

다각 보행 로봇의 비평탄 지형에서의 걸음새 알고리즘

민 병 의 황 승 구

한국전자통신연구소

Motion Control Algorithm for A 4-Legged Walking Robot over Irregular Terrain

Byung Eui Min Seung Ku Hwang

Electronics & Telecommunications Research Institute

ABSTRACT

In this paper we describe a motion control algorithm for a 4-legged robot over slopped terrain and steps. The new concept of the mechanically constrained angle has been introduced and the algorithm has been developed based on the relationship between the gait stability margin and the slope angle. The result then has been extended to the case where the robot walks over steps.

1. 서론

요철이 심하거나 급한 경사면 등 불규칙 지형에서 동물은 바퀴 달린 차량보다 적은 에너지로 우수한 이동성을 보여 준다. 이러한 이유로 동물의 걸음새에 대한 연구가 오래전부터 이루어져 왔으며 최근에는 로봇 공학의 급속한 발전에 따라 보행 로봇에 대한 연구가 활성화되고 있다.

보행 로봇의 장점이 불규칙 지형에서의 뛰어난 이동성과 지형 적응도에 있기 때문에 이의 개발의 궁극적 목적은 불규칙한 자연지형에서 자유걸음새를 구현하는 것이라 할 수 있다.

그러나 일반적으로 불규칙한 자연지형을 수식적으로 모델링한다는 것은 불가능하다. 때문에 지형을 평탄면, 경사면, 계단, 함정 등 기하학적으로 간단히 표현할 수 있는 몇개의 모델로 단순화 시켜 각기의 모델을 대상으로 개발된 걸음새들을 기반으로 불규칙 지형에서의 자유 걸음새를

개발하는 것으로 연구 방향을 설정할 수 있다.

한편 걸음새 개발에서 우선적으로 고려되어야 할 사항은 안정도 문제이다. 즉 걸음새 연구의 목적은 주어진 로봇의 기구적 한계 내에서 안정도를 유지하며 보다 높은 이동성을 갖는 동작 제어 알고리즘을 개발하는 데 있다.

본 논문은 측도기(Pantograph) 메카니즘의 다리 구조를 갖는 4각 보행 로봇을 대상으로 경사면과 계단에서의 걸음새 개발에 관해 논한다. 기구학적 구속각의 개념을 도입하여, 보행체적(Walking Volume), 몸체 높이 및 몸체 자세 등을 고려하여 주어진 경사면에서 최대경사선(Maximum Gradient Line)을 따라 보행할 시 세로 안정도를 최적화하는 경사면에서의 걸음새 알고리즘과 평지에서와 같은 안정여유를 유지하며 일상적으로 사용되어지는 계단을 등정하기 위한 걸음새 알고리즘을 제시하였다. 여기서 개발된 걸음새는 추후 진행되어 질 불규칙 지형에서의 자유걸음새 개발에 연계코져 한다.

2. 경사면에서의 걸음새

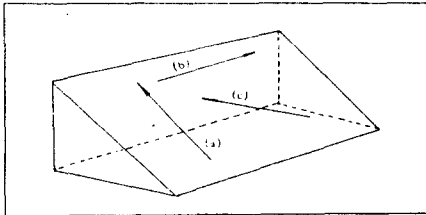
평지에서의 걸음새와 경사면에서의 걸음새의 가장 큰 차이점은 지지 다각형(Support Polygon) 상에 투영되어지는 몸체 무게 중심의 위치가 경사면 아랫쪽으로 이동되어 세로안정도 값이 감소되어 나타난다는 점이다. 때문에 세로안정도 값이 감소되는 현상을 방지하기 위해 몸체 자세(Body Attitude)와 몸체 높이(Body Altitude), 스트로크의 중앙점 등을 조정하여 정적안정도를 유지할 수 있는 걸음새에 관해 논한다. 여기서는 걸음새 시퀀스(Gait Sequence)가 4-2-3-1인 물결

걸음새 (Wave Gait)를 이용하였다.

평지에서의 걸음새와의 비교를 위해 평지에서의 세로안정도를 S_0 로 표기하고 경사면상의 지지다각형에 투영된 안정여유를 S_L' 으로, 이를 다시 수평면에 투영시킨 값을 S_L 로 표기키로 한다.

