

산업용 로봇트를 위한 3차 다항식 조인트궤적의 구성과 최적화

김 태 산 배 준 경 박 충 국
경희대학교 전자공학과

Formulation and Optimization of Cubic Polynomial Joint Trajectories for Industrial Robots

Tae San, Kim Jun Kung, Bae Chong Kug, Park
Kyung Hee Univrsity

ABSTRACT

The path planning is done at the joint level. Cubic spline functions are used for constructing joint trajectories for industrial robots. For N-joint robot, Cartesian knots are transformed into N sets of joint displacements, with one set for each joint. For industrial application, the speed of operation affects the productivity. An algorithm is developed to schedule the time intervals between each pair of adjacent knots such that the total traveling time is minimized subject to the physical constraints on joint velocities, acceleration and jerks.

1. 서 론

산업용 로봇트는 고도의 비선형의 직렬기계 구조이며 시스템상에는 엄격한 제약조건들이 가해진다. 또한 로봇트 매니플레이터가 방해물이 존재하는 작업공간에서 동작하거나, 물체를 최종 위치에 놓으려할때 매니플레이터는 임의의 가능한 충돌을 피하기 위하여 계획된 경로를 따라야만한다. 매니플레이터의 운행경로는 Cartesian 좌표계에서 제약되고 매니플레이터의 제어는 조인트 좌표계에서 행하여진다. [2]에서는 각조인트의 Torques / Forces 제약조건이 증가의 Cartesian 제약조건으로 변환되어서 매니플레이터를 핸드 좌표계에서 제어하고있다. 이방법에서는 많은수의 좌표계 변환이 요구된다. 그러므로 Cartesian 경로가 어떤 근사화함수에 의해서 변환되어져서 매니플레이터를 조인트 좌표계에서 제어하는 방법이 고려된다.

그러나, 이러한 좌표계의 변환은 단지 점과점에 대해서 만이 유용하고 이를 두좌표계 사이에는

어떠한 변환도 존재하지 않는다. 따라서 조인트 변수들의 함수에의해서 Cartesian 좌표계상의 경로를 근사화하기 위해서는 Cartesian 좌표계상의 충분히 많은 knot점들이 선택 되어야한다. 그리고 이들이 joint 변위를로 변환된다. 각각의 조인트 궤적을 근사화 하기위한 N 개의 근사화 함수는 경로로부터 취해진 knot점들을 통과해야만한다. 이에대한 가능한 해로서 저차수의 다항식을 spline하는 것이다. 본논문에서는 3차 Spline 함수의 개념이 조인트궤적을 구성하기 위하여 적용된다. [8]

조인트의 변위, 속도, 가속도는 전체 궤적상에서 연속일것이 요구된다. 결과적인 spline함수들은 인접 knot점사이의 시간간격으로서 표현된다. 승운행시간을 최소화 하기위해서 이들 시간간격은 조인트의 제약조건하에서 조정 되어져야만한다. 최적화 과정에서 많은수의 제약조건이 포함 되게되고, 만일 제약조건이 적절이 조정된다면 이론제를 위해서는 직접탐색방법 적당하다. 본논문에서는 Nelder와Mead의 "유연한 다면체 탐색(flexible polyhedron search)" 방법이 적용되었다. [5] 탐색동안 발생하는 비유용점을 개선하기 위하여 "유용해변환기(feasible solution converter)" 가 적용된다.

이러한 과정을 이용해서 최적시간구간을 계산하고 함수를 spline한다. 결과적인 spline함수는 on-line 제어를위한 요구되는 조인트 궤적들로서 이용될수있다. 베이직프로그램이 다음을 수행하기위하여 작성되었다. 1) 3차 다항식 조인트궤적을 구성하기 위한 과정. 2) 운행시간을 최소화하기위한 알고리즘.

2. 3 차 다항식 조인트궤적들의 구성

매니플레이터 핸드의 위치와 방위는 그림1에

그러졌듯이 다음과같은 4X4행렬에의해서 표시될수있다. [1]

$$H(t) = \begin{bmatrix} n(t) & s(t) & a(t) & p(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서 p 는 핸드의 위치벡터이고 n, s, a 는 각각 핸드의 단회수직, 미끄럼, 접근 벡터이다. 핸드운 knot점들에 의해서 표시되는 일련의 핸드행렬 $\{H_1, H_2, \dots, H_n\}$ 을 지나갈것이 요구된다. $H(t)$ 에 대응되는 조인트변위 값들은 매니퓰레이터의 구조에의해서 풀수있다. [6] 조인트 궤적들을 구성하기 위해서는 n 개의 knot점들이 먼저 조인트벡터 $-[q_{11}, q_{21}, \dots, q_{m1}], [q_{12}, q_{22}, \dots, q_{m2}], \dots, [q_{1n}, q_{2n}, \dots, q_{mn}]$ -들로서 변환되어야 한다. 여기서 q_{ji} 는 H_i 에 대응되는 knot점 i 에서 조인트 j 의 변위를 나타낸다.

