'88 韓國自動制御學術會議論文集 1988. 10. 21～22

보행 로보트의 보행과 지면 반발력

°홍 형주　　윤 용산　　손 웅희
(한국과학기술원 기계공학과)

Locomotion and Ground Reaction Forces of A Walking Machine

H.J. Hong,　　Y.S. Yoon,　　W.H. Shon
Dept. of Mechanical Eng.,　　KAIST

Abstract

This study presents a method to determine the ground reaction forces of a quadruped walking machine on its foot ends caused by the body weight and the inertia forces from the commanded acceleration. The method shows the same result as the Pseudo-Inverse Method when the 4 feet stand on a plane. However method can be applied even when the 4 feet stand on a non-planar surface for which, no feasible solution can be obtained by the Pseudo- Inverse Method.

1. 서론

보행로보트는 험악한 지면이나 불규칙한 지형에서 바퀴나 트랙이 있는 차량보다 운동성 면에서 상당한 장점이 있다. 그러나 불규칙한 지형에서 움직이기 위해서는 몸체의 중심을 잃지 않고 주어진 자세를 유지하는 제어방법이 필요하다. 이때 몸체에 대한 다리의 위치를 결정하는데 위치제어를 사용하면 지면과 다리의 강성때문에 작은 위치오차로도 상당히 큰힘의 오차를 유발시킬 수 있고 이로 인해 자세가 불안정 해 질수 있다. 이때문에 중요한 제어변수로서 발끝에 작용하는 힘을 주요한 제어변수로 취하는 것이 바람직하다[4].

*본 연구는 과기처 특정과제 연구비 지원에 의해 이루어 졌음

위와 제어를 통해 보행로보트의 운동의 안정성을 유지하기 위해서는 지면의 상태와 보행로보트 몸체의 운동이 주어졌을때 발끝에 작용하는 지면과 로보트의 발끝에서 작용하는 지면 반발력에 대한 정보가 필요하다

보행로보트의 발끝에 작용하는 지면 반발력을 구하는 문제는 발끝에서의 회전 모우멘트가 무시되면 n개의 다리가 지면에 접촉되어 있을때 3n개의 미지수를 갖는 문제가 된다. 이 힘의 성분을 구하기 위해서 사용할 수 있는 방정식은 6개의 정적 혹은 준정적(Quasi-Static)평형방정식뿐이므로 이 문제는 미지수의 수가 식의 방정식보다 많은 부정정(statically indeterminate)문제가 되고 이 부정정도 (degree of indeterminacy)는 지면과 접촉하고 있는 다리의 갯수와 함께 증가한다. 지금까지 진행된 연구에서는 주로 발끝에서 작용하는 수직력만을 고려하여 문제의 부정정도를 줄이고 문제를 간단히 하였다.

지면의 반발력과 보행로보트의 자중과 가속도에 의한 관성력으로부터 얻은 평형방정식이 발끝의 지면반발력의 선형관계식이므로 선형계획법(linear programming)을 통해서 원하는 목적량을 최적으로하는 지면 반발력을 구할수 있다[1]. 또한 평형방정식을 만족하는 지면반발력 중에서 그것들의 norm을 최소로 하는 Psuedo-Inverse해를 지면반발력으로 취할 수 있다[2]. Klein et al은 지면 반발력을 Psuedo-Inverse해와 외부하중이 없는

보행로보트 자체의 평형방정식을 만족하는 해의 합으로 표시하고 원하는 물리량을 최적화하는 해를 얻었다[3]. 한편 Waldron[4]은 보행로보트상의 국소좌표의 수평면에서 발끝간의 상호작용력(Interaction Force)이 0 이라는 가정하에 힘의 중심(force center)을 정의하고 이 것으로 부터 발끝의 수평력을 구하여 발끝의 미끄러짐이 최소가 되는 힘들의 집합을 구하였다.

본 연구에서는 보행로보트의 운동을 제어하는데 힘의 제어변수를 사용하기위해 필요한 보행로보트의 운동시 지면의 반발력을 구하는 방법을 제시하였다. 사용된 모델은 발끝에 지면과 수평, 수직방향의 변형을 하는 재료가 붙어 있다고 하여 로보트의 자중과 관성력으로 부터 발생하는 변형으로 각 다리의 힘을 계산하였다. 이때 발끝에서 작용하는 지면의 수평력은 지면과 발끝의 마찰력에 의해 제한을 받게 된다. 또한 본연구에서 제시된 방법과 Pseudo-Inverse 방법을 비교하여 설명하였다.

