

대부하 탄성 구조물의 부하압력 피드백에 관한 연구

○ 김 영 대, 정 인 수, 김 종 규
대 전 기 계 창

The use of Load Pressure Feedback in designing High Performance
Electro-hydraulic Speed Controller for a flexible structure

Kim, Young Dae, Chung, In Soo, Kim, Jong Kyou
Daejeon Machine Depot.

Abstract

In designing a high performance electro-hydraulic control system for a large flexible structure, several flexible structural modes should be taken into account in a range of hydraulic control system bandwidth. The procedures of modeling a flexible mode control system and designing the high pass filter of load pressure feedback are presented.

Example analysis verifies the presented analysis.

1. 서 론

대형구조물의 고속 전기유압식 제어시스템의 넓은 주파수 대역의 제어시, 구조물의 크기와 형태에 의한 구조물 자체의 탄성 모우드에 의한 고유 진동영역을 고려하여 제어기를 설계하여야 한다. 대형구조물은 낮은 주파수 영역에 구조물의 고유 진동 모우드를 갖게 되며, 이러한 제어시스템의 성능향상을 위해 사용되는 부하압력 제한에 의한 제어기 설계는 구조물의 고유진동 모우드에 대한 해석을 포함하고 설계되어야 한다.

일반적으로 유압 구조물의 탄성 변형을 고려한 시스템 방정식은 구조물의 강제 모우드와 탄성모드를 포함하여 나타내게 되며, 본 연구에서는 이러한 탄성 구조물의 제어시스템을 해석을 위해 탄성구조물의 모우드 해석을 통해 관심있는 주파수 대역내의 모드를 분리하여 제어기를 설계하는 과정을 보여주고 있다. 이러한 탄성모드를 고려한 부하압력 제한 제어기의 특성과 제어기 설계 방법을 제시하고 실제 무게 약 5톤의 길이 5.5m 되는 보의 속도 제어기를 설계하였다.

2. 유압 시스템

유압 제어 시스템은 2단 서어보 밸브, 유압실린더, 그리고 전기제어기와 탄성구조물로 이루어지며 그림 1은 일반적인 계를 보여주고 있다.

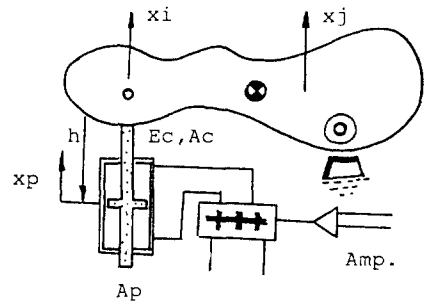


그림 1. 유압제어 시스템

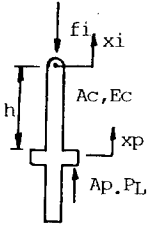
2단 서어보 밸브는 1차 지연으로 식(1)과 같이 표현된다.

$$(\tau_{sv}s+1)x_v = K_{sv}i \quad (1)$$

여기서 x_v , τ_{sv} 및 K_{sv} 는 각각 2단 서어보 스톨변위, 시정수, 그리고 변위 이득이며 i 는 전류 그리고 s 는 라플라스 변수를 나타낸다. 2단 스톨의 움직임에 의한 유량공급과 유압실린더의 유량과의 연속식에 의해 식(2)가 얻어지며,

$$K_d x_v = (C_t + \frac{V_t}{4\beta_e} s) P_L + A_p s x_p \quad (2)$$

K_d 는 유량이득, C_t 는 누설을 고려한 유량압력계수, V_t 는 유압실린더 총체적, β_e 는 작동유의 체적 탄성계수, P_L 은 부하압력 그리고 $A_p x_p$ 는 각각 실린더의 유효면적 및 변위를 나타낸다. 그림(2)와 같이 유압 피스톤의 끝점이 탄성구조물의 x_i 점에 연결되고 피스톤의 길이 방향의 탄성을 고려하면



$$f_i = A_p P_L$$

$$x_p = x_i + \frac{h_c A_p}{A_c E_c} \quad (3)$$

그림(2) 식(3)이 얻어진다.
식(3)을 이용하여 식(2)는

$$K_q x_v = [c_t + (\frac{V_t}{4\beta_e} + \frac{h_c A_p}{A_c E_c}) s] P_L + A_p x_i \quad (4)$$

로 되어 유압유의 압축성의 영향으로 피스톤의 탄성 변형이 영향을 나타낸다.