3 차 다항식 궤적이 조인트변위열 $q_{j1}, q_{j2}, \dots, q_{jn}$ 을 잘연결하기 위하여 구성된다. $t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_{n2} < t_{n1} < t_n$ 을 순서화된 시간열이라하자. 초기시간 $t=t_1$ 에서 조인트변위, 속도, 가속도는 각각 q_{j1}, v_{j1}, a_{j1} 로 규정된다. $t=t_n$ 에서도 q_{jn}, v_{jn}, a_{jn} 로 규정된다. 또한, $q_{jk}, k=2,3,\dots,n-2$ 가 조인트변위들이 통과해야만할 조인트궤적을 위하여 규정된다. 그러나, q_{j2}, q_{jn} 은 충분한 계산상의 자유도를 제공하기 위하여 규정되지않는다.

$Q_{ji}(t)$ 를 구간 $[t_i, t_{i+1}]$ 에서 정의되는 3차 다항함수라 하자. 궤적보간 문제는 $Q_{ji}(t)$ 를 spline해서 요구되는 위치, 속도, 가속도가 만족하도록 하는 것이다. 3차 spline함수의 개념을 이용했으므로 $Q_{ji}(t), Q'_{ji}(t), Q''_{ji}(t)$ 는 구간 $[t_i, t_{i+1}]$ 에서 연속 이어야한다. $Q_{ji}(t)$ 가 3차이므로 2차례 미분한 $Q''_{ji}(t)$ 는 t 의 선형함수이다. 그러므로 $Q''_{ji}(t)$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$Q''_{ji}(t) = \frac{(t_{i+1}-t)}{h_i} Q''_{ji}(t_i) + \frac{(t-t_i)}{h_i} Q''_{ji}(t_{i+1}) \quad i=1,2,\dots,n-1 \quad (1)$$

여기서 $h_i = t_{i+1} - t_i$ 라한다. $Q''_{ji}(t)$ 를 두번 적분하고 $Q_{ji}(t_i) = q_{ji}, Q_{ji}(t_{i+1}) = q_{ji+1}$ 을 부과하면 아래와같은 보간함수를 이룬다.

$$Q_{ji}(t) = \frac{Q''_{ji}(t_i)}{6h_i} (t_{i+1}-t)^3 + \frac{Q''_{ji}(t_{i+1})}{6h_i} (t-t_i)^3 + \left[\frac{q_{ji+1}}{h_i} - \frac{h_i Q''_{ji}(t_{i+1})}{6} \right] (t-t_i) + \left[\frac{q_{ji}}{h_i} - \frac{h_i Q''_{ji}(t_i)}{6} \right] (t_{i+1}-t) \quad i=1,2,\dots,n-1 \quad (2)$$

$Q''_{ji}(t_i)$ 와 $Q''_{ji}(t_{i+1})$ 이 구해지면 $Q_{ji}(t)$ 는 결정된다. $Q''_{ji}(t_i)$ 을 풀기위한 $n-2$ 개의 선형방정식이

appendix A에 나타나 있다. appendix A 방정식은 다음과같은 선형방정식으로 표시할수있고 $Q''_{ji}(t_i)$ 를 구할수 있다

$$A \begin{bmatrix} Q''_{j1}(t_2) \\ Q''_{j1}(t_3) \\ \vdots \\ Q''_{jn}(t_{n1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n-2개의 \text{ appendix A의} \\ q, v, a, h \text{ 들로서} \\ \text{구성되는 벡터} \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 A 는 띠틈(banded) 구조이므로 쉽게 $Q''_{ji}(t_i)$ 를 구할수 있다.

3. 3차 다항식 조인트궤적들의 최적화

산업에의 응용에있어서 동작속도는 생산성에 영향을 미친다. 동작속도를 최대화하기 위해서는 토포를위한 운행시간이 최소화 되어야만한다. 최적화문제는 각각의 인접 knot점들사이의 시간간격을 조정해서 운행시간이 최소가 되도록 하는 문제이다. 즉, 최적값을 가지는 시간간격들 $\{h_1, h_2, \dots, h_{n1}\}$ 을 정하는 문제이다.

