

가변 구조 제어 방식을 이용한 로봇트 매니퓰레이터의 경로 이탈 특성

\*이 홍 규\*, 이 범 회\*\*, 최 계 근\*

\* 서울대학교 전자공학과, \*\* 서울대학교 제어계측 공학과

Characteristics of the Path Deviation of the Robot Manipulator  
Using the Variable Structure Control Method

Hong Kyu Lee\*, Bum Hee Lee\*\*, Keh-Kun Choi\*

\* Dept. of Electronic Eng. \*\* Dept. of Control & Instrumentation  
Eng. Seoul National University

Abstract

In the control of the robotic manipulators, the variable structure control method for the Set Point Regulation has a advantage of the insensitivity about parameter variations and disturbances. When the robotic manipulators are controlled by a point-to-point scheme, no path constraint is considered. Thus, the variable structure control method will be effectively applied only if the trajectory of the robot hand is estimated precisely.

In this paper, the joint trajectories in the joint space and the hand trajectory in the cartesian space are calculated by the variable structure control method, and an algorithm is suggested to elaborate the deviation error of the robot hand from a straight line path. The result of this study will become a base of the effective path planning about robotic manipulators with the variable structure control concept.

1. 서론

가변구조 제어방법은 고이득 궤환 제어방식으로서 파라미터 변동이나 외란에 둔감하다는 장점 때문에 비선형 시변 시스템 제어에 많이 사용되고 있다. 비선형성이 크고 커플링이 심한 로봇트 제어분야에서는 Set Point Regulation (SPR)과 Tracking에 가변 구조 제어방법이 이용되고 있다.[4][5][6] SPR은 카티시안 공간상에서 로봇트 손의 출발점과 도착점만의 좌표를 조인트 공간의 좌표로 변환하여 이동 경로와는 무관하게 출발점과 도착점만을 만족하도록 하는 제어 방법이고, [5] Tracking은 카티시안 공간에서의 로봇트 손의 출발점으로 부터 도착점까지의 경로를 조인트 공간으로 변환한 시간에 따른 조인트 각 변화를 추적하도록 하는 방법이다. [4][6]

SPR에서는 출발점과 도착점만을 고려하고 이동 경로를 고려하지 않기 때문에 이동 경로에 제약 조건이 존재하면 사용하기 곤란하고, Tracking에서는 로봇트 손의 이동 경로로부터 조인트 각 변화가 점대점(Point-to-Point) 방식으로 Inverse Kinematics에 의해 실 제어 수행 이전에 계산되어 있어야 하고, 계산량이 많으며 가변 구조 제어

방법에 의한 Tracking에 적합한 경로인지가 문제점이된다. 가변 구조 제어에 의한 SPR에서, 이동 경로를 가변 구조 제어 파라미터로부터 구할수 있으면 Tracking에서와 같이 점대점으로 Inverse Kinematics를 수행하지 않고 SPR에서의 경로 제약 조건을 고려하여 로봇트 손의 이동 경로를 결정함으로써 효과적으로 이동 경로 제어를 할수 있게 된다.

본 논문에서는 가변 구조 제어에 의한 SPR에서 로봇트 손의 이동 궤적을 구하는 알고리즘을 제시하였다. 이 이동 궤적을 구하는 알고리즘은 로봇트 손의 이동 경로상의 추적오차 제한 조건과 이동 소요시간 제한 조건들을 만족시킬수 있도록 궤적을 계획하는데 유용하게 이용될 수 있을 것이다. [3]

2. 로봇트 시스템의 가변 구조 제어

일반적으로 로봇트 매니퓰레이터의 동력학적인 표현은 다음과 같다.

$$D(\theta) \ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta)g = U \quad (1)$$

n차의 자유도를 가진 매니퓰레이터인 경우, 각 파라미터의 차수는  $D(\theta) \in R^{n \times n}$ ,  $H(\theta, \dot{\theta}) \in R^n$ ,  $G(\theta) \in R^n$ ,  $U \in R^n$ ,  $\theta \in R^n$ ,  $\dot{\theta} \in R^n$  및  $\ddot{\theta} \in R^n$  이다.