3. 탄성구조물의 모우드 해석

탄성 구조물의 선형해석은 집중 질량법이나 영향계수법 혹은 유한요소해석법 등의 근사해법에 의해 해석되어지며 식(5)와 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$[M s^2 + K]_{N \times N} \tilde{x}_{N \times 1} = \tilde{f}_{N \times 1} \quad (5)$$

M K 는 질량 및 강성 행렬이며 x 는 변위벡터, f 는 외부 가진벡터를 나타낸다. 먼저, 외부 가진력 $\tilde{0}$ 으로 하는 고유 모우드 해석을 위해 일반좌표 벡터 \tilde{q} 와 모달매트릭스 \tilde{h} 를 도입하면

$$\tilde{x} = \tilde{h} \tilde{q}$$

$$\tilde{h} = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_i, \dots, \phi_N] \quad (6)$$

이 되고 i 번째 고유모드는

$$\phi_i^T M \phi_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (7)$$

$$\phi_i^T K \phi_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ \omega_i^2 & i = j \end{cases}$$

를 만족한다.

유압제어기 설계를 위한 탄성구조물의 동력학적 모델은 유압실린더의 가진점에 외력 f_i 이 작용할때 x_i 점에서의 영향을 구해야 하며 이 경우 유압 구동장치의 제한 조건이 없이 외력만 유압 구동장치에 의해 영향을 주도록 식(5)가 만들어진다. 이와 같은 구조물의 해석은 일반적으로 강성행렬 K 가 강체모드를 갖게 되어 준정의 행렬 (Semidefinite Matrix)가 된다. 따라서 식(5)의 고유모드는 고유진동수가 0 인 강체모드와 0 이 아닌 탄성모드로 분리하여 얻어진다. 식(5)에서 강성행렬이 r 개의 rank 를 갖게 되면 강체모드의 개수는 $N-r$ 개가 되고, $N-r$ 개의 강체모드는 직교조건인 식(7)을 만족하는 벡터 집합이 되어야 한다. 강체모드의 탄성 변형에너지가 0인 조건을 이용하면

$$[K] \tilde{\phi} = \tilde{0} \quad (8)$$

으로부터 $N-r$ 개의 강체모드와 $N-r$ 개의 제한 방정식을 얻어내게 된다. 즉 $[K]$ 행렬을 r 개의 행과 열로 분리하여 분할 행렬을 만들면

$$\begin{bmatrix} K^{CC} & K^{rC} \\ K^{Cr} & K^{rR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi^C \\ \phi^r \end{Bmatrix} = \tilde{0} \quad (9)$$

식(9)로 표현되고 모드벡터 $\tilde{\phi}$ 를 r 개의 요소를 갖는 ϕ^C 과 $N-r$ 개의 요소를 갖는 ϕ^r 으로 나누어 쓸 수 있게 된다. 식(9)로부터

$$K^{CC} \tilde{\phi}^C + K^{rC} \tilde{\phi}^r = \tilde{0} \quad (10)$$

$$K^{Cr} \tilde{\phi}^C + K^{rR} \tilde{\phi}^r = \tilde{0} \quad (11)$$

을 얻게 된다. 식(10)으로부터 $N-r$ 개의 독립된 임의의 벡터 $\tilde{\phi}_i^r$ $i=1, \dots, N-r$ 을 이용해 해당되는 $\tilde{\phi}_i^C$ 를 얻음으로써 $N-r$ 개의 강체모드 $\tilde{\phi}^r$ 를 얻게되며 식(11)을 이용하여 $N-r$ 개의 제한식인

