

그림 1. 다이본더 전체시스템의 구성



사진 1. 다이본더 시스템 외관

위한 현미경(microscope), 카메라, 모니터(monitor), 웨이퍼를 가로 및 세로축으로 이동시키는 XY-table, 웨이퍼가 놓여있는 각도를 조절할 수 있는 웨이퍼 호울더(jig holder), 여러 장의 웨이퍼를 저장하고 있으면서 웨이퍼를 시스템에 공급해주는 웨이퍼 저장기(wafer loader)와 웨이퍼 저장기에서 웨이퍼 호울더까지 웨이퍼를 이송시키는 웨이퍼 이송기(wafer feeder)등으로 구성된다.

리드프레임 이송장치는 좌,우측의 리드프레임을 잡아주는 좌,우 클램퍼(clamper), 리드프레임을 빠른 속도로 이송시켜주는 프레임피더(frame feeder), 리드프레임 이송레일의 넓이를 조절할 수 있는 프레임 넓이조정 모터, 본딩을 위하여 공급된 리드프레임이 흔들리지 않도록 고정시켜주는 윈도우 클램퍼(window clamper), 리드프레임을 여러 장 저장하고 있다가 한장만을 분리하여 공급하여주는

프레임공급기(frame loader)와 본딩된 리드프레임을 보관하는 프레임 저장기(frame stacker)등으로 구성된다.

## 2.2 시스템 제어부

전체 시스템의 제어부는 크게 관리제어시스템, 시각시스템, 디스플레이 시스템, 인터페이스 시스템으로 구성된다. 구현된 제어시스템의 구조는 (그림 3)과 같다.

### 2.2.1 관리제어시스템

관리제어시스템은 여러 부분으로 구성된 부시스템들이 전체 시스템의 사양에 맞는 동작을 하도록 총괄 조정하는 시스템으로서, 일의 분담 및 조정, 명령수행의 지시 및 명령수행결과에 확인은 물론 자기진단, 사용자와 시스템간의

pH 적정공정의 모델링 및 자기동조 제어기 설계

° 김우태, 이혁희, 전기준, 최태호

이지태

경북대학교 공과대학 전자공학과

경북대학교 공과대학 화학공학과

Modelling of a pH titration process and design of a self-tuning pH controller

Woo Tae Kim, Hyeok Hee Lee,

Jie Tae Lee

Gi Joon Jeon, Tae Ho Choi

Dept. of Electronics,

Dept. of Chem. Eng.

Kyungbook National University

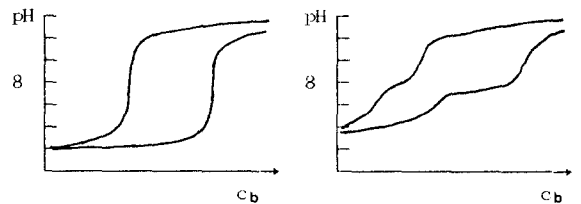
Abstract

In this paper a pH process of a weak acid with a strong base is modeled into a bilinear form, and a self-tuning pH control algorithm which is robust against initial values of solution and disturbances is presented. The control algorithm employs the recursive least square method for the parameter estimation and the generalised minimum variance criterion as the objective function. The computer simulation shows that the tracking of desired pH values is obtained in satisfactory manner regardless of the initial values chosen for the process.

비선형 관계는 변하지 않으나 그림 1-(b)의 경우 서로 다른 농도의 약산에 대한 강염기의 pH 적정곡선으로 pH와 염기의 농도 사이의 비선형 관계는 농도가 다를 경우 비선형 특성이 달라지므로 유입되는 산의 농도가 변하는 경우에는 제어하기가 전자보다는 더욱 어렵다. 위와같은 난점을 극복하기 위해서는 재래식 PID 제어 보다 정밀하고 환경의 변화에 신속히 대처할 수 있는 고급의 자기동조 제어가 요구된다.