로봇트 매니퓰레이터에 대하여 가변구조 개념을 적용하여 Set Point Regulation에 필요한 제어 입력을 도입하기로 한다. [1], [5]

각 조인트의 각위치 오차를  $e_i$ , 각속도를  $v_i$ 로 정의하면, 스위칭 평면과 제어 입력은 다음과 같이 표현된다.

$$S_i(e_i, v_i) = C_i e_i + v_i, \quad C_i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$U_i(e_i, v_i) = \begin{cases} U_i^+ (e_i, v_i), & S_i(e_i, v_i) \geq 0 \\ U_i^- (e_i, v_i), & S_i(e_i, v_i) < 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

(2)식으로 표현된 스위칭 평면상에 슬라이딩 모드가 일어나도록 궤환 제어 입력  $U_i^+$  및  $U_i^-$ 를 선택해야 한다. 시스템 상태 궤적이 슬라이딩 모드에 도달하고, 도달후 슬라이딩 모드가 유지되기 위한 조건은 다음 식으로 표현된다.

$$S_i \cdot \dot{S}_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

이때, 제어 입력은 다음 식으로 표현된다.

$$U_i = - \left[ \alpha_i^j |e_j| + \beta_i^j |e_j| + K_i \right] \text{Sgn}(S_i) \quad (5)$$

제어 입력 계수  $\alpha_i^j$ ,  $\beta_i^j$  및  $K_i$  등의 값이 클수록 스위칭 평면에 도달하는 시간은 감소되나 슬라이딩 모드에서 채터링 폭이 커지고, 이들 계수는 (4)식의 조건 외에 제어 토오크의 한계치에 의하여 제한된다. [5]

### 3. 로봇 시스템의 이동 궤적

여기에서는 가변 구조 제어방법에 의한 로봇 매니퓰레이터의 Set Point Regulation 제어시 나타나는 조인트 각과 로봇 손의 이동 궤적을 구하는 알고리즘을 유도하기로 한다.

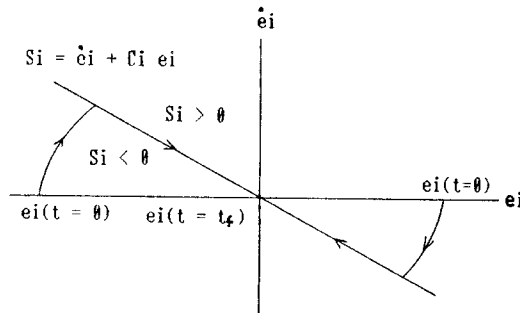


그림 1. 상태 공간에서의 시스템 상태 궤적

Fig. 1. System State Trajectory in the Phase Plane

일반적으로 저속 운동에서는 코리올리 힘과 구심력 및 마찰력 등이 무시할수 있는 정도로 작은 값이므로 동력학 방정식에서 제외하면 (1)식은 2차 자유도를 가진 시스템인 경우, 다음 식으로 간략화시킬수 있다.

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1(X_1, X_2) \\ G_2(X_1, X_2) \end{bmatrix} \xi = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

이때,  $X_1$  및  $X_2$ 는 조인트1과 조인트2의 각위치이며  $D$ 는 관성 모멘트의 요소이다.

Cos  $X$ 를 Young의 방식으로부터 선형 함수로 근사화하면,

$$\text{Cos } X \approx 1 - \frac{|X|^2}{90}, \quad 0 \leq |X| \leq 180^\circ \quad (7)$$

가 된다. 로봇 시스템의 모델을 [5]와 같이 선정하면 (5), (6) 및 (7)식으로부터 동력학 방정식은 다음 식으로 유도된다.

$$\begin{bmatrix} (M_1 + M_2)R_1^2 + M_1R_1^2 + J_1 + 2M_1R_1R_2 - \frac{1}{45}M_1R_1R_2|X_1| \\ M_1R_1R_2 + M_2R_2^2 - \frac{1}{90}M_1R_1R_2|X_2| \\ M_2R_2^2 + M_1R_1R_2 - \frac{1}{90}M_1R_1R_2|X_1| \\ M_2R_2^2 + J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1^1 \text{Sgn}(S_1) & \beta_1^2 \text{Sgn}(S_2) \\ \beta_2^1 \text{Sgn}(S_1) & \beta_2^2 \text{Sgn}(S_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |\dot{X}_1| \\ |\dot{X}_2| \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{1}{90}(M_1 + M_2)R_1 \xi |X_1| - \frac{1}{90}M_1R_1(X_1 + X_2)R_2 \xi + \\ - \frac{1}{90}M_1R_1R_2 \xi |X_1 + X_2| + \alpha_1^1 |e_1| \text{Sgn}(S_1) \\ \alpha_1^2 |e_2| \text{Sgn}(S_2) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -K_1 \text{Sgn}(S_1) - (M_1 + M_2)R_1 \xi - M_1R_2 \xi \\ -K_2 \text{Sgn}(S_2) - M_1R_1 \xi \end{bmatrix} \quad (8)$$