편의상 다음과같이 정의하자.

VC_j = 조인트 j 를 위한 속도제약조건

wC_j = 조인트 j 를 위한 가속도제약조건

JC_j = 조인트 j 를 위한 jerk제약조건

$Q_{ji}(t)$ = 조인트 j 를 위한 3차다항궤적

w_{ji} = H_i 에서의 가속도

$X = (h_1, h_2, \dots, h_{n1})$, 시간간격의 벡터
이문제는 제약조건 (4)하에서 평가함수 (5)를 최적화 하는 문제가된다.

$$\begin{aligned} |Q'_{ji}(t)| &\leq VC_j, \quad j=1,2,\dots,N \quad i=1,2,\dots,n-1 \\ |Q''_{ji}(t)| &\leq wC_j, \quad j=1,2,\dots,N \quad i=1,2,\dots,n-1 \\ |Q'''_{ji}(t)| &\leq JC_j, \quad j=1,2,\dots,N \quad i=1,2,\dots,n-1 \end{aligned} \quad (4)$$

평가함수를 최적화하는 문제

$$T = \sum_{i=1}^{n-1} h_i \quad (5)$$

(4)의 제약조건은 다음과같은 형태로 표현된다
> 속도제약조건

2장의 (2)식을 미분하고 $Q''_{ji}(t_i), Q''_{ji}(t_{i+1})$ 을 w_{ji} 와 w_{ji+1} 에의해서 대치하면 $Q'_{ji}(t)$ 는 다음과같다.

$$Q'_{ji}(t) = -\frac{w_{j1}}{2h_i} (t_{i+1}-t) + \frac{w_{ji+1}}{2h_i} (t-t_i) + \left(\frac{q_{ji+1}}{h_i} - \frac{h_i w_{ji+1}}{6} \right) \left(\frac{q_{ji}}{h_i} - \frac{h_i w_{j1}}{6} \right)$$

더해서 $Q'_{ji}(t)$ 는 아래와같다.

$$Q_{ji}''(t) = \frac{w_{j2M}}{h_i}(t-t_i) + \frac{w_{j1}}{h_i}(t-t_{i+1})$$

속도의 최대절대값은 t_i, t_{iM}, \bar{t}_i 에서 존재한다. 여기서 \bar{t}_i 는 $Q_{ji}'(\bar{t}_i)=0$ 를 만족하고 구간 $[t_i, t_{iM}]$ 에 존재한다. 그러면 속도제약조건은

$$\max |Q_{ji}'(t)| = \max \{ |Q_{ji}'(t_i)|, |Q_{ji}'(t_{iM})|, |Q_{ji}'(\bar{t}_i)| \} \leq VC_j, j=1,2,\dots,N \quad i=1,2,\dots,n-1 \quad (6)$$

이된다. 여기서

$$|Q_{ji}'(t_i)| = \left| -\frac{w_{j2}}{2} h_i + \frac{(q_{j2M}-q_{j2})}{h_i} + \frac{(w_{j2}-w_{j2M})h_i}{6} \right|$$

$$|Q_{ji}'(t_{iM})| = \left| \frac{w_{j2M}}{2} h_i + \frac{(q_{j2M}-q_{j2})}{h_i} + \frac{(w_{j2}-w_{j2M})h_i}{6} \right|$$

$$|Q_{ji}'(\bar{t}_i)| = \left| \frac{w_{j2} \cdot w_{j2M}}{2(w_{j2}-w_{j2M})} h_i + \frac{(q_{j2M}-q_{j2})}{h_i} + \frac{(w_{j2}-w_{j2M})h_i}{6} \right|$$

$0, w_{j2}=w_{j2M} \text{ or } \bar{t}_i \notin [t_i, t_{i+1}]$

ㄴ) 가속도 제약조건

가속도는 두개의 인접knot점 사이에서 시간의 함수이다. 그러므로 가속도의 최대절대값은 t_i 와 t_{iM} 에서 존재하고 이는 아래와 같다.

$$\max |w_{j2}| = \max \{ |w_{j1}|, |w_{j2}|, \dots, |w_{jM}| \} \leq wC_j, j=1,2,\dots,N \quad i=1,2,\dots,n-1 \quad (7)$$

ㄷ) jerk 제약조건

jerk 가속도의 변화율이고 제약조건은 아래와 같다.