(1) 경사면에서의 경로 선택

경사면에서의 등정경로는 그림-1에서와 같이 (a), (b), (c)의 3가지로 나눌 수 있다. 본 논문에서는 (a)의 경우인, 최대경사선을 따라 등정할 경우에 국한하여 논한다.



(a). maximum gradient line
(b). zero gradient line
(c). arbitrary direction

그림-1. 경사면에서의 등정 경로
(Fig-1. 3-paths on a slop)

(2) 경사면에서의 안정여유도

$2n$ 개의 다리를 갖는 보행 로봇이 물결 걸음새를 구현 시 갖는 세로 안정도는 인접한 다리의 보행체적 사이에 공동 영역이 없을 경우 ($R \leq P$) 식(1)로 표시된다.

$$S = (n/2 - 1) \cdot P + (1 - 3/(4\beta)) \cdot R \quad \dots (1)$$

$R \leq P, 1/2 \leq \beta \leq 1$

여기서 R 은 스트로크, P 는 스트로크 피치를 나타낸다. 따라서 4각($n=2$)인 경우는 식(2)로 표시된다.

$$S = (1 - 3/(4\beta)) \cdot R, R \leq P, 3/4 \leq \beta \leq 1 \quad \dots (2)$$

한편 평지에서의 세로안정도가 S_0 라면 같은 걸음새를 구현 시 경사각 θ 의 경사면에서는 S_L' 로 감소하게 되고 다시 이를 수평면에 투영시킨 값(S_L)은 식(3)으로 표시된다.

$$S_L = S_L' \cdot \cos\theta$$

$$S_L' = S_0 \cdot H \cdot \tan\theta$$

$$\therefore S_L = (S_0 \cdot H \cdot \tan\theta) \cdot \cos\theta \quad \dots (3)$$

(3) 기구학적 구속각
(Mechanically Constrained angle)

그림-2는 속도기 기구의 보행체적을 보여주고 있다. 액튜에이터의 구동범위는 hip 좌표계에서 $-a \leq x \leq a, b \leq z \leq c$ ($a, b, c \geq 0$)로 구속된다. 이 범위에서 액튜에이터가 구동될 때 발끝이 도달할 수 있는 범위는 그림에서 직사각형의 내부로 제한된다. 그러나 평지에서 보행할 시 $\omega=0^\circ$ 인 곡선의 윗부분을 디딜 경우 무릎(D점)이 지면에 닿게 되어 정상적인 보행이 불가능해진다. 또한 경사각 θ 의 경사면에서 수평보행 시 무릎이 닿지 않기 위해서는 $\omega = \theta$ 의 윗부분은 사용가능한 보행체적에서 제외되어야 한다.

한편 보행로봇의 기구학적 요인에 의해 다리는 지면과 일정한 이상을 유지하며 보행해야 한다. 그림에서 지면과 다리가 이루는 각을 기구학적 구속각(ω)으로 정의하기로 한다. 이에 따라 사용가능한 보행체적은 더욱 줄어 든다.

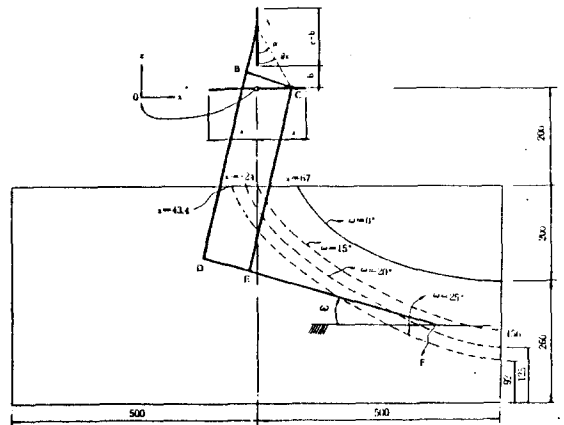


그림-2 속도기 기구의 보행 체적
(Fig-2 Reduced Walking Volume of Pantograph Mechanism)

$$\overline{AD} = \overline{DF} = 1 \quad (\text{다리길이}) \quad \dots (4)$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} \quad \dots (5)$$

$$\overline{AD} / \overline{AB} = \overline{DF} / \overline{BC} = k \quad (\text{확대비}) \quad \dots (6)$$

$$\omega = \text{angle}(\overline{DF}, x\text{-axis}) \quad (\text{기구학적 구속각}) \quad \dots (7)$$

$$\overline{AC} = \sqrt{x^2 + z^2} \quad \dots (8)$$

$$\alpha = \cos^{-1}(\overline{AC} / 2 \cdot \overline{AB}) \quad \dots (9)$$

$$\theta_z = \tan^{-1}(x/z) \quad \dots (10)$$

$$\eta = \alpha - \theta_z \quad \dots (11)$$

$$(D_x, D_z) = (-1 \cdot \sin\eta, -1 \cdot \cos\eta + z) \quad \dots (12)$$

$$(F_x, F_z) = (kx, -(k-1)z) \quad \dots (13)$$

식(7)의 기구학적 구속각에 따르는 축소된 보행체적의 경계면에서의 방정식은 아래와 같이 유도된다.