1. 서 론

pH 적정공정은 염색공정이나 제지공정등의 화학공정과 폐수처리과정에서 매우 중요한 공정이지만 pH 공정 제어는 다음과 같은 특성 때문에 제어가 용이하지 않다. 첫째, 적정곡선의 비선형특성과 중성점에서 외란에 아주 민감하며 둘째, 탄산염이나 인산염과 같은 오염물질에 의한 공정의 동특성이 변화하여 수학적 모델링이 어렵고 셋째, 용액의 농도 차이에 따른 pH 적정곡선의 비선형특성이 용액의 산성도에 따라서 다르다. 이들의 특성을 나타내면 그림 1과 같다[1]. 그림 1-(a)의 경우는 서로 다른 농도의 강산에 대한 강염기의 pH 적정곡선으로 pH와 염기의 농도 사이의 중성점 부근에서의



(a) 강산과 강염기의 경우 (b) 약산과 강염기의 경우

그림 1. 산과 염기의 적정곡선

Fig.1. The titration of an acid with a base

현재 자기동조 pH 제어에 대한 많은 논문이 발표되고 있다(발표된 논문에 대한 개관은 참고문헌[2,3] 참조). Bucholt와 Kummel[4]은 강산을 강염기로 적정하는 공정을 대상으로한 선형 자기동조 제어기를 제안하였으며, Bergmann과 Lachmann[5]는 폐수처리공정을 선형 모델화 한 다음 이를 선형 자기동조 제어기로 제어하였다. 또한 Goodwin과 Sin[6]은 비선형 모델에 대하여 bilinear 자기동조 제어기로 제어 성능을 개선시켰으

나 이것은 강산을 강염기로 적정하는 공정을 제어 대상으로 하였다.

본 논문에서는 실제 산업에서 많이 사용되고 있는 약산을 강염기로 적정하는 공정을 대상으로 하여, Mc-Avoy[7]의 모델을 참고하여 pH 적정공정을 bilinear 형으로 모델링 하였다. 이 모델에 대하여 원하는 제어 목적을 달성할수 있도록 하는 다항식을 포함하고 있는 일반화 최소 분산형 제어 알고리즘을 사용하여 bilinear 자기동조 제어를 설계하였다.

## 2. pH 적정공정의 모델링

### (1) 약산을 강염기로 중화할 경우의 pH 적정공정

본 논문에서 제어하려는 pH 공정 모델은 약산성(초산:  $\text{CH}_3\text{COOH}$ , 이하 HAC 로 표기)인 용액이 탱크속으로 흘러 들어오고 있을때 강염기(가성소다:  $\text{NaOH}$ )로서 이를 원하는 pH값으로 제어하는 공정(continuous stirred-tank reactor : CSTR)으로 평형상태의 동특성식은 아래와 같이 표현된다[7].

$$V \frac{d\eta}{dt} = u c_2 - (f + u)\eta \quad (1)$$

$$V \frac{d\zeta}{dt} = f c_1 - (f + u)\zeta \quad (2)$$

여기서

$$\eta = [\text{Na}^+]$$

$$\zeta = [\text{HAC}] + [\text{AC}^-]$$

f : 탱크속으로 흘러들어가는 초산의 양

u : 탱크속으로 흘러 보내는 가성소다의 양

c<sub>1</sub> : 탱크속으로 흘러들어가는 초산의 농도

c<sub>2</sub> : 탱크속으로 흘러 보내는 가성소다의 농도

V : 탱크의 용적

또한, 이들 평형상태에서 비선형 정특성식들은 다음과 같다[7].

· 초산의 평형방정식

$$\frac{[\text{AC}^-][\text{H}^+]}{[\text{HAC}]} = K_a, \quad K_a = 1.8 \times 10^{-5} \quad (3)$$

· 물의 평형방정식

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = K_w, \quad K_w = 1.0 \times 10^{-14} \quad (4)$$

· 용액의 전기적 중성식

$$[\text{H}^+] + [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{AC}^-] \quad (5)$$

식(3) - (5)으로부터  $[\text{OH}^-]$  를 소거하면  $[\text{H}^+]$  에 대한 3차 방정식을 얻을수 있다.

$$[\text{H}^+]^3 + [\text{H}^+]^2 \{K_a + \eta\} + [\text{H}^+]\{K_a(\eta - \zeta) - K_w\} - K_a K_w = 0 \quad (6)$$

한편, 수소이온농도  $[\text{H}^+]$ 의 상용단위로 쓰는 pH 값

$$\text{pH} \equiv -\log_{10} [\text{H}^+] \quad (7)$$

는 식(6)으로부터 구해진다.