$$\tilde{\phi}^r = -[K^{rR}]^{-1} [K^{Cr}] \tilde{\phi}^C \quad (12)$$

를 얻어 변환 행렬 \tilde{T} 을 구할 수 있다.
즉,

$$\tilde{\phi} = \tilde{T} \tilde{\phi}^C = \begin{bmatrix} I \\ -K^{rR}{}^{-1} K^{Cr} \end{bmatrix} \tilde{\phi}^C \quad (13)$$

식(13)을 이용해 식(5)의 고유모우드 해석을 하면 식(14)를

$$[M^C s^2 + K^C] \tilde{\phi}_{r \times 1}^r = \tilde{0} \quad (14)$$

$$M^C = \tilde{T}^T M \tilde{T}$$

$$K^C = \tilde{T}^T K \tilde{T}$$

얻게 되고 이렇게 얻은 r 개의 ϕ^C 을 식(13)을 통해 ϕ_i $i=1, \dots, N$ 로 얻어져서 $N-r$ 개의 강체모드와 함께 모달 매트릭스 \tilde{h} 를 만들게 된다. 얻어진 \tilde{h} 를 이용해 식(6)과 식(5)에 의해 변위의 일반좌표 q_k 는

$$q_k = \frac{\phi_k^T f}{s^2 + \omega_k^2} \quad (15)$$

따라서 변위벡터 x_k 는

$$x_k = \sum_{k=1}^N \frac{\phi_k \phi_k^T}{s^2 + \omega_k^2} f \quad (16)$$

로 나타내어진다. 따라서 x_i 와 f_i 와의 전달함수 $h(s)$ 는 식(16)으로 부터

$$x_i(s) = h(s) f_i(s) = A_p h(s) P_L(s)$$

$$h(s) = \sum_{k=1}^N \frac{\phi_{ki}^2}{s^2 + \omega_k^2} \quad (17)$$

로 나타내어진다.

4. 유압 제어기

유압 제어시스템의 고유 진동특성의 감소효과를 높여주기 위해 사용하는 부하압력 제한방식은 부하압력의 고주파 통과 필터를 사용하고 있으며 [3] 필터의 파라미터에 의해 최적 제어시스템을 설계한다. 고주파 통과 필터는 병렬로 연결된 N 개의 필터로 각 필터의 이득과 시정수는 해당 되는 모드의 댐핑을 최적으로 인가하도록 설계한다. 고주파 통과 필터의 전달함수는 식(18)과 같다.

$$F(s) = \sum_{i=1}^m \frac{\beta_i}{\alpha_i s + 1} \quad (18)$$

식(1), (4), (17) 그리고 (18)의 관계식을 블록선도로 표시하면 그림(3)과 같다.

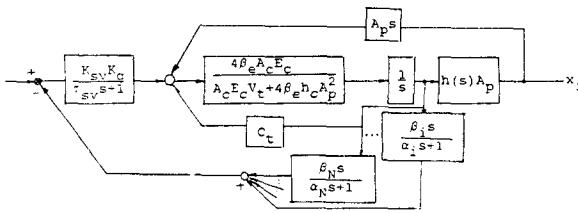


그림 3. 부하압력 제한 시스템

5. 길이가 긴 보의 속도제어기 설계

탄성구조물의 부하압력 제한에 대한 고주파 통과 필터의 변수 α_i, β_i 의 결정과정과 응답특성을 유압 실린더로 구동되는 길이가 긴 보의 속도제어기를 통해 살펴본다. 사용된 유압 서어보 시스템의 상수들도 표 1에 보여주고 있다.

