

직접 극배치 PID 자기 동조기에 관한 연구

⁰ 이진원, ^{*} 송형근, ^{**} 윤인섭

^{*} 서울대학교 화학공학과 ^{**} 한국과학기술원 화학공정연구실

A Study on the Direct Pole-Placement PID Self-Tuner

⁰ Jinwon Lee, ^{*} Hyung Keun Song, ^{**} En Sup Yoon

^{*} Department of Chemical Engineering ^{**} KAIST
Seoul National University

ABSTRACT

A PID controller must need not only good servo response but also little operation of a control valve. We suggest a direct pole-placement PID self-tuning algorithm using the structure of derivative-of-output controller and Bezout identity. This algorithm can much reduce the change of output of controller and well follow the desired trajectory.

1. 서론

화학공장에서는 공정의 효과적인 제어를 위해 일반적으로 PID 제어를 많이 사용하여 왔다. 이는 PID 제어가 이론상 간단하고, 조작하기가 대체로 쉬우며, 제어효과가 상대적으로 우수하다는 점에 기인한다. 1970년대에 들어서면서 적응제어 이론의 발달과 더불어 종전의 아날로그 PID 제어기의 동조(tuning)의 빈번함과 부정확성을 극복하고 온 라인(on-line)으로 제어하기 위한 노력들이 계속되어 왔다.

PID 제어를 동조시키는 방법으로는 시행착오법(trial-and-error method), 동조 규칙(tuning rule), 최적 제어법(optimal control method) 등이 있다. PID 제어기의 반복적인 동조를 위해 여러 자기 동조기(self-tuner)들이 제안되어 왔다. [2-3]

PID 제어기는 크게 다음과 같은 4 가지 구조가 있다.

[1]

가. 표준 제어기

나. 출력의 미분 제어기

다. 기준입력이 적분항에만 포함되는 제어기

라. 진상 회로(lead network)가 달린 제어기

Ortega 와 Kelly [2]는 직접 극배치 방식의 표준 제어기와 출력의 미분 제어기 구조를 갖는 PID 제어를 제안하였다. 이 방식은 계산량이 적은 장점이 있는 반면, 기준입력 변화나 시스템 변수의 변동에 대한 응답 특성이 떨어지며 최소 위상 시스템에만 적용 가능한 단점이 있다.

김종환 [3]은 Ortega 와 Kelly 의 PID 제어기 구조에 Bezout 항등식을 도입하여 비최소 위상 시스템에도 적용 가능한 직접 극배치 제어를 제안하였다. 기준입력의 변화에 대해 우수한 추적 특성이 있으나 제어기의 출력이 급격히 변화하는 단점이 있다.

본 연구에서는 기준입력에 대한 추적 특성은 다소 떨어지나 제어기가 급격한 변화를 적게 요구하는, 출력의 미분 제어기구조의 직접 극배치 PID 제어를 제안하였다. 본 제어기는 비최소 위상 시스템에도 적용 가능하며 기준 입력의 급격한 변화에 대해 derivative kick 을 줄일 수 있다.

2. 직접 극배치 PID 자기 동조기의 설계

Ortega 와 Kelly [2]가 제안한 PID 제어기의 구조는 그림 1, 그림 2 와 같다. 본 연구에서 제안된 PID 제어기의 구조는 그림 3 과 같고, 각 제어기의 다항식들은 다음과 같이 설정하였다.

$$\text{PIDA} : S(q^{-1}) u(k) = R(q^{-1}) e(k) \quad (1)$$

$$\text{PIDB} : S(q^{-1}) u(k) = \alpha e(k) - R_o(q^{-1}) y(k) \quad (2)$$

$$\text{PIDC} : S(q^{-1}) u(k) = P(q^{-1}) e(k) - R_i(q^{-1}) y(k) \quad (3)$$

$$\text{단, } S(q^{-1}) = (1 - q^{-1})(1 + s q^{-1}) \quad (4)$$

$$R(q^{-1}) = 1 + r_o + r_1 q^{-1} + r_2 q^{-2} \quad (5)$$

$$R_o(q^{-1}) = (1 - q^{-1})(r_o + r_1 q^{-1}) \quad (6)$$

$$P(q^{-1}) = 1 + \alpha q^{-1} \quad (7)$$

$$R_i(q^{-1}) = r(1 - q^{-1})^2 \quad (8)$$

$$e(k) = y_s(k) - y(k) \quad (9)$$

다음과 같이 시스템은 SISO 이고 시불변인 2차계로 가정한다.

$$A(q^{-1}) y(k) = q^{-1} B(q^{-1}) u(k) \quad (10)$$

$$\text{단, } A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = b_o + b_1 q^{-1} \quad : \quad b_o \neq 0$$