### (2) 제어를 위한 pH 적정공정 모델

pH 적정공정의 동특성식(1) 및 (2)를 제어하기 위하여 상태변수를 하나로 만들기위해 새로운 변수

$$y \triangleq \zeta - \eta(1 + 10^{-7}/K_a) \quad (8)$$

를 정의하여 식(8)을 미분 한다음 식(1) 및 (2)를 대입하면 다음과 같은 y 에 관한 동특성식이 얻어진다.

$$V \frac{dy}{dt} = f c_1 - (1 + 10^{-7}/K_a) u c_2 - (f + u) y \quad (9)$$

식(9)를 Euler 방식을 써서 이산시간으로 변형하면

$$y(t+1) = y(t) - \frac{T}{V} \left(1 + \frac{10^{-7}}{K_a}\right) c_2 u(t) - \frac{T}{V} (f(t) + u(t)) y(t) + \frac{T}{V} c_1 f(t) \quad (10)$$

와 같다. 식(10)의 변수 y(t)는 pH값과  $\eta(t)$  값으로부터 구하는데, 식(8)을 식(6)에 대입하여 정리한 다음 식으로부터 얻어진다.

$$y(t) = \frac{-1}{K_a [\text{H}^+]^2} \{ (K_a + [\text{H}^+]) (K_w - [\text{H}^+]^2) \} + \frac{[\text{H}^+]\eta(t)(10^{-7} - [\text{H}^+])}{K_a [\text{H}^+]^2} \quad (11)$$

## 3. 제어이론의 개발

### (1) 일반화 최소 분산형 자기동조제어

우리가 제어하고자 하는 pH 공정 모델식(10)을 다음과 같은 bilinear ARMAX 모델로 나타낼 수 있다.

$$A(z^{-1})y(t) = b_1u(t-k) + d_1(f(t)u(t-k))y(t-1) + d_2f(t) + C(z^{-1})\xi(t) \quad (12)$$

여기서  $A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1}$

$$C(z^{-1}) = 1$$

$\xi(t)$  : 백색 잡음

$f(t)$  : 탱크 속으로 흘러 들어가는 산의 양

$u(t)$  : 탱크 속으로 흘러 보내는 염기 양

$$y(t) = \zeta(t) - \lambda(t)(1+10^{-7}/ka)$$

이며  $z^{-1}$ 은 backward shift operator이고  $b_1, d_1$  및  $d_2$ 는 상수이며 지연시간  $k$ 는 1이다.

식(12)의 bilinear ARMAX 모델이 비 최소 위상계(non-minimum phase)인 경우에도 제어가 가능하도록 하기 위해 다음과 같은 평가함수를 정의한다[8].

$$J = E\{ [Py(t+k) - R_w(t)]^2 + [\bar{Q}u(t)]^2 \mid t \} \quad (13)$$

여기서  $w(t)$ 는 기준 출력이며  $p(z^{-1}), \bar{Q}(z^{-1})$  및  $R(z^{-1})$ 는 원하는 제어 목적을 달성할 수 있도록 하는 다항식이고,  $E[\cdot \mid t]$ 는  $t$ 시각까지의 데이터로부터의 기대값(expected value)을 의미한다.