$$\tau_{sv} \quad 0.0089 \quad A_c = 1.9635 \times 10^{-3}$$

$$K_q \quad 1.2625 \quad h_c = 0.56$$

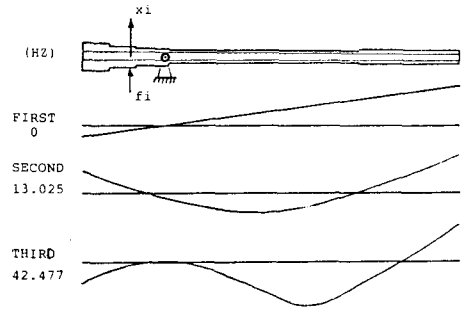
$$K_{sv} \quad 1.6 \times 10^{-4} \quad E_c = 0.207 \times 10^{12}$$

$$A_p \quad 1.8328 \times 10^{-3} \quad \beta_e = 6.895 \times 10^8$$

$$V_t \quad 1.4984 \times 10^{-3} \quad C_t = 1.6 \times 10^{-12}$$

표 1. 유압 상수표

그림(4)는 해석에 사용된 무게 5 ton 길이 5.6m 의 보의 단면도와 유한해석을 통해 얻은 3개의 기본 고유진동수 및 모드 모양을 보여주고 있다.



그림(4). 보의 단면과 기본 3 모드 형상

그림에서 첫번째 모드를 피봇한 지점을 중심으로 하는 강체 회전모드를 보여주며 2, 3 번째 모드는 탄성모우드를 보여주고 있다. 첫번째의 강체모드는 유압실린더의 강성효과에 의해 유압시스템의 기본 고유진동을 만들게 되고 탄성모드 역시 실린더의 강성에 의해 고유진동수가 상승하게 된다. W_3 의 고유진동수가 약 42.4Hz 이므로 예상 유압 주파수대역에 미치는 영향이 고유진동수의 제곱에 반비례 하므로 해석시 W_1, W_2 의 모드만을 가지고 해석할 수 있는것을 나타내고 있다. 해석에 사용된 유한해석을 Rayleigh보로 유한 요소를 모델링하였으며 경사단면을 갖는 중공축을 해석할 수 있도록 프로그램 하였다.

유한해석을 통해 얻어진 f_i 와 x_i 의 전달함수 $h(s)$ 는 식(17)에 의해

$$P_L = \frac{x_i(s)}{A_p h(s)}$$

$$h(s) = \sum_{k=1}^2 \frac{\phi_{ki}^2}{s^2 + \omega_k^2} \quad (19)$$

$$= \frac{(0.006767)^2}{s^2} + \frac{(0.015526)^2}{s^2 + (81.84)^2}$$

로 얻어진다. 표 1에 주어진 상수를 이용해 식(1), (4), (19)로부터 입력전류 i 와 속도 $s \cdot x_i$ 의 관계식은

$$K_q x_v = G_1(s) i$$

$$s x_i = \frac{K_q}{G_2(s)} x_v$$

$$P_L(s) = \frac{1}{G_3(s)} s x_i$$

$$G_1(s) = \frac{2.02 \times 10^{-4}}{0.00898 s + 1} \quad (20)$$

$$G_2(s) = \frac{G_4(s)}{G_3(s)} + A_p$$

$$G_3(s) = A_p s h(s)$$

$$G_4(s) = 1.6 \times 10^{-12} + 5.9018 \times 10^{-13} s$$

로 나타내어 진다. 부하압력 계환의 고주파통과 필터 $F(s)$ 는 식(20)으로 부터

$$F(s) = \frac{\beta_1 s}{\alpha_1 s + 1} + \frac{\beta_2 s}{\alpha/s + 1} \quad (21)$$

로 되어 부하압력 계환의 블록선도는 그림(5)와 같다.

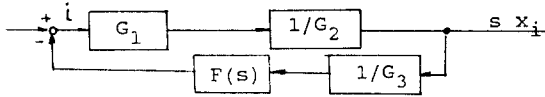


그림 5. 부하압력 계환 블록선도

부하압력을 제한시키지 않은 개회로의 과도응답과 주파수 응답선도는 그림(5)와 (6)에 보여주고 있다.