2. 보행과 지면반발력

n 개의 다리가 지면에 닿아 운동하고 있는 보행로보트의 경우 지면의 반발력을 구하기 위해 사용할 수 있는 것은 6개의 평형방정식이다. 발끝에 작용하는 회전력을 무시하면 1개의 다리에는 3개의 힘성분이 존재한다. 그러므로 모든 힘성분을 고려한다면 2개의 다리만이 지면과 접촉하고 있을때 지면 반발력을 유일하게 결정할 수 있다.

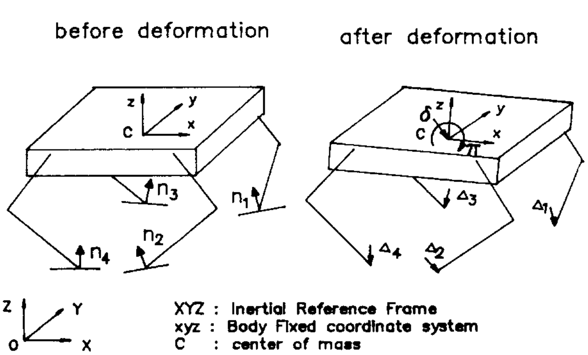

Fig.1 Deformed Configuration

그러나 3개 이상의 다리가 지면과 접촉하고 있는 경우, 평형방정식만으로는 지면 반발력을 구할 수 없다.

본 연구에서는 4각 보행로보트의 자중과 주어진 가속도 명령으로 생기는 관성력이 지면의 반발력과 평형을 이루는 것으로 부터 지면의 반발력을 구한다. 그림1에서는 4각 보행로보트가 자중과 가속도에 의한 관성력에 의해 발끝에 Δ_i의 변형이 생기고 Δ_i로 인해 보행로보트 몸체의 질량중심이 $\boldsymbol{\delta}=[\delta_x,\delta_y,\delta_z]^T$ 와 $\Pi=[\xi,\eta,\zeta]^T$ 만큼 이동한 것을 표시하였다. 이때 발끝이 몸체의 관성과 자중에 의해 변형되는 것이 몸체의 무게 중심이 이동, 회전되는하는 것으로 표시 된다면 각 발끝에 나타나는 힘은 6개의 변형량, 즉 몸체의 질량중심에 대한 3개의 선형변형과 3개의 회전변형으로 표시된다. 이때 다리의 운동에 의한 관성력은 몸체와 비교하여 충분히 작다고 가정한다. . 또한 발끝의 변형에 의해 발생하는 몸체의 선형, 회전이동은 작다고 가정하였다. δ와 π를 각각 관성좌표에 대한 몸체의 질량중심의 선형, 회전 이동이라고 하자. 그리고 $\mathbf{s}=[x,y,z]^T$ 를 관성좌표에서 질량중심에 대한 i번째 발끝의 위치로 정의한다. i번째 발끝에서 δ와 π에 의해서 생기는 변형 Δ_i는

$$\Delta_i = \boldsymbol{\delta} + T(\Pi)s_i - s_i \tag{1}$$

여기에서

$$T(\Pi)=\begin{bmatrix} c\eta c\zeta & -c\eta s\zeta & s\eta \\ c\xi s\zeta+s\xi s\eta c\zeta & c\xi c\zeta-s\xi s\eta s\zeta & -s\xi c\eta \\ s\xi s\zeta-c\xi s\eta c\zeta & s\xi c\zeta+c\xi s\eta s\zeta & c\xi c\eta \end{bmatrix}$$

π가 작다고 하는 가정으로 부터

$\sin\xi \simeq \xi$, $\sin\eta \simeq \eta$, $\sin\zeta \simeq \zeta$ $\cos\xi \simeq 1$, $\cos\eta \simeq 1$, $\cos\zeta \simeq 1$ 로 표시할 수있다. 이러한 관계를 $T(\pi)$에 적용하면

$$T(\Pi)\simeq\begin{bmatrix} 1 & -\zeta & \eta \\ \xi & 1 & -\xi \\ -\eta & \xi & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

식(1)에 식(2)를 대입하여 정리하면

$$\Delta_i = \delta + \Pi x s_i$$
$$= \begin{bmatrix} \delta_x+\eta z-\zeta x \\ \delta_y-\xi z+\zeta x \\ \delta_z+\xi y-\eta x \end{bmatrix} \qquad (3)$$