## (2) 일반화 최소분산형 자기동조 제어기의 설계

확률적 잡음의 영향을 최소화로 줄일 수 있는 출력  $y(t+k)$ 의 예측모델을 세우기 위하여 다음과 같은 diophantine equation을 정의한다[9].

$$c(z^{-1})P(z^{-1}) = A(z^{-1})H(z^{-1}) + z^{-k}G(z^{-1}) \quad (14)$$

여기서  $H(z^{-1}) = 1 + h_1z^{-1} + \dots + h_{k-1}z^{-(k-1)}$

$$G(z^{-1}) = g_0 + g_1z^{-1} + \dots + g_{ng}z^{-ng}$$

$$ng = \max(na-1, nc+np-k)$$

식(14)를 식(12)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$Py(t+k) = Gy(t) + b_1u(t) + \{d_1(f(t)+u(t))y(t) + d_2f(t)\} + \xi(t+k) \quad (15)$$

한편,  $k$ -step ahead 예측기,  $\hat{y}(t+k \mid t)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\hat{P}\hat{y}(t+k \mid t) = Py(t+k) - \xi(t+k) \quad (16)$$

식(15)를 식(16)에 대입하면  $k$ -step ahead 예측기 출

력은 다음과 같이 표현된다, 즉

$$\hat{P}\hat{y}(t+k \mid t) = Gy(t) + b_1u(t) + \{d_1(f(t) + u(t))y(t) + d_2f(t)\} \quad (17)$$

식(17)을 평가함수식(13)에 대입한다. 이를  $u(t)$ 에 관하여 미분하여 0로 놓으면 다음과 같은 최소 분산 제어 입력식을 구할 수 있다.

$$2\left\{ \frac{\partial(\hat{P}\hat{y}(t+k \mid t))}{\partial u(t)} \right\} (\hat{P}\hat{y}(t+k \mid t) - R_w(t)) + 2g_0\bar{Q}u(t) = 0 \quad (18)$$

식(17)을  $u(t)$ 에 관하여 미분을 하고  $Q(z^{-1}) \equiv g_0\bar{Q}(z^{-1})$ 로 놓아서 식(18)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 제어 입력이 구해진다.

$$u(t) = \frac{[R_w(t) - (Gy(t) + d_1y(t) + d_2f(t))](b_1 + d_1y(t))}{(b_1 + d_1y(t))^2 + Q} \quad (19)$$

## (3) 매개변수의 추정

매개변수 추정방식에는 먼저 플랜트의 매개변수를 추정한다. Diophantine eqn.(14)을 사용하여 제어기의 매개변수를 산출하는 간접 적응제어 방식과 제어기의 매개변수를 직접 추정하여 제어기를 구성하는 직접 적응제어 방식이 있는데 여기서는 앞에서 구한 예측기식(17)을 사용하여 직접 적응제어 방식으로 제어하고자 한다.

식(17)을 식(16)에 대입하면 다음과 같다.

$$Py(t+k) = Gy(t) + b_1u(t) + \{d_1(f(t)+u(t))y(t) + d_2f(t)\} + \xi(t+k) \quad (20)$$

여기서  $\xi(t+k)$ 는 식(20)의 우변항과는 독립이므로  $G(z^{-1}), b_1, d_1, d_2$ 를 추정할 수 있다.

식(20)을 매개변수 벡터  $\Theta^T(t)$ 와 데이터 벡터  $\phi(t)$ 로 아래와 같이 정의하면  $py(t+k) = \phi^T(t) \Theta(t) + \xi(t+k)$ 로 표시된다.

$$\phi^T(t) = \left[ y(t), \dots, u(t), (f+u(t))y(t), f \right] \quad (21)$$

$$\Theta^T(t) = \left[ g_0, \dots, b_1, d_1, d_2 \right] \quad (22)$$

이들 매개변수 추정은 매개변수가 시변일 경우에도 가

능 하도록 하기 위해 공분산 행렬을 reset 시키는 수정된 축차 최소자승법(Recursive least square : RLS)을 사용한다[10].