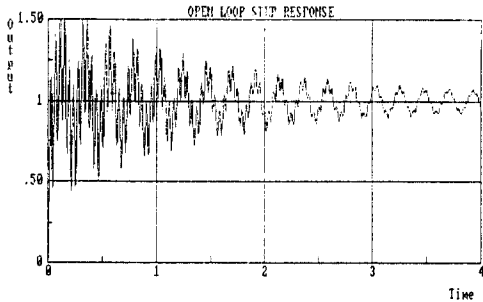


그림 5. 개회로 과도 응답

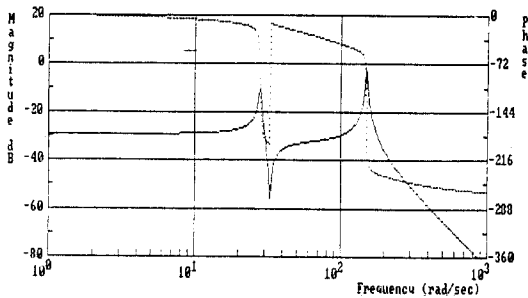


그림 6. 개회로 주파수 응답 곡선

그림 (5), (6)에서 나타내듯 강체모드가 유압유의 압축성 효과에 의해 4.6HZ 의 고유진동수를 갖는 유압고유 진동모드와 약 13.02HZ 에 있던 빔의 탄성모드가 실린더 강성에 의해 23.84HZ 의 탄성모드가 되는것을 나타낸다. 그림 (6)에서와 같이 인접한 첫째와 둘째의 모드에 의해 약 5HZ 에서 비공진점 (antiresonance) 이 존재하며 이 비공진점의 영향으로 계의 제어주파수 대역이 급격히 감소하게 된다.

부하압력 피드백은 두개의 고유진동 모드에 효과적으로 감쇠효과를 주기위한 것으로 먼저 첫번째 고유진동의 감쇠효과를 주며 가장 좋은 응답특성을 주기위한 고주파통과 필터를 설계하기 위해 식(21)의 첫번째 필터만을 고려하여 α_1 을 변화주며 β_1 에 대한 근계적을 해석하였다. 그림(7)은 α_1 가 0.2, 0.1081, 그리고 0.06에 대한 β_1 의 변화에 따른 근계적을 보여주고 있다.

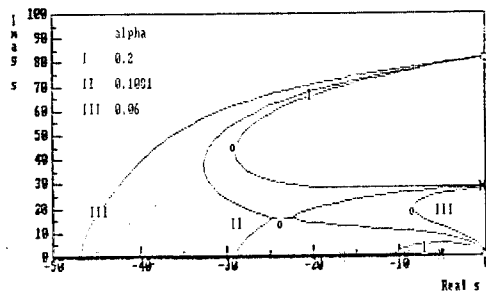


그림 7. 필터 이득에 따른 근계적 선도

Ref[2,3] 에서 해석된 결과와 유사하게 최적 α 값은 고유진동수 ω_n 과 서보보 시정수 T_{sv} 에 의해

$$\alpha = \omega_n^2 \cdot T_{sv}$$

이 되는 α 값 부근에서 가장 좋은 근계적(그림 7의 II)을 나타낸다. 각각의 α 값에 대한 최적의 β 값(그림 7의 "0" 로 표기된 위치)의 고주파통과 필터에 대한 주파수 응답선도가 그림 8에 보여지고 있다.

