

## 로봇 매니퓰레이터의 집중 적용 제어에 관한 연구

박 성기      홍 규장<sup>○</sup>      이 상철      정 찬수  
숭실대학교 전기공학과

A STURDY ON CENTRALIZED ADAPTIVE CONTROL  
OF ROBOT MANIPULATOR

Sung Ki Park, Gyu Jang Hong, Sang Cheol Lee, Chan Soo Chung  
Dept of Electrical, Soong Sil Univ.

## Abstract

This paper presents a centralized adaptive control scheme based on perturbation equations in the vicinity of a desired trajectory, which are used to design a feedback control about the desired trajectory.

This adaptive control scheme reduces the manipulator control problem from a nonlinear control to controlling a linear control system about a desired trajectory. Computer simulation studies of a two-joint manipulator are performed on a IBM-PC to illustrate the performance of this adaptive control scheme.

## 1. 서론

최근의 산업현장은 상품의 라이프 사이클이 날로 짧아지고, 그에 따라 각 기업은 다ansom 소량생산을 하게됨에 따라 공장자동화(FA) 및 사무자동화(OA)에 대한 요구가 다양화 되어가고 있다.

이에 각 기업에서는 다양한 산업용로보트의 개발에 박차를 가하여, 현재는 상당한 수준에 와 있고, 멀지 않은 장래에는 지능을 가진 로보트를 생산할 수 있을 것 으로 믿어진다.[1]

또한 매니퓰레이터의 제어에 있어 복잡한 동적 모델을 직접 다루지 않고 간단한 선형모델을 적용기법에 적용 시킬 수 있는 방법이 관심을 불러 일으켰다.

본논문에서는 소형컴퓨터로 매니퓰레이터의 동적제어를 실현하기 위하여 2축 매니퓰레이터에 적용 시켰고, 다양한 적용제어방법중에서 안정도를 보장하며 결합파 비선형 및 링크의 변수, 부하의 불확실성을 보상할수 있는 집중 적용 제어 방법을 전개한다.

논문의 구성은 2장에서 매니퓰레이터의 동적 방정식을 생성하고, 3장에서는 적용 제어 방법을 실행하기 위해서 섭동모델을 공칭 캐릭터에서 전개하였고, 4장에서 집중 적용 제어식을 매니퓰레이터의 variational 제어에 적용하였으며, 이 결과를 2축 매니퓰레이터에 적용한 결과를 제시한다.

## 2. 매니퓰레이터의 동적 모형

## 2.1) Lagrange-Euler 운동방정식

일반적으로 Lagrange-Euler(L-E) 동적방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$D(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + G(q) = \tau \quad (1)$$

여기서  $\tau$  : (nx1) 외부입력,  $q$  : 조인트각도,  $\dot{q}$  : 조인트 속도,  $\ddot{q}$  : 조인트 가속도 벡터이고,  $G(q)$  : (nx1) 중력 벡터,  $H(q, \dot{q})$  : coriolis와 원심력,  $D(q)$  : (nxn) 관성 벡터 이고, n은 조인트 수이다.

그림1은 본논문에서 고찰한 2 자유도 매니퓰레이터의 모델이다. 단, 이 매니퓰레이터는 링크(Link)의 끝에 질량이 집중된 2-회전축을 갖는 매니퓰레이터라고 가정한다. 각각 좌표계에서의 끝점의 위치는 다음과 같다.[2]

$$\begin{bmatrix} y^1 \\ y^2 \end{bmatrix} = L \begin{bmatrix} \sin \theta^1 \\ \cos \theta^1 \end{bmatrix} + L \begin{bmatrix} \sin(\theta^1 + \theta^2) \\ \cos(\theta^1 + \theta^2) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Lagrangian L은 위치에너지(P)와 운동에너지(K)의 차이로 다음과 같이 정의 되므로 [3],

$$L = K - P \quad (3)$$

각 매니퓰레이터에서 L을 구하면, 동적방정식은 다음과 같다.

$$\tau_i = d/dt(aL/\partial\dot{\theta}) - aL/\partial\theta \quad (4)$$

결과적으로 각 조인트에 공급되는 토크는 다음과 같다.