$$\hat{\Theta}(t) = \hat{\Theta}(t-1) + \frac{X(t-2)\phi(t-1)}{1 + \phi^T(t-1)X(t-2)\phi(t-1)} \begin{bmatrix} y(t) - \hat{y}(t) \end{bmatrix}$$

$$\hat{y}(t) = \phi^T(t) \Theta(t) \quad (23)$$

$$X(t-1) = X(t-2) - \frac{X(t-2)\phi(t-1)\phi^T(t-1)X(t-2)}{1 + \phi^T(t-1)X(t-2)\phi(t-1)}$$

$$(24)$$

#### 4. 컴퓨터 시뮬레이션

##### (1) 적정공정 모델의 시뮬레이션

제어알고리즘의 시험을 위하여 pH 공정모델의 bilinear 동특성식(1) 및 (2)의 미분 방정식을 step size가 샘플링 주기의 1/10인 3초로하여 4차 Runge-Kutta 방법을 이용하여  $\zeta$ 와  $\eta$ 의 값을 구하였다. 이값들을 식(6)에 대입하여 수소이온 농도 [H+]를 구한다음 이 값으로부터 식(7)에서 pH값을 계산한다. 시뮬레이션에 사용된 상수값은 아래 표 1과 같으며 제어입력  $u(t)$ 는  $0 \leq u(t) \leq 1$ 로 제한하였다.

표 1. 시뮬레이션에 사용된 값

Table 1. The values for the CSTR example

기 호	값	변수의 정의
V	1 l	탱크의 용적
$c_1$	0.321 moles/l	탱크속으로 흘러 들어가는 초산의농도
$c_2$	0.05 moles/l	탱크속으로 흘러 보내는 가성소다의농도
f(t)	0.081 l/min	탱크속으로 흘러 들어가는 초산의양

##### (2) 제어 알고리즘

제어 알고리즘의 모델은 앞 2-(2)에서 유도한 식(10)으로 샘플링 시간 T는 30초로 하였으며 제어 입력의 지나친 변화를 막기 위하여  $P(z^{-1}) = 1 - p_1 z^{-1}, Q(z^{-1}) = 10^{-9}(1 - z^{-1}), R(z^{-1}) = P(1)$ 으로 하였다. 그리고 매개변수 추정을 위하여 diophantine eqn.(14)으로부터  $G(z^{-1})$

을 구하면 다음과 같다.

$$G(z^{-1}) = g_0 = a_1 - p_1$$

모든 경우에 공히 공분산 행렬의 초기치  $X(-1) = 10^6 I$ 로 두고 매개변수를 추정할 때 추정오차가  $10^{-4}$ 을 넘으면 공분산 행렬  $X(k)$ 를  $10^6 I$ 로 reset 시켰다. 이 제어 알고리즘의 단계별 내용은 다음과 같다.

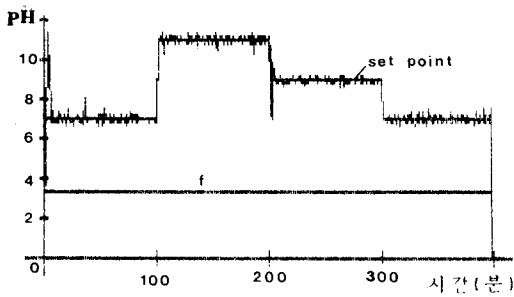
- 1 단계 : 매개변수 추정을 위한 초기치를 설정한다.  
 $\Theta(0), \phi(0), X(-1)$
- 2 단계 :  $\eta(t)$ 의 값을 식(1)을 사용하여 구한다.
- 3 단계 : 시뮬레이터로부터 pH값을 받아서 식(6)과 식(11)를 사용하여  $y(t+1)$ 의 값을 구한다.
- 4 단계 : 축차 최소자승식(23) 및 (24)으로부터 매개변수를 추정한다.
- 5 단계 : 제어법칙은 식(19)에서 구한다.
- 6 단계 : 5 단계에서 구한 제어입력을 시뮬레이터에 보낸다.

2 단계에서  $\eta(t)$ 에 관한 동특성식(1)의 해를 구하는데 필요한 초기조건은 0으로 하였다.