$$D_x \cdot F_x = -l \cdot \cos \omega \quad \dots (14)$$

$$D_z \cdot F_z = -l \cdot \sin \omega \quad \dots (15)$$

식(12), 식(13)을 식(14), 식(15)에 대입하면 아래와 같다.

$$l \cdot \cos \gamma = k \cdot z - l \cdot \sin \omega \quad \dots (16)$$

$$l \cdot \sin \gamma = -k \cdot x + l \cdot \cos \omega \quad \dots (17)$$

식(16), 식(17)에서 γ 를 소거하면 식(18)이 유도되는 기구학적 구속각에 따라 축소된 보행체적의 경계면에서의 방정식을 구하기 위한 영당이 좌표계에서의 액튜에이터의 궤적을 나타낸다.

$$(l/k)^2 = (z - (l/k) \cdot \sin \omega)^2 + (x - (l/k) \cdot \cos \omega)^2 \quad \dots (18)$$

식(13)과 식(18)에서 축소된 보행체적의 경계방정식을 구하면 아래와 같다.

$$(F_x - l \cdot \cos \omega)^2 + \left(\frac{k}{k-1} F_z + l \cdot \sin \omega\right)^2 = l^2$$

단 $-ka \leq F_x \leq ka, -(k-1)c \leq F_z \leq -(k-1) \cdot b \quad \dots (19)$

(4) 최대경사선 상에서의 보행 알고리즘

경사면과 몸체의 x축이 이루는 각을 θ 라 할 때 최대경사선을 따라 등정할 때의 몸체자세는 그림-3, 4, 5에서와 같이 다음의 3가지로 구분하여 고찰하기로 한다.

- 수평보행의 경우
- 경사면과 평행하게 등정할 때
- 경사면과 일정각을 이룰 때

그림-3은 수평보행의 경우를 나타내고 있는데 이때 경사면과 다리가 이루는 기구학적 구속각을 ω 라 하면 경사면 θ 에서의 기구학적 구속각(ω)은 $\omega + \theta$ 로 표시된다. 경사각을 15°라 하고 기구학적 구속각이 존재하지 않는다고 할 때 등정 가능한 최대보폭은 276mm로 된다. 기구학적 구속각이 10°라면 최대보폭은 82mm로 줄어든다. 즉 수평보행 시 보폭에 상당한 제약이 있으며 등정가능한 최대경사각은 보폭을 줄여야 커짐을 알 수 있다.

그림-4는 경사면과 몸체가 평행할 때를 보여준다. 이때의 ω 는 경사각에 무관하게 ω 로 된다. 한편 몸체무게중심의

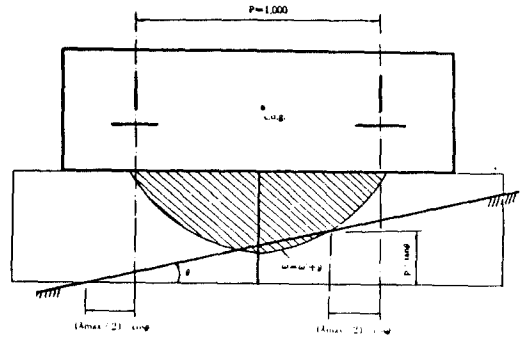


그림-3 수평 보행을 할 경우
(Fig-2 level walking along the line of maximum gradient)

투영점은 경사면 아래쪽으로 $H \cdot \tan \theta$ 만큼 이동되고(DE성분) 식(3)에서 알 수 있듯이 이는 안정여유값에 크게 영향을 주기 때문에 이를 줄여 주어야 하며 이를 위해서는 몸체높이를 허용범위내에서 최대한 낮추어 주어야 한다.