부분 상태 변수 $z(k)$ 를 도입하여 시스템의 형태를 바꾸어 보면

$$A(q^{-1}) z(k) = u(k) \quad (11)$$

$$y(k) = q^{-1} B(q^{-1}) z(k)$$

그림 3 에서 페루우프 전달함수는 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{y(k)}{y_s(k)} = \frac{q^{-1} B(q^{-1}) P(q^{-1})}{C(q^{-1})} \quad (12)$$

다항식 $C(q^{-1})$ 는 극배치 방정식으로서

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1}) S(q^{-1}) + q^{-1} B(q^{-1}) M(q^{-1}) \quad (13)$$

$$M(q^{-1}) = P(q^{-1}) + R(q^{-1}) \quad (14)$$

즉, 다항식 $C(q^{-1})$ 는 다음 구조를 갖는다.

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c} \quad : \quad n_c \leq 4 \quad (15)$$

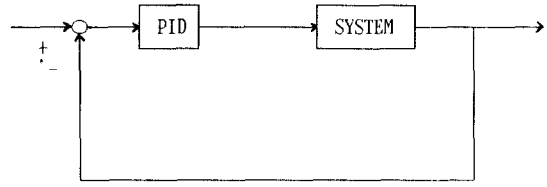


그림 1. 적응 PIDA 제어기의 구조

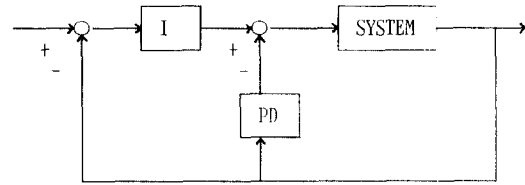
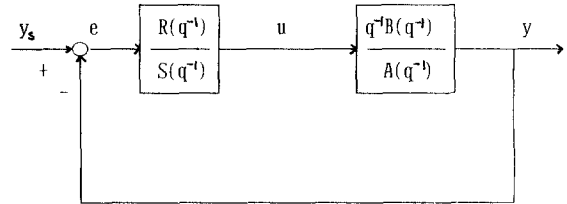


그림 2. 적응 PIDB 제어기의 구조

다항식 $A(q^{-1})$ 와 $B(q^{-1})$ 가 서로소라는 가정하에서 다음과 같은 Bezout 항등식이 성립한다.

$$A(q^{-1}) K(q^{-1}) + q^{-1} B(q^{-1}) H(q^{-1}) = k_o \quad (16)$$

$$\text{단, } H(q^{-1}) = h_o + h_1 q^{-1}$$

$$K(q^{-1}) = k_o + k_1 q^{-1}$$

식 (11)에 Bezout 항등식을 도입하면

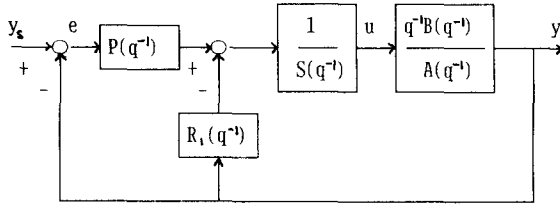
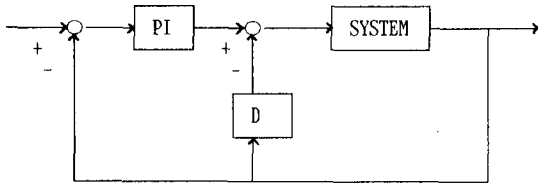


그림 3. 적응 PIDC 제어기의 구조

$$A(q^{-1}) S(q^{-1}) + q^{-1} B(q^{-1}) M'(q^{-1}) + q^{-1} B(q^{-1}) = (1/k_0) * \{A(q^{-1}) K(q^{-1}) + q^{-1} B(q^{-1}) H(q^{-1})\} C(q^{-1}) \quad (17)$$

단, $M'(q^{-1}) = M(q^{-1}) - 1$

식 (16)의 양변에 $z(k)$ 를 곱하고 식 (11)을 대입하면

$$S(q^{-1}) u(k) + M'(q^{-1}) y(k) + y(k) = (1/k_0) H(q^{-1}) * C(q^{-1}) y(k) + (1/k_0) K(q^{-1}) C(q^{-1}) u(k) \quad (18)$$

결과로서

$$y(k) = -S(q^{-1}) u(k) - M'(q^{-1}) y(k) + (1/k_0) H(q^{-1}) * C(q^{-1}) y(k) + (1/k_0) K(q^{-1}) C(q^{-1}) u(k) \quad (19)$$