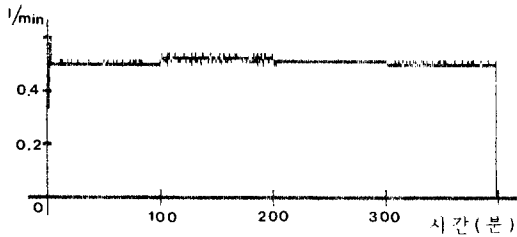
##### (3) 시뮬레이션 결과 및 분석

pH가 약 4.5인 용액이 들어있는 탱크속으로 농도가 0.321 mole/l 인 초산이 f(t)l/min의 유속으로 흘러들어가는 상황에서 이 용액을 농도가 0.05 mole/l인 가성소다로서, 처음에는 pH7로 중화시키고 계속하여 pH를 11.9 및 7의 순서로 용액의 염기도를 조정하는 과정을 시뮬레이션 하였다.

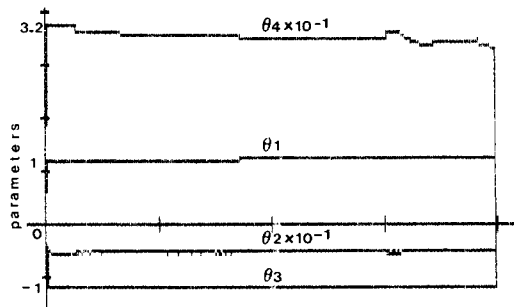
pH측정시 측정잡음이 존재한다는 가정하에 탱크속으로 흘러 들어오는 산의 흐름속도 f(t)가 상수일때와  $f(t) = 0.081(1 + 0.1)\sin(\pi t/40)$ 인 경우에 대하여 동일한 시뮬레이션을 하였으며 이때 매개변수 추정을 위한 초기값  $\Theta(0)$ 는 앞의 제어공정 모델식(10)에서 구하였는데  $\Theta(0)$ 값을 0으로 주었을 경우에는 초기에 다소 변화가 컸으나 곧 원하는 pH값을 따라갔다. 각 경우의 시뮬레이션 결과는 그림 2 및 3과 같으며 다음과 같은 사실을 알수 있다.



(a) 제어변수 pH



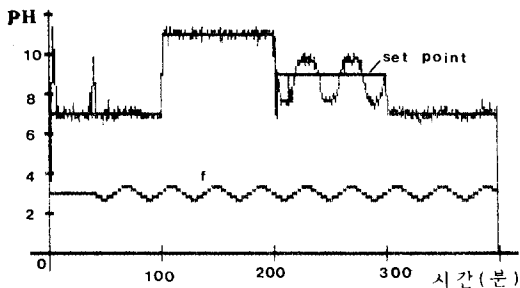
(b) 제어 입력  $u(t)$



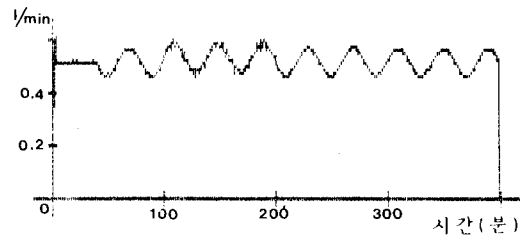
(c) 추정 매개변수

그림 2. 산의 흐름량  $f(t)$  가 상수인 경우의 시뮬레이션 결과

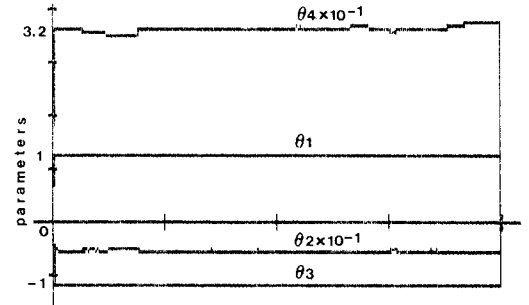
Fig.2. Simulation result with acid flow constant



(a) 제어변수 pH



(b) 제어 입력  $u(t)$



(c) 추정 매개변수

그림 3. 산의 흐름량  $f(t)$  가 정현파인 경우의 시뮬레이션 결과

Fig.3. Simulation result with acid flow change

— 그림 2 는 측정잡음으로서 백색 Gaussian잡음  $N(0, 0.1)$ 을 선택하였을 때의 결과를 보여 주는데 pH 출력은 기준출력을 잘 따라가고 있으나 제어입력의 고주파 성분이 실제 적용에 어려움이 예상된다.

