

로봇 매니퓰레이터의 비선형 강건 제어

박 현 우, 배 준 경, 박 증 국

경희 대학교 전자공학과

Robust Nonlinear Control of Robotic Manipulators

Hyun-Woo Park, Jun-Kyung Bae, Chong-Kug Park

Kyung Hee University

A B S T R A C T

Generally, for nonlinear control of robotic systems, the method of computed torque or inverse dynamics is frequently used. In this case, exact knowledge of the system parameters is required, however. This paper addresses the problem of nonlinear control when the parameter of system is varied. The approach is based upon decoupled model following. As an example, control of a three degree of freedom manipulator arm under mass variation is simulated.

1. 서 론

오늘날 로봇 매니퓰레이터를 정확하게 동작시키기 위한 제어 기법을 개발하는 연구에서는 제어 변수로서 힘과 토크 대신 가속도 입력을 사용하는 방법이 사용되고 있다. [1]

이와 같이 제어 변수를 변환시킴으로써, 비선형 매니퓰레이터 역학은 일반적인 선형 제어기로도 제어가 가능하다. 그러나 이러한 선형 변환 기법을 적용하는 과정에서도 여전히 몇가지 문제점이 발생한다. 따라서, 본 논문에서는 이러한 문제점들을 해결하기 위해 인위적인 감쇠 및 강인 계수 (damping and stiffness coefficient) 를 도입하여 궤환 선형화 기법을 수행하였고, 시스템 파라메타의 변이에도 보상이 가능한 강건 제어기 (Robust controller) 의 설계 방법을 제시하였다. [2]

본 논문에서 제시한 강건 제어기의 설계 방법은 두 단계로 구성된다. 먼저, 비선형 역학을 이용하여 선형화 변환을 구하고 선형 궤환 제어기를 구성한다. 다음 단계에서, 선형 모델 추적 구조 (linear model following structure) 를

근거로 하여 강건 제어기를 구성한다. 본 논문에서는 이러한 제어기 설계 방법을 세개의 자유도를 갖는 매니퓰레이터에 적용하여 시뮬레이션해 보았다.

2. 로봇 매니퓰레이터의 역학

매니퓰레이터 시스템의 역학은 일반적으로 다음과 같이 모델화 될 수 있다. [5]

$$H(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = \mu \quad \text{---(1)}$$

여기서, q 는 일반화된 좌표 벡터이며, μ 는 토크나 힘 벡터, 그리고 H 는 관성 행렬, h 는 코리올리스와 원심력항으로 이루어진 벡터 함수이다. 이때 다음과 같은 상태 공간 형태를 정의하면,

$$\dot{X}_1 = \dot{q}, \quad \dot{X}_2 = \ddot{q} \quad \text{---(2)}$$

(1) 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= \ddot{q} = H^{-1}(q)\mu - H^{-1}(q)h(q, \dot{q}) \end{aligned} \quad \text{---(3)}$$

이때, (3) 식에서의 비선형성 때문에, 제어 μ 값을 구성하는 것은 매우 힘든 작업이다. 그러나 만약 제어 변수로서 u 가 선택된다면, 시스템(3)은 다음과 같이 간단한 이중 적분기 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2, \quad \dot{X}_2 = u \end{aligned} \quad \text{---(4)}$$

$$u = \ddot{q} = H^{-1}(q)\mu - H^{-1}(q)h(q, \dot{q}) \quad \text{---(5)}$$

이러한 인가 입력 u 값을 통해서, 비선형 시스템에 대한 실제 입력 μ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mu = H(q)u + h(q, \dot{q}) \quad \text{---(6)}$$

이러한 방법을 "Computed Torque method"라고 한다. 이러한 비선형 시스템에 강건성 (robustness properties)을 추가하기 위해 또다른 선형 모델을 구성하여 첨가하게 된다[1]. 이러한 선형 모델은 다음과 같이 감쇠와 강인 계수(damping and stiffness coefficient)를 도입하여 구성할 수 있다.

$$u_i' = k_i u_i - 2\eta_i w_i X_{2i} - w_i^2 X_{1i} \quad \text{---(7a)}$$

$$u_i = \frac{1}{k_i} (u_i' + 2\eta_i w_i X_{2i} + w_i^2 X_{1i}) \quad \text{---(7b)}$$

여기서, 첨자 i 는 i 번째 조인트를 나타내고 k_i 는 이득 계수, η_i 는 감쇠 계수, w_i 는 고유 주파수를 나타내며, (X_{1i}, X_{2i}) 는 (X_1, X_2) 의 i 번째 성분을 나타낸다. 그리고 u_i' 는 매개 변수이다. (7) 식을 상태 공간 형태로 나타내면,

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= Ku - 2DX_2 - WX_1 = H^{-1}(\mu - h) \end{aligned} \quad \text{---(8)}$$

가 된다. 여기서, $D = \text{diag}(\eta_i w_i)$, $K = \text{diag}(k_i)$, $W = \text{diag}(w_i^2)$ ---(9)

따라서 비선형 공정은 비선형 역학과 다음과 같은 선형 시스템으로 분리된다.

$$\ddot{X}_{1i} + 2\eta_i w_i \dot{X}_{1i} + w_i^2 X_{1i} = k_i u_i \quad \text{---(10)}$$

그리고, 이러한 시스템에 대한 역 역학은

$$\mu = H(Ku - 2DX_2 - WX_1 + H^{-1}h) \quad \text{---(11)}$$

이며, 이러한 시스템의 블록 선도는 그림 1에 도시되어 있다

3. 강건 제어기 (robust controller)