위 식은 Bezout 항등식을 이용해 제어기 출력과 공정입력 사이의 관계를 나타낸 것인데 causal 함을 쉽게 증명할 수 있다. 식 (18)에서 제어기 출력 $u(k)$ 와 공정 출력 $y(k)$ 에 대한 관계식을 구하면

$$\frac{y(k)}{u(k)} = \frac{k_0 S(q^{-1}) - K(q^{-1}) C(q^{-1})}{H(q^{-1}) C(q^{-1}) - k_0 M(q^{-1})} \quad (20)$$

식 (10)과 식 (20)은 등가식이므로 다음 등식이 성립한다.

$$A(q^{-1}) = H(q^{-1}) C(q^{-1}) - k_0 M(q^{-1}) \quad (21)$$

$$q^{-1} B(q^{-1}) = k_0 S(q^{-1}) - K(q^{-1}) C(q^{-1}) \quad (22)$$

위 식이 성립하기 위해서는 $n_c \leq 1$ 이어야 한다. 식 (21)과 식 (22)에서 다음 항등식이 유도된다.

$$S(q^{-1}) H(q^{-1}) - M(q^{-1}) K(q^{-1}) = 1 \quad (23)$$

위 식으로 제어기 매개변수 α, s, r 을 알고 있다는 가정하에 보조 다항식 매개변수 h_0, h_1, k_0, k_1 을 계산해 낸다. 식 (19)를 정리하면

$$y(k) = P^T \Phi(k) \quad (24)$$

$$\Phi(k)^T = [-y(k-1), (q^{-1}-1) u(k-1), (-1+2q^{-1}-q^{-2}) y(k), C(q^{-1}) y(k), C(q^{-1}) y(k-1), C(q^{-1}) u(k-1), (C(q^{-1}) - 1 + q^{-1}) u(k)]$$

$$P^T = [\alpha, s, r, h'_0, h'_1, k'_1, 1]$$

$$\text{단, } h'_0 = h_0/k_0, \quad h'_1 = h_1/k_0, \quad k'_1 = k_1/k_0$$

식 (24)에서 α, s, r 은 다음의 적응 메카니즘으로 매 샘플링 시간마다 추정된다.

$$P(k) = P(k-1) + L(k) \{ y(k) - \Phi(k)^T P(k-1) \} \quad (25)$$

$$F(k) = \{ I - L(k) \Phi(k)^T \} F(k-1) \quad (26)$$

$$L(k) = \frac{F(k-1) \Phi(k)}{1 + \Phi(k)^T F(k-1) \Phi(k)} \quad (27)$$

3. 컴퓨터 시뮬레이션 결과

시뮬레이션을 위한 알고리즘은 다음과 같다.

- 1 단계 : 적응 제어 알고리즘으로 매개변수 α, s, r 추정.
- 2 단계 : 식 (23)으로부터 보조 매개변수 h_0, h_1, k_0, k_1 계산.
- 3 단계 : 식 (3)으로부터 제어입력 $u(k)$ 계산.
- 4 단계 : 식 (1)으로부터 공정출력 $y(k+1)$ 계산.

매개변수 α, s, r 의 초기값은 한 번 임의로 선정하여 시뮬레이션을 수행한 후 수렴된 값을 실제 수행시 초기값으로 사용하였다. 원하는 특성 방정식 $C(q^{-1})$ 는 PIDA 제어기와 PIDB 제어기에서는 영(zero)으로 설정하였고, PIDC 제어기에서는 0로 주었다. 극이 안정한 최소 위상 시스템과 비최소 위상 시스템을 예로 들어 시뮬레이션을 수행했다.

예 1) 최소 위상 시스템

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.857 q^{-1} + 0.548 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.381 + 0.310 q^{-1}$$

그림 4, 5, 6 은 각각 PIDA, PIDB, PIDC 제어기 구조에 대한 결과이다. 그림 5 에서는 기준 입력에 대한 공정출력의 추적 효과가 좋은 반면 제어기가 심한 변화를 일으켜야 한다. 그림 6 은 추적 효과는 다소 떨어지는 반면 수렴이 빠르고 제어기의 심한 변화를 요구하지 않는다. 그림 4 는 그림 5 와 그림 6 의 중간 특성을 보여준다.

예 2) 비최소 위상 시스템

$$A(q^{-1}) = 1 - 2.0 q^{-1} + 0.99 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.5 + 1.0 q^{-1}$$

그림 7 은 PIDC 제어기 구조의 시뮬레이션 결과이다. 오우버 슈트(overshoot)가 크게 나타나는 반면 수렴이 빠르다.

4. 결론 및 제언

본 연구에서는 기존의 PIDC 구조의 제어기를 이용하여 수렴 특성이 우수하고 기준입력 변화시 제어기의 심한 변화를 줄일 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 시뮬레이션 점검 결과 매개변수의 초기치 선정과 원하는 특성 방정식의 형태를 설정하는 것이 주요한 문제점이었다. 시간지연이 큰 시스템에 적용 가능하도록 제어기의 형태를 보완하는 작업이 필요하다. 끝으로 본 연구에 도움을 주신 한국 과학 기술원의 화학 공정 연구실에 감사드린다.