추적해야 한다. N-E방정식으로 구한 토오크를 공칭토오크  $\tau_n$  이라 하고 이때의 상태를  $X_n(t)$ 라 하면 다음과 같다.

$$X_n(t) = f(X_n(t), \dot{u}_n(t), t) \quad (8)$$

이 동적모델이 정확하면 조인트 오차는 작으므로, 섭동 방정식을 이체적 근방에서 구할 수 있다. 식(7)을 공칭체적에서 Taylor급수로 전개하여, 식(8)을 빼면 다음과 같다.

$$\dot{X}(t) = \nabla_x f|_n \delta X(t) + \nabla_u f|_n \delta u(t) \quad (9)$$

여기서

$$\nabla f|_n = \partial f(x, u, t) / \partial x, \nabla_u f|_n = \partial f(x, u, t) / \partial u$$

되고, 편리를 위해서 다음과 같이 치환하면

$$\begin{aligned} \nabla_x f|_n &= A(t) \nabla u(t) \\ \delta x(t) &= x(t) - x_n(t) \quad \delta u(t) = u(t) - u_n(t) \\ \delta x(t) &= x(t) \quad \delta u(t) = u(t) \end{aligned} \quad (10)$$

다음과 같은 선형 섭동 방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (11)$$

여기서  $A(t), B(t)$ 는 다음과 같다.

$$A(t) = \begin{bmatrix} On & In \\ -B(t)u(t) & A(t) \end{bmatrix}, \quad B(t) = \begin{bmatrix} On \\ B(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

식(12)에서 링크와 부하의 상수가 미지이므로  $A^*, B^*$ 가 미지이고 계산시에도 많은 시간이 소비되고. 또한 이 계수들이 체어축 update속도에 비해 천천히 변한다고 가정하면, 계수들은 샘플링 시간마다 미지의 상수로 간주할 수 있다.

$A^*, B^*$ 를 미지의 매개변수로 간주하여 집중적응제어기법으로 이 문제를 해결하고자 한다.[6],[7]

#### 4) 매니퓰레이터의 집중적응제어 기법

매니퓰레이터의 공칭체적 부근에서의 동적방정식은 식(11)에서  $A(t), B(t)$ 가 샘플링 기간동안에는 상수로 가정할 수 있으므로 다음과 같은 선형 시불변방정식이 된다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (13)$$

여기서  $x(t)$ 는 제의 상태벡터이고  $u(t)$ 는 제어입력이며,  $A, B$ 는 적당한 차수의 상수 행렬이다.

식(13)을 다음과 같이 표시한다.

$$\dot{x}(t) = Am(t) + Bm(t) + (A - Am)x(t) + (B - Bm)u(t) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \tau_1 &= (m_1 l_1^2) \dot{\theta}_1^2 + m_2 l_2^2 + 2m_1 l_1 l_2 \cos(\theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ &\quad + (m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_2)) \dot{\theta}_2^2 \\ &\quad - 2m_1 l_1 l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + m_2 l_1 l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 \quad (5) \\ &\quad + (m_1 l_1^2) l_1 \cos \theta_1 + m_2 l_1 l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ &\quad + m_2 l_1 l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 + m_2 l_1 l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

이 동적방정식은 Runge-Kutta 방법을 이용해서 모의 실행하였다.[4]

### 2.2) Newton-Euler 운동방정식

이 방정식은 주어진 위치와 속도 가속도로 회전축의 힘을 계산하기는 효율적 하지만 recursive 성질 때문에 제어기법을 디자인하는 것은 적절하지 못하다.

본논문에서는 사전에 계획된 궤적을 추적하는 공칭토오크를 계산하기 위해서 Newton-Euler(N-E)방정식을 이용하였다. 섭동 방정식을 유도하기 위해서 L-E 방정식을 이용한다.

### 3. 운동의 섭동 방정식

매니퓰레이터의 제한 제어법칙은 단순한 동적방정식을 기본으로 하는 경우에 저속도에서는 작업을 잘 수행 하지만, 고속도에서 coriolis와 원심력과 같은 비선형 항은 매니퓰레이터의 운동에 큰 영향을 미치게 되고, 운동방정식의 계산량도 증가하여 L-E 방정식으로 비선형 시스템의 제한법칙을 구하고자 하면 많은 양의 계산이 소요 되므로 실 시간 제어에 적합하지 않다.[5]

따라서 이러한 문제점을 극복 할 수 있는 방법으로 공칭체적의 근방에서 매니퓰레이터를 제어 할 수 있는 섭동 제한법칙을 이용한다.

일반적으로 매니퓰레이터의 운동방정식의 동적모델은 식(1)로 표현되고, 이식을 상태 방정식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} On & In \\ -B(t)u(t) & A(t) \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} On \\ B(t) \end{bmatrix} u(t) \quad (6)$$

여기서 On과 In은 각각 n차원의 영행렬 및 단위행렬을 나타낸다. 식(6)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$x(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (7)$$

여기서  $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R^m$ ,  $t \in R^+$ ,  $f: R^n \times R^m \times R^+ \rightarrow R^n$ 이고 연속이며 미분 가능하다. 식(7)에서부터 제한 제어방법  $u(t) = g(x(t))$ 를 구하고, 폐루우프 제어계  $x(t) = f(x(t), g(x(t)), t)$ 는 겹근적으로 안정하면서 부하의 폭넓은 변화에서도 공칭체적에 근사하게

여기서  $A_m, B_m$ 은 가체어 하고  $A_m$ 은 시스템의 안정한 상수 행렬이다.