그림 1은 가변 구조에 의한 상태 공간에서의 시스템 상태 궤적을 나타낸 그림인데  $e_i$ 는 상태  $X_i$ 에서 원하는 상태  $X_{id}$ 를 뺀 상태 오차를 나타낸다. 상태 오차의 궤적은 초기값( $t=0$ )으로부터 스위칭 평면  $S=0$ 에 도달할때까지는 시스템의 동력학적 관계에 의해 결정되고, 스위칭 평면에 도달 이후에는 스위칭 평면의 기울기에 의해 결정되어 상태 오차값이 0이되는 방향으로 상태가 이동하는 궤적이 된다. 시스템 상태 궤적이 스위칭 평면에 도달한 이후에는, 이상적인 경우,

$$S_i = X_i + C_i(X_i - X_{id}) = 0, \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

가 되는데 실제로는  $S=0$ 을 중심으로 높은 주파수의 채터링이 발생하여 시스템 상태 궤적은 슬라이딩 면으로부터 일정폭 내에서 슬라이딩하게 된다.

각 링크의 위치, 속도 및 가속도인  $X_i(t)$ ,  $\dot{X}_i(t)$  및  $\ddot{X}_i(t)$ 의 궤적은 New Mark 방법[7]을 이용하여 다음과 같이 구할수있다.

New Mark 방법을 위하여 (8)식을 다음과 같이 정리한다.

$$\begin{bmatrix} M \\ B \\ K \end{bmatrix} \ddot{X}_{t+\Delta t} + \begin{bmatrix} B \\ K \end{bmatrix} \dot{X}_{t+\Delta t} + \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} X_{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} R_{t+\Delta t} \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서  $M \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times n}$ ,  $K \in R^{n \times n}$ ,  $R \in R^n$  및  $X \in R^n$ 이다.  $t+\Delta t$ 에서의 속도는  $t$ 에서의 속도와 가속도 및  $t+\Delta t$ 에서의 가속도로부터

$$\dot{X}_{t+\Delta t} = \dot{X}_t + \{ (1 - \delta) \dot{X}_t + \delta \ddot{X}_{t+\Delta t} \} \Delta t \quad (11)$$

로 표현된다.  $t+\Delta t$ 에서의 위치는  $t$ 에서의 위치와 가속도 및  $t+\Delta t$ 에서의 속도와 가속도로부터

$$X_{t+\Delta t} = X_t + \dot{X}_t \cdot \Delta t + \{ (\frac{1}{2} - \alpha) \ddot{X}_t + \alpha \ddot{X}_{t+\Delta t} \} \Delta t^2 \quad (12)$$

이 된다. (11), (12)식에서  $\alpha$ 와  $\delta$ 는 적분 정확도와 안정도를 결정하는 변수들로서 절대안정을 보장하도록  $\alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\delta = \frac{1}{2}$ 로 정하고, 샘플링 주기  $\Delta t = 10\text{ms}$ 로 정하면 (11), (12)식으로부터 가속도, 속도 및 조인트 위치는 다음과 같이 표현된다.

$$\ddot{X}_{t+\Delta t} = 40000 [X_{t+\Delta t} - X_t] - 400 \dot{X}_t - \ddot{X}_t \quad (13)$$

$$X_{t+\Delta t} = X_t + 0.005(\dot{X}_t + \dot{X}_{t+\Delta t}) =$$

$$200 X_{t+\Delta t} - 200 X_t - \dot{X}_t \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} [K] + 40000[M] + 200[B] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{t+\Delta t} \\ X_{t+\Delta t} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} R_{1,t+\Delta t} \\ R_{2,t+\Delta t} \end{bmatrix} + [M] \begin{bmatrix} 40000 & X_{1,t} \\ & X_{2,t} \end{bmatrix} + 400 \begin{bmatrix} \dot{X}_{1,t} \\ \dot{X}_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{X}_{1,t} \\ \ddot{X}_{2,t} \end{bmatrix} + [B] \begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{X}_{1,t} \\ \dot{X}_{2,t} \end{bmatrix} \quad (15)$$