5. 참고 문헌

- [1] K. J. Åström and B. Wittenmark, Computer Controlled Systems - Theory and Design, Prentice-Hall, Inc., 1984.
- [2] R. Ortega and R. Kelly, "PID Self-Tuners : Some Theoretical and Practical Aspects," IEEE Trans. Ind. Elec., Vol. IE-31, No. 4, Nov. 1984.
- [3] 김 중환, "비최소 위상 시스템에 대한 직접 극배치 PID 자기동조기 및 적응 제어기에 관한 연구", 박사학위 논문, 서울대학교, 1987.

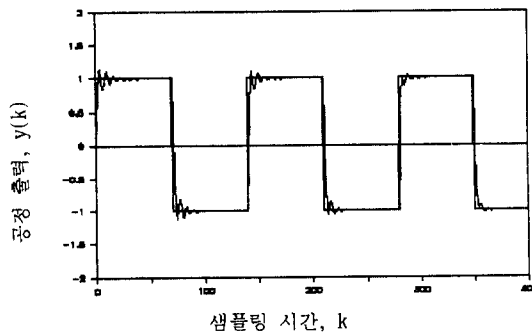
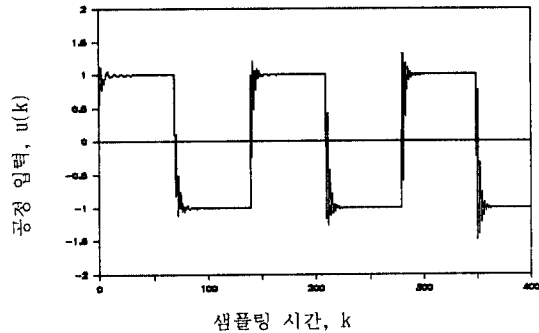


그림 4. PIDA 구조 제어기의 Servo Response (최소 위상 시스템)

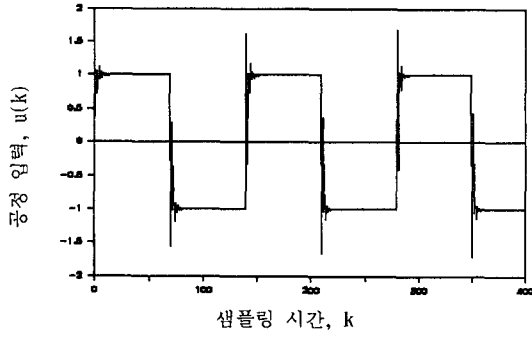


그림 5. PIDB 구조 제어기의 Servo Response
(최소 위상 시스템)

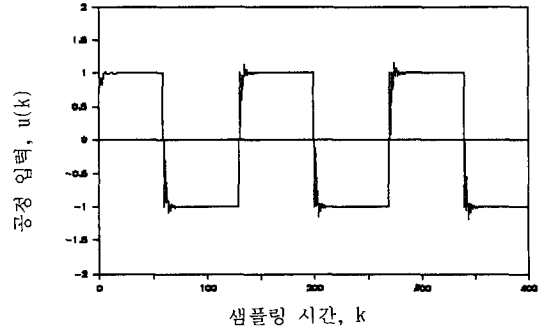


그림 6. PIDC 구조 제어기의 Servo Response
(최소 위상 시스템)

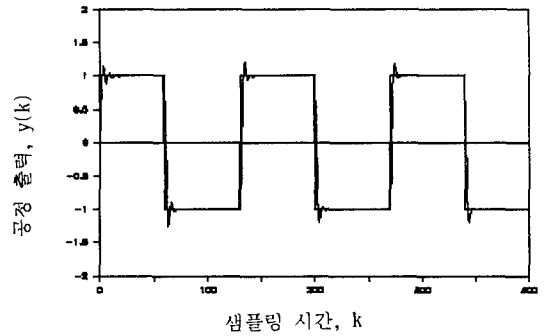
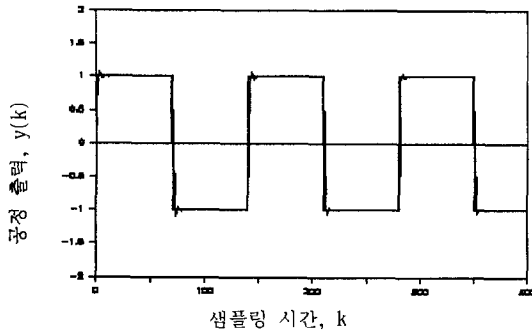


그림 7. PIDC 구조 제어기의 Servo Response
(비최소 위상 시스템)