몸체최소높이(Hmin)는 보행체적의 경계면과 경사면이 접할 때 나타난다. 한편 스트로크의 중앙점을 $Hmin \cdot \tan \theta$ 만큼 경사면 아래쪽으로 이동시켜 줌으로써 핑지에 투영된 지지다각형과 몸체무게중심의 상대적 위치를 평지보행 시와 같게 만들어 줄 수 있다. 이때 $S'_L = S_0$ 가 되고 $S'_E = S'_L \cdot \cos \theta = S_0 \cdot \cos \theta$ 로 된다. 그림-4에서 기하학적 관계에 의해 식(20)이 유도된다.

$$\lambda_{max} = 2 \cdot (R_{x0} / \cos \theta - Hmin \cdot \tan \theta) \quad \dots (20)$$

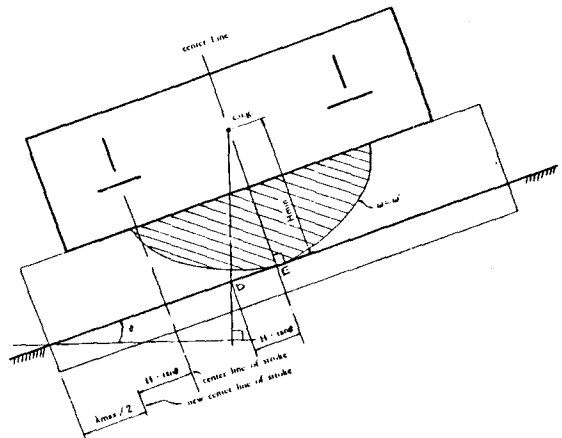


그림-4 경사면과 몸체가 평행할 경우
(Fig-4 Walking along the line of maximum gradient by keeping the body parallel to the terrain)

$\theta = 15^\circ$ 로 하여 식(19)에서 Hmin을 구하고 이를 식(20)에 대입하면 최대보폭은 756mm로 구해진다. 같은 조건에서 수평보행 시의 값인 276mm와 비교하면 큰 값을 알 수 있다.

경사면과 일정각을 이루며 등정할 때의 ϕ 값은 0과 θ 사이에 존재한다. 이때 λ_{max} 즉 식(2)에서 $R_{max} (= \lambda_{max} / \beta)$ 값을 크게 해 줌으로써 안정여유값을 최대로 하는 몸체자세를 구해 보기로 한다. 그림-5에서 몸체무게중심의 투영점의 이동량은 아래와 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \overline{DE} &= \overline{DC} - \overline{EC} = \overline{OC} \cdot (\tan\theta - \tan\phi) \\ &= \overline{OE} \cdot \cos\phi \cdot (\tan\theta - \tan\phi) \end{aligned} \quad \dots (21)$$

식(21)에서 \overline{OE} 값은 ω 값이 주어졌을 때 식(19)로부터 구할 수 있다. 이때의 최대보폭은 식(22)으로 주어진다.

$$\lambda_{max} = \left\{ \left(\frac{R_{X0}}{\cos\phi} \right) \times \frac{1}{2} \cdot \overline{DE} \right\} \times 2 \quad \dots (22)$$

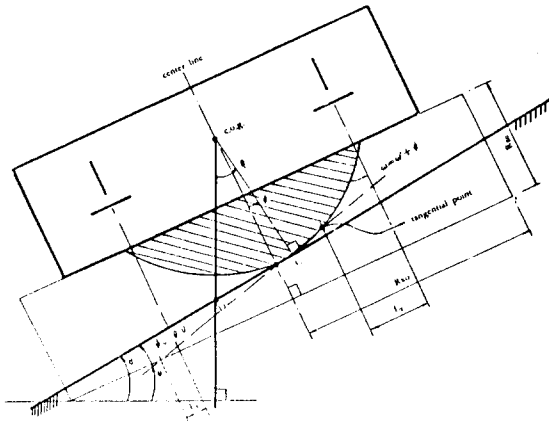


그림-5 경사면과 몸체가 평행하지 않을 때 (Fig-5 walking along the line of maximum gradient with reduced body inclination)

\overline{OE} 값은 ω 값이 주어지면 식(19)에서 구할 수 있으나 ϕ 값이 변함에 따라 ω 값 즉 식(19)에 따르는 보행체적의 경계방정식이 변함으로 이 둘의 조정이 필요하며 이에 따르는 시뮬레이션 결과가 그림-9에 나타나 있다.

