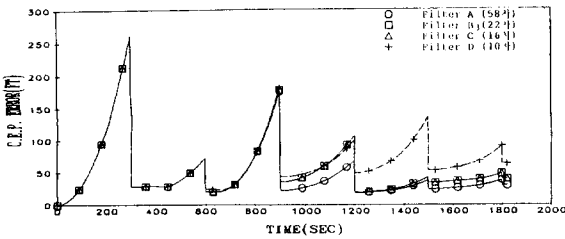
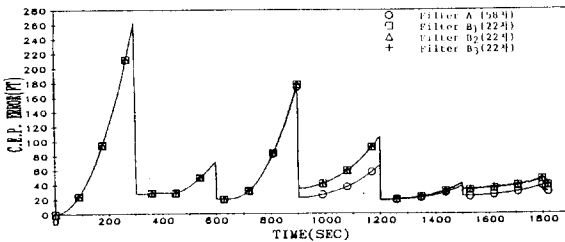


그림 6. 영속도 보정 칼만필터 모델 단순화에 따른 수평축 위치오차 비교

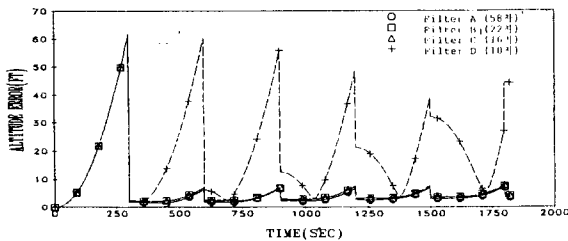
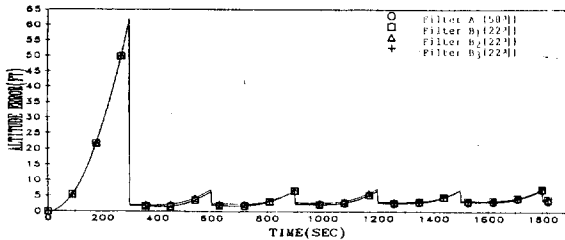


그림 7. 영속도 보정 칼만필터 모델 단순화에 따른 고도오차 비교

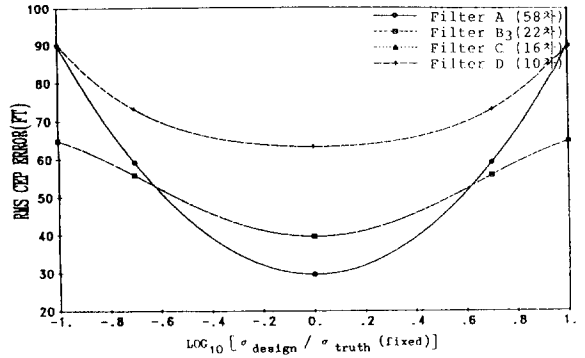


그림 8.1 영속도 보정 칼만필터 차수변화에 따른 수평축 위치오차의 민감도 비교

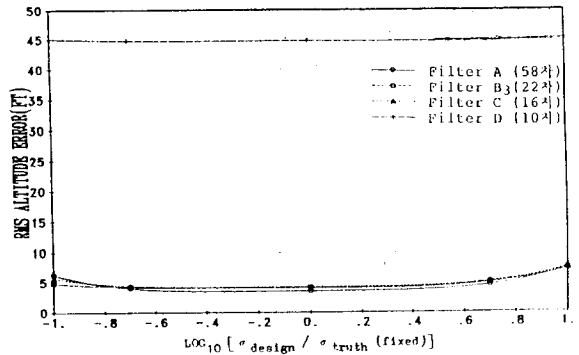


그림 8.2 영속도 보정 칼만필터 차수변화에 따른 고도오차의 민감도 비교