$$|(w_{j2M}-w_{j2})/h_i| \leq JC_j, j=1,2,\dots,N \quad i=1,2,\dots,n-1 \quad (8)$$

3-1. 유용해 변환(feasible solution convert)

시간간격 h_1, h_2, \dots, h_{n1} 가 생각되어지고 그러면 2장에의해서 w_2, w_3, \dots, w_{n1} 가 결정되어진다 그러나 속도와 가속도, jerk에 대한 제약조건이 만족되지 않는경우가 발생한다. 이러한경우 만족하지 않는 속도, 가속도, jerk를 제약된값으로 낮추기 위하여 시간간격 $\{h_1, h_2, \dots, h_{n1}\}$ 는 확장되어 질수있다. 이과정을 설명하기 위하여 $Q_2(t)$ 를 시간간격 $[t_i, t_{iM}] = [t_i, t_i + h_i]$ 상에서 정의되는 본래의 spline 함수라 하자.

만약 모든 시간간격이 $u = \lambda t$ 에의해서 확장되어서 새로운 시간간격이 $h_2^* = \lambda h_2$ 이면 새로운 가속도는 (5)를 사용해서 w_2/λ^2 로써 결정될수 있다. 그리고 구간 $[\lambda t_2, \lambda(t_2 + h_2)]$ 에서 정의되는 새로운 spline함수 $Q_2^*(u)$ 는 $Q_2(t)$ 와 같은형태를 갖는것을 알수있다. 따라서, $Q_2^*(u)$ 의

1차,2차,3차 시간미분은 각각 $(1/\lambda)Q_2'(u/\lambda), (1/\lambda^2)Q_2''(u/\lambda), (1/\lambda^3)Q_2'''(u/\lambda)$ 이 된다.

$$\lambda_1 = \max_j \left[\max |Q_{ji}'(t)| / VC_j \right] \quad (9)$$

$$\lambda_2 = \max_j \left[\max |Q_{ji}''(t)| / wC_j \right] = \max_j \left[\max |w_{j2}| / wC_j \right] \quad (10)$$

$$\lambda_3 = \max_j \left[\max |Q_{ji}'''(t)| / JC_j \right] = \max_j \left[\max \left| \frac{w_{j2M}-w_{j2}}{h_i} \right| / JC_j \right] \quad (11)$$

$$\lambda = \max (1, \lambda_1, \lambda_2^{1/2}, \lambda_3^{1/3}) \quad (12)$$

여기서 λ 를 유용성 조정인자라 하자. 그러면 유용해 변환기(FSC)는 다음과같은 과정을 갖는다

- 1) (9)~(12)에따라서 λ 를 결정한다.
- 2) 시간간격 $(h_1, h_2, \dots, h_{n1})$ 를 $(\lambda h_1, \lambda h_2, \dots, \lambda h_{n1})$ 로써 대치한다.
- 3) $w_{j2}, w_{j3}, \dots, w_{jM}$ 를 $w_{j2}/\lambda^2, w_{j3}/\lambda^2, \dots, w_{jM}/\lambda^2$ 로써 대치한다.

3-2. 최적화 알고리즘

정점 X는 선택된 knot점들사이의 시간간격의 벡터로써 정의된다. 즉 $[h_1, h_2, \dots, h_{n1}]$ 이다. X를 위한 평가함수는 T(X)에의해서 표현되고 이는 $h_1 + h_2 + \dots + h_{n1}$ 과같다. n개의 유용한 정점들 $X_i, i=1,2,\dots,n$ 이 초기 다면체를 구성하기 위하여 선택된다. n개의 정점들 사이에서 가장큰 평가함수와 가장작은 평가함수 갖는 정점들 각각 X_g, X_s 라 하자. X_{n1} 를 X_g 를 제외한 정점들의 중심이라 하자. 이것은 다음과같이 계산된다.

$$X_{n1} = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i - X_g \right] \quad (13)$$

알고리즘은 X_g 와 X_{n1} 를 연결하는 직선을 따라서 현재의 최악의정점(X_g)을 대치하기 위하여 더남은 유용한정점(평가함수값이 더작은)을 선택하도록 하는것이다. 만일 알고리즘이 더남은 정점을 찾는데 실패한다면 n개정점의 다면체는 더작은 크기로 축소될것이다. 이와같은 작업은 반향(reflection), 확장(expansion), 축소(contraction), 감소(reduction)작음으로써 성회된다. 1)반향(reflection)

중심을 통해서 X_g 를 반향하고, 이는 다음과 같이 계산된다.