δ, π, S 가 모두 관성좌표계에서 정의된 양이므로 구해진 Δ_i 도 관성좌표에서 표시된 변형량이다. 발끝에 작용하는 힘이 발끝의 변형량에 비례한다고 하면 각 다리의 발 끝에서 작용하는 지면 반발력은 δ와 π의 6개의 성분으로 표시된다. 발끝에 작용하는 지면 반발력을 구하기 위해서 지면을 강체로 보고 보행로보트의 각 발끝은 변형 가능한 재료로 되어 있다고 가정하였다. 실제로 OSU의 6각 보행 로보트인 ASV의 경우에서도 발끝에서의 충격력을 줄이기 위해 고무와 같은 변형이 잘 되는 재료를 발끝에 붙여 사용한 예가 있다. 발끝은 그림 2에서 표시한 것과 같이 지면에 대해 수직, 수평 방향의 변형으로 구분할 수 있다. 관성좌표계 XYZ에서 표시된 i번째 다리가 딛고 있는 지면의 수직 단위 벡터를 $\mathbf{n}_i = [n_x^i, n_y^i, n_z^i]^T$ 이라하면 i번째 발끝에서 지면의 수직 수평방향으로

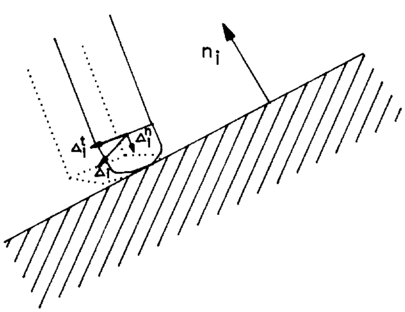

Fig.2 Deformation at i-th Foot

일어나는 변형은

$$\Delta_i^n = (\Delta_i \cdot \mathbf{n}_i)\mathbf{n}_i \qquad (4)$$
$$\Delta_i^t = \Delta_i - (\Delta_i \cdot \mathbf{n}_i)\mathbf{n}_i$$

이러한 변형으로 부터 지면에 수직, 수평인 방향에 각각 전단, 압축 변형을 구할 수 있고 각각의 강성을 Ks, Kn 이라하면 발끝에 작용하는 힘은

$$\mathbf{F}_i^n = -K_n \cdot (\Delta_i \cdot \mathbf{n}_i)\mathbf{n}_i, \qquad \text{if } (\Delta \cdot \mathbf{n}) < 0$$
$$= 0 \qquad \text{if } (\Delta \cdot \mathbf{n}) > 0$$
$$\mathbf{F}_i^t = -K_s[\Delta - (\Delta \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}] \qquad (5)$$

와 같이 표시된다. 이때 Ks와 Kn은 사용하고자 하는 보행로보트의 경우에 따라 실험적으로 구해질 수 있다. 4각 보행로보트의 자중과 관성력 그리고 지면 반발력이 만족하는 준 정적 평형(Quasi-Static Equilibrium)방정식은

$$\Sigma \mathbf{F}_i = mg + ma$$
$$\Sigma \mathbf{M}_i = \Sigma \mathbf{s}_i \times \mathbf{F}_i = \mathbf{I}\boldsymbol{\alpha} \qquad (6)$$

의 δ와 π에 대한 6개의 선형방정식으로 표시된니다. 여기에서 m,I는 보행로보트의 질량과 관성 모멘트 행렬이고 g,a, α 는 각각 중력가속도와 명령으로 주어진 가속도, 각가속도 이다. δ와 π가 6개의 미지수 성분으로 되어 있으므로 이6개의 평형방정식으로 δ와 π를 유일(unique)하게 구할 수 있다. 구해진 δ와 π를 식(5)에 대입하면 각 발끝에 작용하는 지면 반발력을 구할 수 있니.

이때 발끝에 작용하는 지면 반발력은 물리적으로 의미가 있는 값을 갖는가를 검토해야한다. 주어진 가속도가 발끝이 미끄러지거나 몸체의 불안정이 유발된다면 변경할 수 있는 값을 비꾸어서 평형방정식을 만족하도록 해야한다. 즉 - 의 지면반발력과 지면 마찰력보다 큰 수평력은 다리가 들려지거나 미끄러지기 시작해서 존재할 수 없는 상태를 나타낸다. 지면에 수평인 힘에 의해 생기는 마찰력과 같을때 발끝이 미끄러지기 시작하며 마찰력 이상을 유지할 수 없다. 그러므로 지면에 수평인 힘은 변형으로 생기는 힘과 수직인 힘에 의해 생기는 마찰력 중에서 작은 것을 취한다. (5)식에서 j번째 다리의 수직인 힘이 0인 경우 이 결과는 (6)식의 준 정적 평형식을 만족하지 않으므로

$$\Sigma \mathbf{F_i} - \mathbf{F_j} = \mathbf{mg} + \mathbf{ma}$$
$$\Sigma \mathbf{s_i x F_i} - \mathbf{s_j x F_j} = \mathbf{I}\boldsymbol{\alpha} \tag{7}$$