초기값에서부터 차례로  $\Delta t$ 만큼씩  $t$ 를 증가시켜 가면서 (15)식에서 위치( $X$ ), (14)식에서 속도( $\dot{X}$ ) 및 (13)식에서 가속도( $\ddot{X}$ )를 구한다. 이때,  $[M]$ ,  $[B]$ ,  $[K]$  및  $[R]$  행렬은  $S_i$ ,  $X_i$  및  $e_i$ 의 부호에 따라 (8)식으로부터 정해진다. 앞에서 구한 위치, 속도 및 가속도는 조인트 공간에서의 궤적이므로 카티시안 공간에서의 위치, 속도 및 가속도를 Direct Kinematics에 의해 구할수있다.[2]

#### 4. 경로 추적 오차

카티시안 공간에서 가변 구조 제어에 의한 로봇 손의 궤적은 등속도 운동이 아니기 때문에 Taylor 방식을 사용할수가 없다.[8] 따라서, 경로 추적 오차를 구하는 알고리즘을 유도하기로 한다.

직선 경로에 대한 추적 오차는 출발점과 도착점을 연결하는 직선 경로와 그림 2와 같이 앞절에서 구한 로봇 손의 궤적 사이의 최대거리가 된다. 그림 2에서( $X_i, Y_i$ )는 직선 경로상의 임의의 점이고 ( $X_{ai}, Y_{ai}$ )는 ( $X_i, Y_i$ )를 통과하고 직선경로와 수직되는 직선이 로봇 손의 궤적과 만난점을 나타낸다.

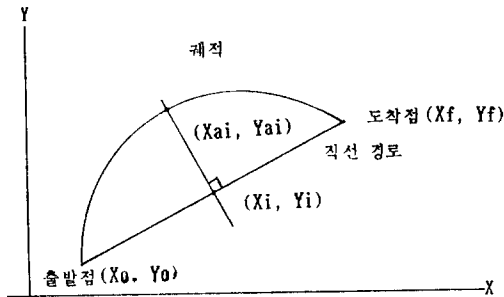


그림 2. 카티시안 공간에서의 직선 경로와 로봇 손 위치 궤적

Fig. 2. Straight line path and hand trajectory in the cartesian space

로 추적 오차  $D$ 는 직선 경로의 기울기가  $M$ 일때 다음과 같이 구해진다.

$$D = \sqrt{(X_{ai} - X_i)^2 + (Y_{ai} - Y_i)^2} \cdot \text{Sgn}\{Y_{ai} - M(X_{ai} - X_f) - Y_f\} \\ = (X_{ai} - X_i) \sqrt{1 + M^2} \cdot \text{Sgn}\{Y_{ai} - M(X_{ai} - X_f) - Y_f\} \\ = (1 + M^2)^{1/2} \{ |Y_{ai} - Y_f + M(X_f - X_{ai})| \} \cdot \text{Sgn}\{Y_{ai} - M(X_{ai} - X_f) - Y_f\} \quad (16)$$

따라서, 직선경로상의 도착점( $X_f, Y_f$ )과 로봇 손 궤적( $X_a, Y_a$ )의 실시간 변화에 따라 경로 추적오차가 구해진다. (16)식에서 도착점( $X_f, Y_f$ ) 대신 출발점( $X_0, Y_0$ )을 사용하여도 동일한 결과가 얻어진다.

카티시안 공간에서 로봇 손 궤적( $X_a, Y_a$ )는  $C$ 의 함수이므로 경로 추적 오차  $D$ 도  $C, \dot{C}$ 의 함수가 되어 경로

추적 오차가 스위칭 평면의 조합에 따라 변화된다.

#### 5. 컴퓨터 시뮬레이션

컴퓨터 시뮬레이션에서는 Young이사용한 하이브리드 컴퓨터 실험 결과와 비교하기 위하여 2차 자유도를 가진 매니퓰레이터를 모델로 선정하고 파라미터도 동일하게 사용하였다.[5] 즉,  $M_1 = 0.5 \text{ kg}$ ,  $M_2 = 6.25 \text{ Kg}$ ,  $R_1 = 1.0 \text{ m}$ ,  $R_2 = 0.8 \text{ m}$ ,  $J_1 = 5 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$  및  $J_2 = J_1$ 으로 택하였고,  $\alpha_1^j$ ,  $\beta_1^j$  및  $K_1$ 는 [5]에서와 같이  $\alpha_1^j = \alpha_2^j = 0.95$ ,  $\beta_1^j = 8.37$ ,  $\beta_2^j = 2.85$ ,  $\beta_3^j = 3.8$ ,  $\beta_4^j = 8.56$ ,  $K_1 = 342.3$  및  $K_2 = 171.2$ 로 하였다.