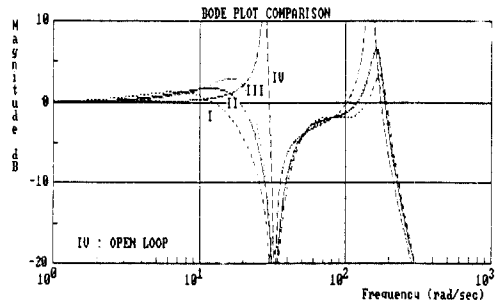


그림 8. 필터에 따른 과도 응답 곡선

각각의 곡선은 부하압력 계환을 시키지 않은 III 선도보다 감쇠효과가 커다란 응답특성 곡선을 보여주며, 그림 9에

보여주는 과도응답 특성을 보여주고 있다.

즉, I의 경우는 Real 축상의 서어보 및 고주파 극점 (pole)의 0점 근방의 존재로 응답이 늦어지며, 그림은 최적 응답특성을 그리고 그림 III은 댐핑이 다소 적은 과도 응답특성을 보여주는 것을 알 수 있다.

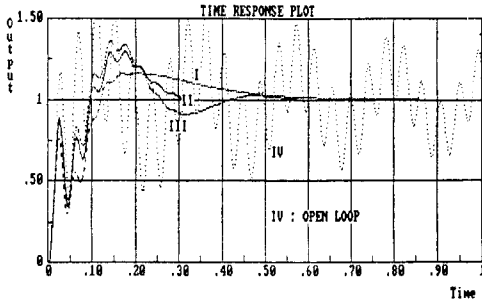


그림 9. 필터에 따른 과도 응답 곡선

6. 결 론

고성능 유압제어기 설계시 내부 제어 개환회로로 대부분 시스템에 대해 부하압력의 사용은 적절한 고주파통과 필터를 사용하여 좋은 응답특성을 얻을 수 있다. 부하압력을 위한 고주파통과 필터의 시정수는 서어보 밸브의 시정수와 유압 시스템의 고유진동수의 함수로 결정되며 최적치는

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\tau_{sv}} = \omega_N^2$$

로 주어지며 약 20% 정도의 영역 안에서 결정하면 된다.

유압제어 계의 근은 원점에 있는 제로와 허근축상에 형성되는 제로로 접근하므로 필터이득의 증가에 따라 유압 시스템에 의한 고유진동 모드는 허수축에서 출발하여 다시 허수축상의 제로로 들어오게 된다. 따라서 이득은 근의 실수값이 증가에서 감소로 변하는 변곡점에서 설정하여주면 된다.

유압시스템과 강제모드로 형성된 유압시스템의 첫번째 고유진동모드는 필터이득의 증가에 따라 원점에 위치한 제로나 허수축상의 구조물의 첫번째 탄성모우드의 근의 위치로 수렴하게 되며 이것은 필터의 시정수에 따라 변하게 된다.

본 연구에서 다룬 예제는 유압시스템의 고유진동모드가 2번째 탄성모드로 함께 감쇠효과가 작음하므로 한개의 1차 고주파통과 필터를 사용하여 제어기를 설계할 수 있었으나, 대형구조물의 유압모터 및 기어박스에 의한 회전운동 제어시엔 구조물의 강제모드와 기어박스에 의한 강성 및 질량의 효과로 발생하는 탄성모드가 인접하여 하나의 필터로 인접한 두개의 모드를 동시에 효과적으로 제어하기 어려울 수 있다. 이러한 근접된 근의 제어방법은 추후 연구에 보여주고자 한다.

참 고 문 헌

1. T.R.WELCH, "The Use of Derivative Pressure Feedback in High Performance Hydraulic Servomechanisms", Journal of Engineering for Industry, Feb.1962, pp.8-14.
2. R.BELL, A.de PENNINGTON, "Active Compensation of Lightly Damped Electrohydraulic Cylinder Drives Using Derivative Signals", Proc Instn Mech Engrs 1969-70, Vol.184, Pt No.4, pp.83-98.
3. 김영대, 위대욱, 심재운, "대부하 전기유압 시스템의 부하압력 피이드백에 관한 연구", '87년 한국자동차 공학회 학술회의 논문집, Vol.1, pp.358-363.