의 새로운 평형방정식을 사용하여 새로운 δ와 π를 구하게 된다. 또 (6)식에서 지면에 수직인 힘이 마찰력 보다 큰경우에도 (6)의 평형방정식을 만족하지 않으므로 실제로 발생할수 있는 경우라고 할 수 없다. 이때는 명령한 가속도 보다 작은 값으로 로보트를 구동해서 (6)의 경우를 만족하도록 조정하면 평형방정식을 만족하는 수평, 수직력을 구할 수 있다.

3. Pseudo-Inverse Method와의 비교

Pseudo-Inverse Method는 보행로보트의 발끝에 작용하는 지면 반발력을 구하는 문제와 같이 주어진 방정식의 수보다 미지수의 수가 많을때 해를 구하기 위해 흔히 사용하는 방법이다.

$$\mathbf{AF} = \mathbf{W} \tag{8}$$

주어진 방정식이 식(8)와 같은 형태를 갖는다고 하면 그것의 Pseudo-Inverse 해는 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{F} = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{W} \tag{9}$$

이 방법으로 얻은 결과는 주어진 방정식을 만족하는 많은 해 중에서 그것의 norm이 최소로 되게하는 해인 것을 의미한다. 이때 지면 반발력의 norm을 최소로 하는 것은 $\mathbf{F_1} - \mathbf{F_{12}}$를 basis로 하여 구성되는 벡터 공간의 원점에서 평형방정식을 만족하는 해들의 집합 S에 속한 원소중 가장 가까운 거리를 갖는 해를 의미한다. 평형방정식이 모두 $\mathbf{F_1} - \mathbf{F_{12}}$의 선형관계식이므로 평형방정식을 만족하는 집합 S는 볼록(convex)하여 norm이 최소로 되는 점은 원점에서 S에 수직인 벡터가 S와 만나는 점에 해당한다.

본 연구에서 구해진 지면 반발력은 δ와 π의 선형관계식으로 표시된다. 발끝에서 미끄러짐이나 발끝의 들림이 없다고 가정하고 보행로보트의 4개의 다리가 동일한 평면에 놓여 있을때 본 방법에 의해 구해지는 지면 반발력은 수평, 수직 성분이 각각 3개의 독립적인 성분과 3개 성분의 선형소합으로 구성된 다른 한개의 힘으로 표시된다. 이때 6개의 독립적인 물리량으로 모든 힘을 표시하는 것은 주어진 평형방정식외에 종속된 힘을 표시하는 다른 관계식을 제공한다. 이때 이 관계식을

$$\mathbf{BF} = \mathbf{0} \tag{10}$$

이라고 하면 $\mathbf{F_1} - \mathbf{F_{12}}$의 벡터 공간에서 (10)식은 평형방정식을 만족하는 집합 S에 수직(orthogonal)하게 되며 Pseudo-Inverse와 같이 이때에 F 의 norm이 최소가 된다. 그러므로 보행로보트의 4개의 다리가 동일한 평면상에 놓여 있을때 본 연구 방법에 의해 구해지는 해는 Pseudo-Inverse Method와 동일하다.

일반적으로 (6)의 평형방정식을 만족하는 지면 반발력은 나음과 같이 표시 할 수 있다.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_p} + \mathbf{F_h} \tag{11}$$

여기에서 $\mathbf{F_p}$는 평형방정식을 만족하고 해의 norm이 최소인 지면 반발력이고 $\mathbf{F_h}$는 평형방정식의 우변이 0인 경우를 만족하는 힘이다. $\mathbf{F_h}$는 자세식으로 평형을 이루는 힘의 집합이고 이 힘은 이론식으로 계산할 수 없다. 이때 평형방정식을 만족하면서 F의 norm이 최소가 되는 때는 $\mathbf{F_h}$ 0인 경우이고 이때의 F는 Pseudo-Inverse 해 이다.

그림 3에서 표시된 것과 같이 지형의 조건때문에

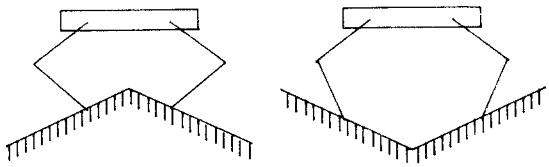

Fig.3 Ground Condition when $F_h \neq 0$

불가피하게 F_h가 존재하는 경우, Pseudo-Inverse Method로는 물리적인 의미를 갖는 해를 구하지 못한다. 각각의 발이 닿고 있는 지면의 수직 벡터가 같지 않은 경우에 보행로보트의 지면은 상대방에 대하여 쐐기 역할을 하여 F_h가 존재 하게 된다. 반면에 본 연구에서 제시한 방법은 지면의 성격과 발끝의 변형에 대한 기하학적 적합방정식을 고려 하였기 때문에 발끝이 닿고 있는 면이 평면인지의 여부에 관계없이 적용시킬 수 있다.