( $X_1, X_2, \dot{X}_1, \dot{X}_2$ )의 초기조건은  $(-159.5^\circ, 0, -69^\circ, 0)$ 이고 최종조건은  $(0, 0, 0, 0)$ 으로 정하였다.

이때 사용되는 스위칭 평면은

$$S_1 = \dot{X}_1 + 0.5 X_1 \quad (17)$$

$$S_2 = \dot{X}_2 + 0.4 X_2 \quad (18)$$

로 정하고, 시스템 궤적이 스위칭 평면에 도달하여 슬라이딩 모드가 시작되면 채터링 현상에 의한 카티시안 공간에서의 위치 변화는 무시될 수 있으므로 이상적으로 슬라이딩하는 것으로 가정하여 궤적을 구하였다.

그림 3, 그림 4 및 그림 5는 각각 링크 1과 링크 2의 각 위치, 각속도 및 각가속도 궤적이고, 그림 6은 카티시안 공간에서의 로봇 손의 궤적을 그린 것이다. 로봇 손의 궤적과 직선 경로와의 오차는 그림 7에 나타내었다.

#### 6. 결론

가변 구조 제어방식의 장점때문에 가변 구조 제어가 점대점 방식으로 로봇 손을 이동시키는 제어 방법으로 연구가 되고 있으나, 출발점과 도착점 사이의 이동 경로의 궤적에 대한 연구가 없었다. 따라서, 작업 공간내에 장애물이 존재하는 경우 현재까지의 연구결과를 실제 응용하기에는 많은 제약이 따르게된다. 본 논문에서는 조인트 공간에서 각각의 조인트각 이동을 가변 구조 제어 방법으로 하였을때, 조인트 공간에서 조인트의 각위치, 각속도 및 각가속도 궤적과 카티시안 공간에서 로봇 손의 이동 궤적을 구하는 알고리즘 및 이 이동궤적과 직선 경로와의 오차를 구하는 알고리즘을 제시하였다.

제시된 알고리즘으로 컴퓨터 시뮬레이션을 한 결과, 조인트각 및 각속도의 이동 궤적은 Young이 하이브리드 컴퓨터로 실험한 결과와 동일함을 확인하였다. 본 논문에서 제시한 알고리즘은 Young의 방법에 비해 계산방법이 아주 간단하고 실 제어 대상에 적용하기 이전에 이동 소요시간과 이동 경로 제약 조건에 따라 적합한 제어 파라미터를 결정할 수있는 장점이 있으며, Taylor가 제안한 경로 오차를 구하는 방법에 비하여 로봇 손이 임의의 속도로 이동하는 경우에도 적용할수 있는 장점이 있다.

가변 구조 제어방법으로 로봇 손 매니퓰레이터를 제어하는 경우, 적절한 스위칭 평면을 선정하므로써 이동 소요시간 및 이동 경로를 효과적으로 계획하는데 본 연구결과가 응용될 수 있을 것이다.

참고 문헌

[1] U.Itkis, "Control Systems of Variable Structure", New York, Wiley, 1976  
 [2] M.Brady, J.M.Hollerbach, T.L.Johnson, T.L.Perez and M.T.Mason, "Robot Motion: Planning and Control", MIT Press, 1982  
 [3] 이범희, "로봇트 매니플레이터를 위한 이산 시간 궤적 계획 방법", 전자공학회 논문지, Vol. 25, NO. 2, PP 152~161, 1988  
 [4] J.J.Slotine and S.S.Sastry, "Tracking Control of Nonlinear Systems using Sliding Surfaces with Application to Robot Manipulators", Int. J. Contr., Vol. 38, NO.2, PP 465~492, 1983  
 [5] K.K.D.Young, "Controller Design for a Manipulator using Theory of Variable Structure System", IEEE Trans. System, Man, Cybernetics, Vol. JMC-8, NO.2, PP 101~109, Feb. 1978  
 [6] H.Hashimoto, K.Maruyama and F.Harashima, "A Microprocessor-based Robot Manipulator Control with Sliding Mode", IEEE Trans. Ind. Electro., Vol. IE-34, PP 11~17, Feb. 1987  
 [7] K.J.Bathe and E.L.Wilson, "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice-Hall, 1976  
 [8] R.H.Taylor, "Planning and Execution of Straight Line Manipulator Trajectories", IBM Journal of Research and Development, Vol.23, NO.4, PP 253~264, July 1979