3. 계단에서의 걸음새

이장에서는 일상적으로 사용되어지는 200x300mm의 크기를 갖는 계단을 오르기 위한 걸음새 알고리즘에 관해 논한다.

경사면에서의 걸음새와의 가장 큰 차이점은 경사면은 지면 전체가 밟을 수 있는 영역이기 때문에 보폭의 선택이 자유롭지만 계단에서는 계단의 크기에 따라 보폭이 결정된다는 점이다.

(1) 일반적 요구 사항

계단에서의 걸음새 구현을 위해 요구되는 사항을 나열해 보고 개발 방향을 제시해 보기로 한다.

- 일상생활에서 사용되어지는 계단을 목표 장애물로 하되 프로그램 상에서는 높이, 넓이, 갯수 등을 변수로 하여 지형적응도를 높인다.
- 걸음새 시퀀스가 4-2-3-1인 물결 걸음새를 응용한다. 즉 걸음새 다이어그램은 평지에서의 물결 걸음새와 같고 몸체의 높이 및 자세는 달라지게 된다.
- 경사면에서의 걸음새와 마찬가지로 스트로크의 중앙점을 이동하여 줌으로써 몸체가 기울어짐에 따르는 안정여유도의 감소현상을 방지한다.
- 계단에서의 몸체 높이는 계단면이 불연속이므로 원하는 착지점을 계산한 후 이를 연결한 선에서 중력방향으로 몸체 무게중심까지의 거리로 정의한다.
- 수평방향과 수직방향의 몸체 이동속도는 각각 일정속도로 이동하는 것으로 가정한다.
- 자세전환 구간에서 몸체 피치각의 각속도는 일정한 것으로 가정한다.

(2) 입력 변수

알고리즘의 수행을 위해 관리 제어부로 부터 입력되어야 할 입력변수는 아래와 같다.

- o Dw^s : world coordinate에서 본 첫번째 계단의 위치
- o Ver: 계단 하나의 높이
- o Hor: 계단의 폭
- o num: 전체 계단의 갯수
- o S_x : 수평 방향의 몸체 이동 속도로서 수직 방향의 이동속도 S_y 는 S_x 값에 따라 변하게 된다.

(3) 피치 조정

몸체의 피치는 계단의 폭에 따라 달라지게 되며 계단에서의 착지점은 미리 정해지게 됨에 따라 피치(Pst)는 계단폭의

정수배로 되어야 한다.

$$Pst = n(\text{integer}) \times Hor$$

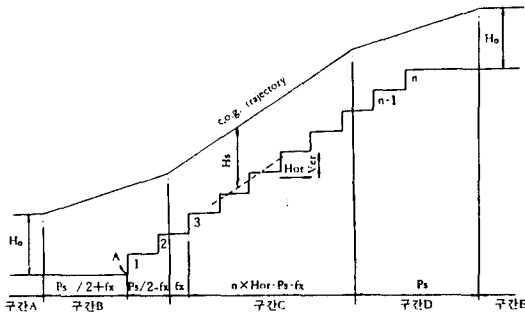
(4) 착지점의 결정

그림-6에서와 같이 계단의 수직면에서 착지점까지의 거리를 fx 로 정의하였다. 이때 fx 의 값이 너무 작게 되면 앞다리가 계단면에 닿게 되어 보행이 불가능해진다. 또한 fx 값이 너무 크면 약간의 계단오차나 오동작에 의해 발을 헛디딜 수 있으므로 안정성과 보행체적을 고려하여 결정해 주어야 한다.

(5) 몸체 무게중심의 궤적 계산

그림-6에서와 같이 일상생활에서 사용되는 계단을 오르기 위해 필요한 몸체 무게중심의 궤적은 아래와 같이 5개의 구간으로 나누어 구할 수 있다. 여기서 계단 전체의 폭은 몸체의 피치보다 커야 한다.