4. 결과 및 검토

이상에서 기술한 방법으로 보행로보트의 자세 측량뿐 아니라 운동방정식에 의한 관성력과 순 정적 평형을 이루는 보행로보트의 발끝에 작용하는 수평, 수직의 지면 반발력을 구할 수 있다. 이 방법은 평형방정식만으로는 해를 구할수 없는 상황에서 발끝의 변형에 대한 기하학적 적합방정식(Geometric Compatibility Equation)을 추가하여 지면반발력을 구하였다. 이 방법에서는 독립적인 물리량만 결정이 되면 나머지 양들은 이 독립적인 물리량의 선형조합으로 표시되기 때문에 4각 뿐 아니라 6각 8각 혹은 그 이상의 다리를 갖는 보행로보트의 경우에도 쉽게 적용될 수 있다.

특히 발끝이 닿고 있는 지면이 동일 평면인 경우 이 방법에서 사용한 기하학적 적합방정식이 주어진 평형방정식에 수직인 성질 때문에 Pseudo-Inverse Method와 같은 결과를 얻고 발끝이 동일 평면상에 있지 않은 경우에도 물리적으로 타당한 결과를 얻을 수 있다.

계산량의 면에서는 선형계획법을 사용하는 경우 반복계산이 필요하나 본 연구 에 의한 방법으로는 식(6)의 6x6의 선형연립방정식을 풀어서 해를 얻을 수 있다. 곱셈의 계산만을 고려할때 6X12 와 12X6의 행렬을 곱하는 데 432번, 6X6 행렬의 역행렬을 구하는데 약 288 번, 그리고 12X6, 6X6, 6X1 의 행렬을 곱하는데 864번, 총 1584의 곱셈이 Pseudo-Inverse해를 구하기 위해 필요하다. 반면에 Gauss 소거법을 사용하는 경우 6X6의 해를 구하는데 약 72번의 곱셈이 필요하고 발끝의 힘을 계산하기 위해 약 36번의 곱셈이 필요하여 총 108번의 곱셈계산으로 발끝에 작용하는 지면 반발력을 구할수 있다. 이 계산양은 6X6 행렬의 성분을 구성하는데 소요되는 계산양을 포함하더라도 상당한 차이를 보인다. 또한 다리의 갯수가 증가하더라도 본 연구에서 제시된 방법은 6X6 행렬을 사용하기 때문에 계산 양의 차이는 거의 없다고 할수 있다. 그러므로 다리의 갯수가 증가할 수록 Pseudo-Inverse Method에 비해 계산량이 적어지는 장점을 보인다.

5. 결론

보행로보트의 운동을 제어하는데 제어변수로 발끝의 힘을 사용할때 필요한 지면 반발력의 계산 방법을 연구하면서 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 보행로보트의 발끝이 동일 평면상에 놓여 있을때 지면 반발력은 Pseudo-Inverse Method로 구한 해와 동일하였다.

2) 이 방법으로는 Pseudo-Inverse Method로 해결할 수 없는 F_h 가 존재할 경우에도 사용 가능하다.

3) 4각 보행로보트의 경우 계산양을 약 15배의 차이를 보이며 이 것은 다리의 갯수가 증가할 수록 큰 차이를 보인다.

6. 참고문헌

[1]. D.E. Orin, S.Y. Oh, "Control of Force Distribution in Robotic Mechanisms Containing Closed Kinematic Chains," Transc. of the ASME, Vol. 102, June 1981, pp134-141

[2]. M. Kaneko, T. Kazuo and M. Abe, "Basic Study on Similarity in Walking Machine from A Point of Energetic Efficiency," IEEE J. Robotics and Automation, Vol. RA-3, pp19-30, 1987

[3]. C.A.Klein, T.S.Chung, "Force Interaction and Allocation for the Legs of a Walking Vehicle," IEEE J. of Robotics and Automation, Vol.RA-3, No.6, December 1987

[4]. K.J. Waldron, "Force and Motion Management in Legged Locomotion," IEEE J. of Robotics and Automation, Vol.RA-2, No.4, December 1986