— pH가 7에서 11로 크게 변하더라도 제어입력의 변화가 그렇게 크지 않은 것은 제어입력이 강염기인데다 pH 적정곡선의 기울기가 이 부분에서 매우 급하기 때문이다(그림1-b 참조).

— 그림 4 는 유속  $f(t)$  가 정현파인 경우인데 매개변수의 추정은 잘 되고 있으니 pH 11에서 pH 9로 내려올 때 큰 진동이 보이는데 이는 역시 적정곡선의 급격한 경사 부분에서 일어나고 있다. 따라서 이 부분에서의 pH 제어가 대단히 어렵다는 것을 보여준다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 실제 산업에서 많이 사용되고 있는 약산을 강염기로 적정하는 공정을 bilinear형으로 모델링하여 이 모델에 적합한 자기동조 제어이론과 알고

리즘을 개발하였다. 여기서 매개변수 추정은 추정오차가 임의로 정한 threshold값보다 커지면 공분산 행렬  $X(k)$ 를 resetting 시키는 수정된 최소자승법을 사용하였으며 제어입력의 지나친 변화를 막기위하여 일반화 최소분산제어 기법으로 제어입력을 구하였다.

컴퓨터 시뮬레이션 결과 pH 변화가 극히 민감한 영역을 제외하고는 측정잡음이 존재하는 경우에도 빠른 시간내에 원하는 pH로 추적됨을 알 수 있었다. 따라서 pH 적정곡선에서 기울기가 급한 부분에서는 예상대로 pH 제어가 대단히 어려움을 보여준다. 그러나 데이터 벡터내에 있는  $y(t)$ 의 값을 구하기 위한 측정 불가능한  $\lambda(t) (= [Na^+])$ 의 초기조건에는 영향을 받지 않았다.

본 연구에서 개발한 알고리즘은 현장적용시험을 거쳐서 pH 값이 중요한 변수인 화학공정의 정밀제어 및 공정자동화에 활용할 수 있을 것으로 기대된다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Jutila, P. and P. J. Orava, "Control and Estimation Algorithms for Physico-chemical Models of pH-processes in Stirred Tank Reactors", INT. J. system SCI. vol.12, no.7, 855-875, 1981
- [2] Astrom, K. J., "Theory and Application of Adaptive Control - A survey", Automatica, 19, 471-486, 1983
- [3] Jacobs et al, " On Controlling pH", IEE Proc. D. ,vol.134, no. 3, 1987
- [4] Buchholt, F. and M. Kummel, "Self- Tuning Control of a pH Neutralization Process," Automatica, vol.15, 665-671, 1979
- [5] Bergmann, S. and K.H. Lachmann, "Digital Parameter Adaptive Control of a pH Process", Joint Autom. control conf., San Francisco, 1980
- [6] Goodwin, G. C. and K. S. Sin, " Adaptive Prediction , Filtering and Control", Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1984
- [7] McAvoy, T. J., "Dynamic Modelling of pH in Aqueous Systems," Unpublished paper, 1972
- [8] Clarke, D. W. and P. J. Gautrop, " Self-Tuning Control", IEE Proc. D., vol.126, no.6, 633-640, 1979
- [9] Agarwal, M. and Dale E. Seborg, "Self-Tuning Controllers for Nonlinear Systems," Automatica, Vol.23, No.2, 209-214, 1987
- [10] Sin, K. and G. C. Goodwin, "Stochastic Adaptive Control Using a Modified Least Squares Algorithm," Automatica, Vol.18, No.3, 315-321, 1982