$$X_{n2} = X_{n1} + \alpha(X_{n1} - X_g) \quad (14)$$

여기서 $\alpha > 0$ 는 반향계수이다. X_{n2} 의 모든원소는 시간간격이므로 이물모두는 양수이어야한다. 따라서, α 는 아래와같이 결정된다.

$$\alpha = \begin{cases} 1, & 2h_i^{m+1} - h_i^m > 0 \\ \text{a1 min} & \left[\frac{h_i^{m+1}}{h_i^m - h_i^{m+1}} \right] \\ 2h_i^{m+1} - h_i^m \leq 0 \end{cases} \quad (15)$$

여기서 $0 < \text{a1} < 1$ 이다.

2) 확장 (expansion)

($X_{m+2} - X_{m+1}$) 를 아래와같은 계산에의해서 확장한다.

$$X_{m+3} = X_{m+1} + \gamma (X_{m+2} - X_{m+1}) \quad (16)$$

여기서 $\gamma > 1$ 은 확장계수이다. X_{m+3} 의 모본원소가 양수이기 위하여 γ 는 다음과같이 결정된다.

$$\gamma = \begin{cases} 1, & 2h_i^{m+2} - h_i^{m+1} > 0 \\ \text{a2 min} & \left[\frac{h_i^{m+1}}{h_i^{m+1} - h_i^{m+2}} \right] \\ 2h_i^{m+2} - h_i^{m+1} \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

여기서 $0 < \text{a2} < 1$ 이다.

3) 축소 (contraction)

($X_m - X_{m+1}$) 를 아래와같은 계산에의해서 축소한다.

$$X_{m+4} = X_{m+1} + \beta (X_m - X_{m+1}) \quad (18)$$

여기서 $0 < \beta < 1$ 이다.

4) 감소 (reduction)

($X_i - X_s$), $i=1,2,\dots,n$ 를 아래와같은 계산에의해서 감소한다.

$$X_i = X_s + 0.5 (X_i - X_s) \quad (19)$$

$i=1,2,\dots,n$

탐색을 시작하기 위하여 n 개의 초기정점들이 먼저 선택되어진다. $q_{j1}, q_{j3}, \dots, q_{jn}$ 를 조인트 j 의 변위열로서 정의하자. 2 번째와 $n-1$ 번째는 어분의 knot점이므로 고정되지않는다. 이들은 임시적으로 $q_{j2} = (q_{j1} + q_{j3})/2$, $q_{jm} = (q_{j,m-1} + q_{j,n})/2$ 로써 할당된다. 시간간격벡터의 하한값은 아래와같다.

$$X'_0 = (h'_1, h'_2, \dots, h'_n) \\ j=1,2,\dots,N \quad i=1,2,\dots,n-1$$

초기정점 X'_0 는 X' 이 유용하면 X' 으로택해지고 그렇지않으면 FSC로부터 변환된 유용한해로서 선택된다. 나머지 $(n-1)$ 개의 정점 (X'_2, X'_3, \dots, X'_n) 들을 선택하기 위하여 X'_2, X'_3, \dots, X'_n 이 다음처럼 계산된다.

$$X'_2 = X'_0 + [d_1, d_2, d_2, \dots, d_2] \\ X'_3 = X'_0 + [d_2, d_1, d_2, \dots, d_2] \\ \vdots \\ X'_n = X'_0 + [d_x, d_2, d_2, \dots, d_2]$$

여기서

$$d = \frac{D}{\sqrt{2(n-2)}} (\sqrt{n} + n - 2) \\ d = \frac{D}{\sqrt{2(n-2)}} (\sqrt{n} - 1)$$

D 는 선택된 거리이다. [5]

X'_0 는 X'_1 이 유용하면 X'_1 으로 택해지고 그렇지 않으면 FSC로부터 변환된 유용한해 로써 선택된다.

반복적인 감소작용이 초기의 유연한 다면체의 크기를 감소시키고 탐색단계들을 제어하고, 수렴을 성취한다. 반복되는 감소작용동안 다면체가 때때로 매우 작게되어서 해가 지역적인 최적점에 빠지게된다. 탐색을 계속하기 위하여 X_s 이 다른 새로운 초기다면체를 set 하기 위하여 사용된다. 다면체의 크기는 $\sum_i \|X_i - X_s\|$ 를 조사하는 것의에의해서 감지된다. 만약 $\sum_i \|X_i - X_s\|$ 이 설정된 값($\epsilon 1$)보다 작으면 새로운 단계가 시작된다. 두개의 연속되는 단계로부터의 결과들이 비교된다. 단계들은 이들 결과사이의 변화가 설정된 값($\epsilon 2$)보다 작을때까지 반복된다. 상세한 알고리즘은 순서도에 나타나있다.