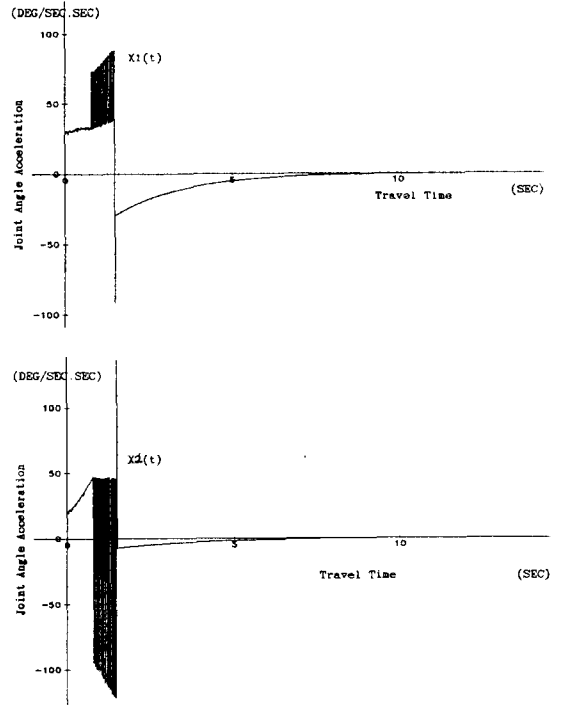


그림 5. 조인트 각 가속도 궤적  
 Fig 5. Joint angle acceleration trajectory

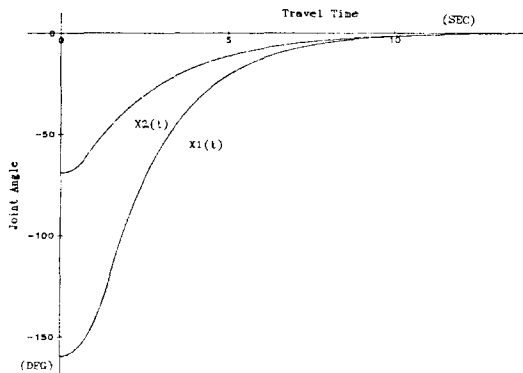


그림 3. 조인트 각 위치 이동 궤적  
 Fig 3. Joint angle trajectory

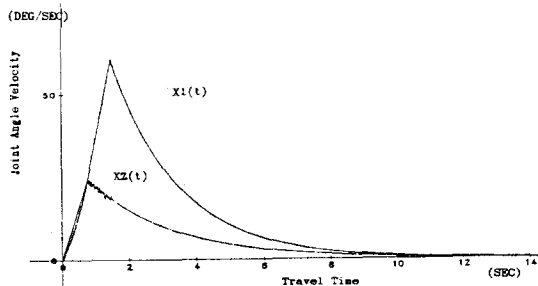


그림 4. 조인트 각 속도 궤적  
 Fig 4. Joint angle velocity trajectory

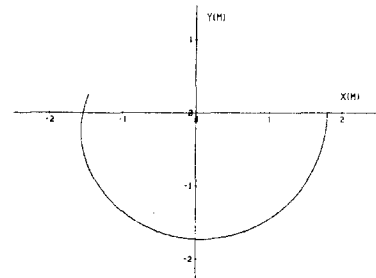


그림 6. 로봇트 손 이동 궤적  
 Fig 6. Trajectory of the robot hand

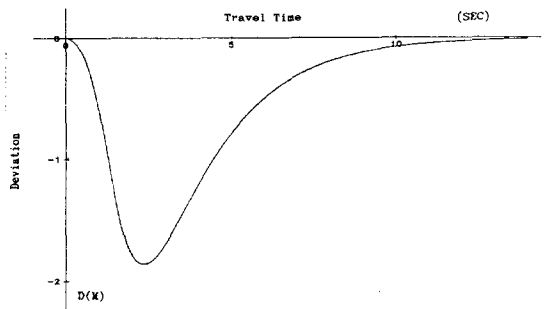


그림 7. 경로 추적 오차  
 Fig 7. Trajectory path deviation