- 구간 A : 수평 보행 구간
- 구간 B : 계단에서의 정상걸음새(구간C)를 위한 천이 구간
- 구간 C : 몸체자세 및 높이의 변화가 없는 정상 걸음새 구간
- 구간 D : 수평 보행으로의 천이 구간
- 구간 E : 수평 보행 구간



- $0 < Xw^b < Xw^b + Ps / 2 \cdot fx$: 구간 A
- $Xw^b \cdot Ps / 2 \cdot fx < Xw^b < Xw^b + Ps / 2 \cdot fx$: 구간 B
- $Xw^b \cdot Ps / 2 \cdot fx < Xw^b < Xw^b + Ps / 2 \cdot fx + n \cdot Hor$: 구간 C
- $Xw^b \cdot Ps / 2 \cdot fx + n \cdot Hor < Xw^b < Xw^b + Ps / 2 \cdot fx + n \cdot Hor$: 구간 D
- $Xw^b + Ps / 2 \cdot fx + n \cdot Hor < Xw^b$: 구간 E

where Xw^b : world coordinate에서 본 c.o.g.의 X좌표값
 Xw^a : world coordinate에서 본 첫번째 계단의 X좌표값
 fx : 계단의 수직면에서 desired footfold까지의 거리

그림-6 몸체 무게 중심의 궤적
 (Fig-6 Trajectory of center of gravity)

일반적으로 몸체무게중심의 궤적이란 position과 orientation을 포함한다. orientation은 roll, pitch, yaw angle로 표시되는데 roll과 yaw의 변화는 없는 것으로 본다. 구간C는 pitch 값이 변하지 않고 일정값을 유지하게 되는데 이때의 값을 ϕ_{st} 라 하면 이때의 궤적은 그림-7과 같다.

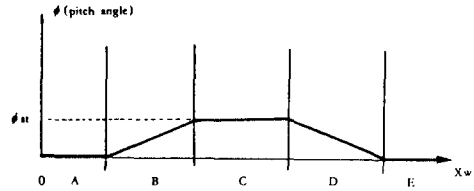


그림-7 몸체 피치각의 궤적
 (The trajectory of body pitch angle)

(6) 좌표 변환

그림-8은 world, body, hip 좌표계 간의 좌표 변환 관계를 보여 준다. Hw^b , Hb^{hi} , Hw^{hi} 는 각각 body \rightarrow world, hip \rightarrow body, hip \rightarrow world 좌표계로의 좌표 변환을 나타내는 것으로 4x4 homogeneous transformation matrix를 나타낸다.

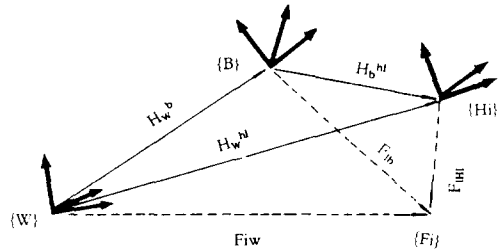


그림-8 좌표 변환 관계
 (Fig-8 Representation of relationships between coordinates)

Fi^w , Fi^b , Fi^{hi} 는 각각 world, body, hip 좌표계에서 본 발끝의 위치를 나타내는 3x1 column 벡터이고 첨자 i 는 다리번호를 나타낸다.

{B}에서 {W}, {Hi}에서 {B}로의 좌표 변환은 식(23), 식(24)로 각각 표시된다.

$$\begin{bmatrix} Fi^w \\ 1 \end{bmatrix} = Hw^b \cdot \begin{bmatrix} Fi^b \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rwb & Dw^b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Fi^b \\ 1 \end{bmatrix} \dots (23)$$

$$\begin{bmatrix} F_{ib} \\ 1 \end{bmatrix} = H_b^{nl} \cdot \begin{bmatrix} F_{ih} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_b^{nl} & D_b^{nl} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{ih} \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dots (24)$$

위의 두식에서 식(25)가 유도되고 F_{iw} 는 착지점이 정해지면 결정되는 값이고 R_w^b 와 D_w^b 는 몸체 무게중심의 케적이 계산되면 결정되는 값이다. 한편 R_b^{nl} 와 D_b^{nl} 는 몸체의 구조가 결정되면 알 수 있는 값으로 다리의 내전 및 외전이 없다고 가정하면 $\{B\}$ 와 $\{H_i\}$ 는 하나의 rigid body에 부착된 좌표계로 볼 수 있으므로 일정값을 갖게 된다. 알고자 하는 값은 몸체 무게 중심의 케적과 원하는 착지점이 주어졌을 때 $\{H\}$ 에서 본 4다리의 발끝의 위치인 F_{ih} 이고 이는 식(26)에서 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} F_{iw} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_w^b \cdot R_b^{nl} & R_w^b \cdot D_b^{nl} + D_w^b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{ih} \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dots (25)$$

$$\begin{bmatrix} F_{ih} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_w^b \cdot R_b^{nl} & R_w^b \cdot D_b^{nl} + D_w^b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} F_{iw} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_w^b \cdot R_b^{nl})^T & -(R_w^b \cdot R_b^{nl})^T \cdot (R_w^b \cdot D_b^{nl} + D_w^b) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{iw} \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dots (26)$$

여기서 A^T 는 A 의 transpose를 나타낸다.