4. 해실적인 예

베이지ック 프로그램이 1) 3 차다항식 조인트케치를 구성하기위한 과정 2) 순행시간을 최소화하기위한 알고리즘을 수행하기 위하여 쓰여졌다. 이를위하여 6개의 회전축을 갖는 PUMA 560 로보트가 고려되었다. [6] 핸드의 Cartesian 경로로부터 8개의 knot점이 선택되었다. 역 Jacobian을 이용하여 조인트의 변위들이 구해지고, 이값이 표1 에 나타나있다.

로보트는 초기적으로 정지해있고, 시간간격의 끝에서는 완전히 정지한다. 그러므로 $v=0=v$ 이고 $a=0=a$ 이다. 속도, 가속도, jerk에대한 제약조건이 표2 에 나타나있다.

1) 최적화

$\text{a1}, \text{a2}, \beta$ 가 각각 0.85, 0.85, 0.5 로써 선택되었고, $\epsilon 1, \epsilon 2$ 는 0.1, 0.1 로 할당되었다.

초기 다면체의 처음정점 X'_0 는 다음과같다.

$$X = [3.607, 3.607, 2.878, 4.275, 5.612, 2.915, 5.879, 1.336, 1.336]$$

이 초기값을위한 승운행시간은 31.445 sec 이다. 이에에서 알고리즘은 최종해를 얻기 위하여 5단계의 탐색과정을 행한다. 결과가 표3 에 나타나있다. 최적화된 승운행시간은 18.451 sec 이다.

2) 조인트케치의 구성

최적해 h^* 's 를 사용해서 각조인트에서 $n-2$ 개의 미지수 $Q_i''(b)$ 를 구하기 위하여 (3)식을 푼다

A는 모든 6개의 조인트에서 모두같은 값을 갖는다. (1) 식으로부터 $Q_{1k}^{(k)}(t)$ 가 얻어지고 $Q_{1k}^{(k)}(t)$ 는 (2) 식과 (A.2), (A.3) 사용하여 계산된다. $Q_{1k}^{(k)}(t)$ 를 미분하는 것의의해서 조인트속도의 속도를 구할 수 있다. 그림2는 이에대한 조인트속도, 속도, 가속도, Jerk의 결과를 나타낸다. 이들은 토포프가 최소의 운행시간을 상회하기 위하여 따라야만하는 요구되는 값들이다.

5. 결 론

2장에서는 선택된 Cartesian knot점에 대응되는 3장에서 개발된 알고리즘은 운행시간이 최소가 되도록 knot점사이의 시간간격을 조정하는 것이다. 조인트의 속도, 가속도, Jerk에대한 제약조건이 가해질때 비유용해는 비유용해에 첫절환상수(FSC 토포프터 얻어지는)를 급하는것의의해서 유용해로써 변환된다.

차후의 관심은 joint 궤적들로 근사화할때 택하는 Cartesian 좌표계상의 knot점의 수가 근사화할수보다 많은 경우에대해서 고찰 되어져야 겠다.

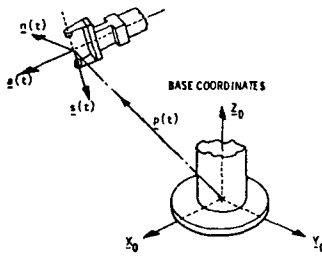


그림 1 손의 위치와 방위
Fig.1 position and orientation of hand

표 1 : Cartesian 좌표계에대한 joint 변위의 변환

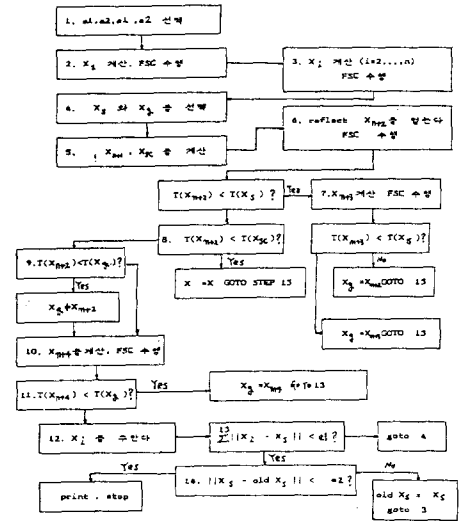
	joint 1	joint 2	joint 3	joint 4	joint 5	joint 6
1	10	15	45	5	10	6
2			extra knot			
3	60	25	180	20	30	40
4	75	30	200	60	-40	80
5	130	-45	120	110	-60	70
6	110	-55	15	20	10	-10
7	100	-70	-10	60	50	50
8	-10	-10	100	-100	-40	30
9			extra knot			
10	-50	10	50	-30	10	20