적용 제어기를

$$u(t) = -K_1(t)x(t) - K_2(t)u(t) \quad (15)$$

와 같이 구성하며  $K_1, K_2$ 는 적응 제어방법에 의해서 조정되는 이득 행렬이다. 식(15)의 제어기를 식(14)에 인가하면 다음과 같은 시스템으로 된다.

$$\dot{x}(t) = A_m x(t) + \{A - A_m - B_m K_1(t)\}x(t) + \{B - B_m - B_m K_2(t)\}u(t) \quad (16)$$

위 식에서  $x(t)$ 의 상태를 "0"으로 하는  $u(t)$ 를 다음과 같이 유도한다.

정리 1)

식(15)에서 이득 행렬  $K_1, K_2$ 가 다음의 적응제어법칙에 의해 발생된다면

$$\begin{aligned} K^*1 &= \Gamma_1 B_m P x(t) x^T(t) \\ K^*2 &= \Gamma_2 B_m P x(t) u^T(t) \end{aligned} \quad (17)$$

식(15)은 절근적으로 안정이다. 여기서 행렬  $P$ 는 임의 symmetric positive definite 행렬  $Q$ 에 대해 다음 방정식을 만족하는

$$P A_m + A_m^T P = -Q \quad (18)$$

의 유일한 해이고 positive definite 하다.

weighting 행렬  $\Gamma_1$  와  $\Gamma_2$ 도 symmetric positive definite하게 선택한다.

증명)

식(16)의 오른쪽 항들로 부터 다음의 정합 조건을 만족하는

$$\begin{aligned} A - A_m - B_m K_1^* &= 0 \\ B - B_m - B_m K_2^* &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

상수 벡터  $K_1^*$ 과  $K_2^*$ 가 존재함을 알 수 있다.

Lyapunov 함수를 다음과 같이 설정하자.

$$V(t) = \{x^T(t)Px(t) + Tr(\Delta K_1 \Gamma_1 \Delta K_1) + Tr(\Delta K_2 \Gamma_2 \Delta K_2)\} \quad (20)$$

여기서  $\Delta K_1 = K_1 - K_1^*$ ,  $\Delta K_2 = K_2 - K_2^*$

식 (20)  $V$ 를 시간에 대해 미분하면

$$\dot{V}(t) = -x^T(t)Qx(t)/2 + Tr(\{\Gamma_1^T \Delta K_1 - B_m^T P x(t) x^T(t) \Delta K_1\}) + Tr(\{\Gamma_2^T \Delta K_2 - B_m^T P x(t) u^T(t) \Delta K_2\}) \quad (21)$$

여기서  $\Delta K_1, \Delta K_2$  을 식(17)과 같이 취하면 식(21)에서 오른쪽 첫번째 항만 남고 나머지는 "0"이 된다.  $V(t)$ 가 식(20)에서의 positive definite 형 이므로 Lyapunov 안정이론에 의하여 시스템 방정식은 절근적인 안정을 하게 된다. # [8]

## 5 모의 실행 및 결과

2축 조인트를 갖는 매니퓰레이터를 대상으로 제안된 집중적응 제어 기법을 적용시키기 위해서 공칭 토오크  $\zeta_m(t)$ 와 Variational 제어  $u(t)$ 를 그림과 같이 구성 시켰다. 여기서 토오크는

$$\zeta(t) = \zeta_m(t) + u(t) \quad (22)$$

와 같이 표현할 수 있다.

공칭토오크  $\zeta_m(t)$ 는 N-E 방법을 이용하였고 Variational 제어  $u(t)$ 는 4절에서 전개한 집중 적응 제어 기법으로 구하였다.

이 제어기의 성능 평가는 IBM-PC에서 FORTRAN 77과 SSP Package를 이용 하여 매니퓰레이터의 경로를 [0°, 0°]에서 [50°, 50°]까지 0.5(sec)동안 이동하는 것으로 하였다.

제안된 집중 적응 제어기법과 Computer 토오크 기법[9]을 기본으로 한 PD제어와 페루우프 제어계를 비교하였으며 위치와 속도이득을 diag(0.6,0.3), diag(0.5,0.1) 선택하였다. (그림 3,4,5,6)

집중 적응 제어 기법에서 시스템의 안정도 행렬  $A_m$ 의 변수와 weighting 행렬  $\Gamma_1, \Gamma_2$  과 symmetric positive definite 행렬  $Q$ 를 다음과 같이 설정하였다.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_1 = \text{diag}(0.00057, 0.00057)$$

$$\Gamma_2 = \text{diag}(0.00001, 0.00001)$$

$$Q = \text{diag}(2,2,2,2)$$

실험 결과 제안된 집중 적응 제어기법과 PD제어와 페루우프 제어계를 비교해 본 결과 토오크나, 위치오차 면에서 집중 제어 방식이 우수함을 알 수 있었다.