4. 시뮬레이션

그림-5에서 ϕ 는 경사면과 몸체가 이루는 각으로 $\phi = 0$ 이면 경사면과 몸체가 평행을 유지할 때이고 $\phi = \theta$ 이면 수평보행을 의미한다. 그림-9에서 $\theta = 15^\circ$ 로 하여 ϕ 값을 변화시켜 몸으로써 최대경사선을 따라 등정할 시 각각의 ϕ 값에 대해 구현가능한 최대보폭을 구해 보았고 이에 따르는 세로안정도값이 그림-10에 나타나 있다. 그림-9에서 기구학적 구속각이 커짐에 따라 전체적으로 사용 가능한 보폭이 줄어들게 된다. 만약 기구학적 구속각이 존재하지 않을 경우 ($\omega = 0$) 보폭을 500mm 이상으로 유지하기 위해서는 ϕ 값은 12보다 작아야 됨을 알 수 있다. 그림-10은 $\beta = 0.9$ 일때 세로안정도값의 변화를 보여준다. 기구학적 구속각이 존재하지 않는 이상적인 다리구조에선 $\phi = 10^\circ$ 에서, 기구학적 구속각이 15인 경우는 $\phi = 6^\circ$ 에서 각각 최대의

세로안정도를 얻을 수 있음을 보여 주고 있다.

5. 결론

평지에서의 안정된 걸음새를 기반으로 경사면과 계단 등의 비평탄 지형에서의 걸음새 알고리즘에 관해 논했다. 기구학적 구속각의 새로운 개념을 도입하였으며 보행체적, 몸체자세, 몸체높이 등을 고려하여 주어진 경사면에서 최대경사선을 따라 보행할 때 세로안정도를 최적화하는 경사면에서의 걸음새 알고리즘과 이의 결과를 응용하여 일상적으로 사용되어지는 계단을 보행하기 위한 알고리즘을 제시하였다. 이의 결과는 현재 진행중에 있는 자유걸음새에 연계하고자 한다.

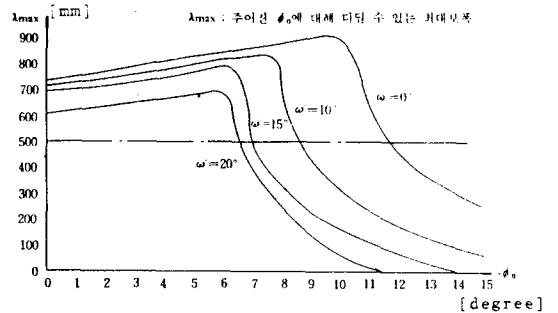


그림-9 몸체 기울기에 대한 최대보폭 변화 (Fig-9 Maximum stride vs. body inclination)

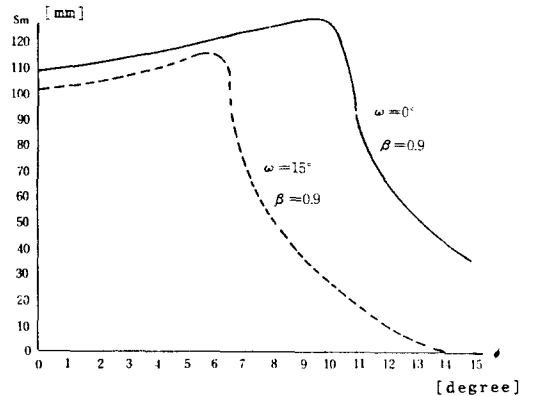


그림-10 몸체기울기에 대한 세로안정도 변화 (Fig-10 Gait stability margin vs. body inclination)

참고 문헌

- [1] 김성동, 박성혁, 황승구, "다각 보행 로봇의 제어 알고리즘", 전기학회 vol.5, 1987
- [2] Richard P. Paul, Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control, MIT press, 1982
- [3] Song Shin-Min, Kinematic Optimal Design of a Six-legged Walking Machine, Ph.D dissertation Ohio State Univ., 1984