표 2 : joint 속도, 가속도, Jerk 제약조건

	joint 1	joint 2	joint 3	joint 4	joint 5	joint 6
속도 (deg/s)	100	95	100	150	130	110
가속도 (deg/s ²)	45	40	75	70	90	80
Jerk (deg/s ³)	60	60	55	70	75	70

표 3. 수행 결과

	초기	단계1	단계2	단계3	단계4	단계5
h	3.607	1.670	1.511	1.650	1.210	1.131
h	3.607	1.802	1.951	1.854	1.952	2.004
h	2.878	2.274	1.841	1.724	2.151	2.068
h	4.275	2.714	2.484	2.542	1.969	2.016
h	5.612	3.694	3.525	2.401	2.795	2.714
h	2.915	1.761	1.903	1.973	1.911	1.973
h	5.879	3.971	3.766	3.736	3.731	3.807
h	1.336	1.654	1.709	1.802	2.079	1.971
h	1.336	1.254	1.438	1.376	0.749	0.767
총시간 (sec)	31.445	20.794	20.097	19.058	18.538	18.541



순서도

* Reference *

- Luh, J.Y.S., "An anatomy of industrial robots and their control," IEEE Trans. Automat. Contr vol.AC-28, pp.133-153, Feb.1983
- Lin, C.S., and Luh, J.Y.S., "Optimal Path Planning for Mechanical Manipulator," ASME Trans. J. Dynam. Syst. Meas. Contr., vol.103, pp.142-151, June 1981.
- Luh, J.Y.S., Walker, M.W., Paul, R.P.C., "Resolved Acceleration Control of Mechanical Manipulators," IEEE Trans.AC. vol.25, no.3, June 1980. pp. 468-474
- Paul, R., "Modeling Trajectory Calculations and Servicing of a Computer Controlled Arm," Memo AIM-177, Stanford Artificial Intel. Lab. Stanford Univ. Nov.1972
- D.M.Himmelblau, Applied Nonlinear Programming, New York: McGraw-Hill, 1972
- Paul, R., Shimano, B., Mayer, G.E., "Kinematic Control Equation for Simple Manipulators," IEEE Trans. Syst. Man, Cybern., vol. SMC-11, pp. 449-455, June 1981

7. K.S.Fu,R.C.Gonzalez,C.S.G.LEE, " Robotics Control,Sensing,Vision and Intelligence " McGraw-Hill;1987

8. H.H.Ahlberg et al.,The Theory of Spline and Application New York;Academic,1967

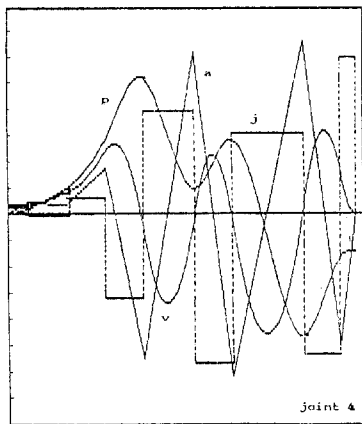
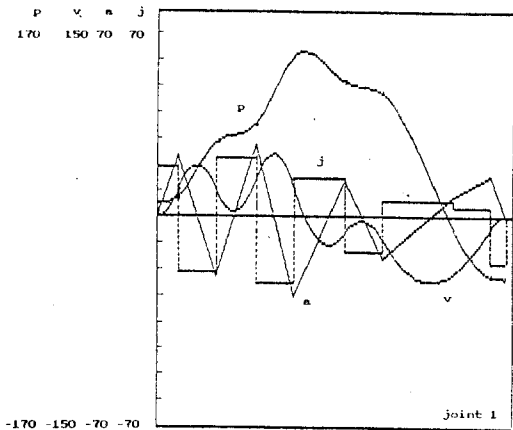


그림 2 . 예의 최적 궤적(joint 1,4)
Fig 2 . Optimum trajectories for example
p 위치 v 속도 a 가속도 j jerk