## 6. 결론

본 논문은 집중 적응 제어 기법을 이용한 로봇 매니퓰레이터의 경로제어에 관한 것으로, 토오크와 위치에 대해 고찰 해 보았다.

그 결과 폐루우프 제어, PD 제어 기법과 변수, 부하의 불 확실성을 보상할 수 있는 방식 중에 본 논문에서 고찰한 집중 적응 제어 기법이 우수함을 알았다.

앞으로는 2축 이상의 자유도를 갖는 경우와 중부하가 있는 경우에 대해 연구 과제로 삼겠다.

그림 1. 2축 매니퓰레이터 모델

그림 2. 집중 적응 제어 블럭

그림 3. 링크 1 의 토크

그림 4. 링크 2 의 토크

그림 5. 링크 1 의 위치오차

그림 6. 링크 2 의 위치오차

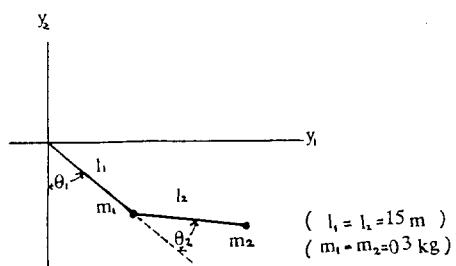


그림 1. 2축 매니퓰레이터 모델

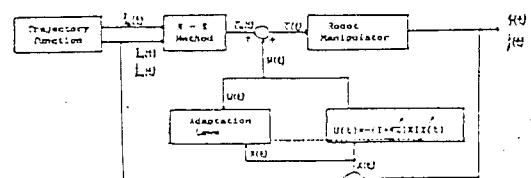


그림 2. 집중 적응 제어 블럭

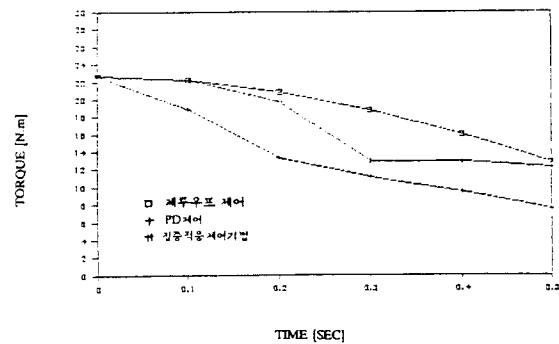


그림 3. 링크 1 의 토크

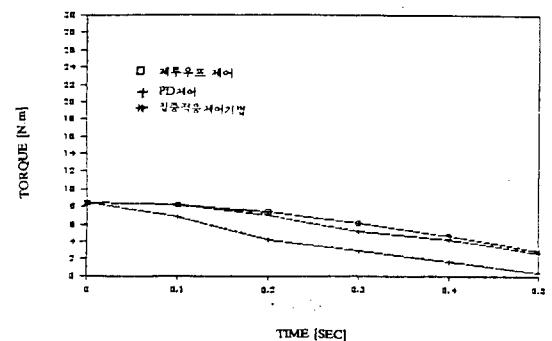


그림 4. 링크 2 의 토크

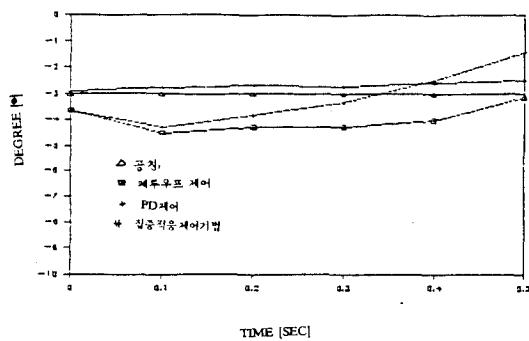


그림 5. 링크 1 의 위치오차

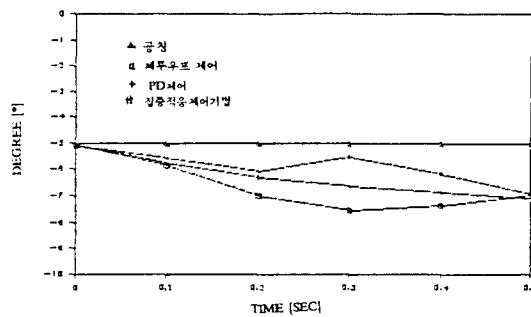


그림 6. 링크 2 의 위치오차