Appendix A

$Q_i''(t_i)$ 를 위한 방정식의 유도과정

속도를 위한 연속조건은 $Q_i'(t_i) = Q_{i+1}'(t_i)$ 로 나타나고 이것은 (1),(2)를 이용하여 아래와같은 방정식을 이끈다.

$$\frac{h_{i+1}}{h_i} Q_{i+1}''(t_{i+1}) + \frac{2(h_i+h_{i+1})}{h_i} Q_i''(t_i) + Q_i''(t_{i+1}) = \frac{6}{h_i} \left[\frac{q_{i+1}-q_i}{h_i} - \frac{q_i-q_{i-1}}{h_{i-1}} \right] \quad i=2, \dots, n-1 \quad (A1)$$

규정되지 않은 2개의 어분의 knot점들은 시작 knot점과 끝 knot점에서의 경계값과 $Q_1''(t_2)$, $Q_{n-2}''(t_{n-1})$ 의 양으로써 표시된다.

$$q_2 = q_1 + h_1 v_1 + \frac{h_1^2}{3} a_1 + \frac{h_1^3}{6} Q_1''(t_2) \quad (A2)$$

$$q_{n-1} = q_n - h_{n-1} v_n + \frac{h_{n-1}^2}{3} a_n + \frac{h_{n-1}^3}{6} Q_{n-2}''(t_{n-1}) \quad (A3)$$

(A2)와(A3)를 (A1) 에 대입하여 다음의 방정식을 구한다.

$$\left[\frac{2(h_1+h_2)}{h_2} + \frac{h_1^2}{h_2} \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \right] Q_2''(t_2) + Q_2''(t_3) = \frac{6}{h_2} \left(\frac{q_3}{h_2} + \frac{q_1}{h_1} \right) - \frac{6}{h_2} \left(\frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right) q_1 \quad (A4)$$

$$\left(\frac{h_2}{h_3} - \frac{h_1^2}{h_2 h_3} \right) Q_2''(t_2) + \frac{2(h_2+h_3)}{h_3} Q_3''(t_3) + Q_3''(t_4) = \frac{6}{h_2 h_3} \left(q_1 + h_1 v_1 + \frac{h_1^2}{3} a_1 \right) + \frac{6q_4}{h_3} - \frac{6}{h_3} \left(\frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3} \right) q_3 \quad (A5)$$

$$\frac{h_{i-1}}{h_i} Q_{i-1}''(t_{i-1}) + \frac{2(h_{i-1}+h_i)}{h_i} Q_i''(t_i) + Q_i''(t_{i+1}) = \frac{6}{h_i} \left[\frac{q_{i+1}-q_i}{h_i} - \frac{q_i-q_{i-1}}{h_{i-1}} \right] \quad i=4,5, \dots, n-3 \quad (A6)$$

$$\frac{h_{n-3}}{h_{n-2}} Q_{n-3}''(t_{n-3}) + \frac{2(h_{n-3}+h_{n-2})}{h_{n-2}} Q_{n-2}''(t_{n-2}) + \left(1 - \frac{h_{n-1}^2}{h_{n-2} h_{n-3}} \right) Q_{n-2}''(t_{n-1}) = \frac{6}{h_{n-2}^2} \left(q_n - v_n h_{n-1} + \frac{h_{n-1}^2}{3} a_n \right) \quad (A7)$$

$$- \frac{6}{h_{n-2}} \left(\frac{1}{h_{n-2}} + \frac{1}{h_{n-3}} \right) q_{n-2} + \frac{6}{h_{n-2} h_{n-3}} q_{n-3} - \frac{h_{n-3}}{h_{n-1}} Q_{n-2}''(t_{n-2}) + \left[\frac{2(h_{n-1}+h_{n-2})}{h_{n-1}} + \left(\frac{1}{h_{n-2}} + \frac{1}{h_{n-3}} \right) h_{n-1} \right] Q_{n-2}''(t_{n-1}) = - \frac{6}{h_{n-1}} \left(\frac{1}{h_{n-1}} + \frac{1}{h_{n-2}} \right) \left(q_n - v_n h_{n-1} + \frac{h_{n-1}^2}{3} a_n \right) + \frac{6q_n}{h_{n-1}^2} + \frac{6q_{n-2}}{h_{n-1} h_{n-2}} - a_n \quad (A8)$$

(A4)~(A8) 은 n-2 개의 미지수 $Q_i''(t_i)$ 를 가지는 n-2 개의 선형방정식들을 구성한다.