비선형 역학과 선형화 변환 (linearizing transformation)이 다음과 같이 나타난다고 하자.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= f(X, u, t) \\ \mu &= g(u, X) \end{aligned} \quad \text{---(12)}$$

분리된 선형 시스템은 다음과 같이 모델화 된다.

$$\dot{X} = A_m X_m + B_m u \quad \text{---(13)}$$

(13)식을 이용하면, 선형 제어 법칙을 다음과 같이 구할 수 있다. (그림 2.)

$$u(t) = F_0 X(t) \quad \text{---(14)}$$

이때, (12)식에서의 시스템이 섭동(perturbed)되고, 이러한 변이량은 섭동된(perturbed) 파라메타 벡터 a 에 의해 다음과 같이 모델화 된다고 가정하자.

$$\dot{X}(t, a) = f(X(t, a), \mu(t), t) + \tau(t) \quad \text{---(15)}$$

여기서, $\tau(t)$ 는 외부에서 인가되는 외란이다. 그리고 a_0 는 (12)식에서의 파라메타 값을 나타낸다고 하자. 만약 $\Delta a \ll a_0$ 라고 한다면, 상태 궤적은 간소화된 테일러 급수 (Taylor Series)에 의해 다음과 같이 근사될 것이다.

$$X(t, a) \approx X(t, a)|_{a_0} + \frac{\partial X(t, a)}{\partial a} \Delta a \quad \text{---(16)}$$

상태 궤적 감도 함수 (state trajectory sensitivity function)는 다음과 같이 정의 된다.

$$\sigma_j(t) = \frac{\partial X(t, a)}{\partial a_j} |_{a_0}, \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad \text{---(17)}$$

이제, 모델 추적 구조 (model following structure; 그림 3.)의 구성 문제를 생각해 보자. 이러한 구조를 형성하기 위해서는 선형화 변환을 갖는 비선형 perturbed 시스템 (15)이 원하는 선형 모델과 같은 출력을 발생하게끔, 적절한 (G, F_1, F_2) 를 선택해야 한다.

그림 3. 에서,

$$W(t) = F_1 X_m(t) + F_2 X(t) + Gu(t) \quad \text{---(18)}$$

는 선형화 변환;

$$\mu = H(KW - 2DX_2 - WX_1 + H^{-1}h) \quad \text{---(19)}$$

에 대한 입력을 나타낸다.

(G, F_1, F_2) 을 선택하기 위해, 다음과 같은 평가 지표를 최소화할 수 있다.

$$J = \int_0^{t_f} \{ e^T(t)Q e(t) + w^T(t)R w(t) + \sigma^T(t)S \sigma(t) \} dt \quad \text{---(20)}$$

$$\text{여기서, } e(t) = X(t) - X_m(t) \quad \text{---(21)}$$

이고, $Q = Q^T \geq 0$, $R > 0$, $S > 0$, t_f 는 최종 시간이다. 제시된 알고리즘은 다음과 같이 간략하게 나타낼 수 있다.

- A. (1)식의 역학을 근거로 하여, 선형화 변환 (11)식을 구성한다.
- B. 전체 설계 목적을 만족하는 제어 법칙 (14)을 구한다.

- C. (20)식을 최소화함으로써, 시스템 변수를 보상해 주는 (G, F_1, F_2) 를 선택한다.
- D. 그림 3. 에서와 같이 모델 추적 제어 구조(model following control structure) 를 구성한다.

4. 시뮬레이션

본 논문에서 제시된 알고리즘을 그림 4. 와 같이 새개의 자유도를 갖는 매니퓰레이터에 적용시켜 시뮬레이션해 보았다. 여기서 새개의 자유도는 각각 r, ϕ, z 이고 이때 r 은 radial extension, ϕ 는 yaw angle, z 는 상승 변위 (elevation displacement)이다. 만약 상대와 제어를 각각 다음과 같이 정의하면,

$$X_1 \triangleq \begin{bmatrix} r \\ \phi \\ z \end{bmatrix}, \quad X_2 \triangleq \dot{X}_1 = \begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{z} \end{bmatrix}$$

$$\mu \triangleq \begin{bmatrix} K_r \\ M_\phi \\ K_z \end{bmatrix}$$

여기서, K_r, M_ϕ, K_z : 각 조인트에 대한 힘과 토크이다.

이러한 시스템을 나타내는 비선형 역학은,

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= H^{-1}(X)[\mu - h(X)] \end{aligned} \quad \text{---(22)}$$

이다. 여기서,

$$h(X) = \begin{bmatrix} X_{11} X_{22}^2 - \frac{m_R L}{2(m_R + m_L)} X_{22}^2 \\ \frac{-2\{(m_R + m_L)X_{11} - (L/2)m_R\}}{\beta} X_{21} X_{22} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{---(23)}$$

$$\beta = k - m_R L X_{11} + (m_R + m_L) X_{11}^2 \quad \text{---(24)}$$

이고,

$$H(X) = \text{diag}(m_R + m_L, \beta, m_R + m_L) \quad \text{---(25)}$$

이다.

m_R 은 보보트 팔의 질량, m_L 은 부하의 질량이고 L 은 보보트 팔의 길이이다. 그리고,

$$k = m_R^2 / 2 + m_L^2 / 3 \quad \text{---(26)}$$

p 는 수직 링크의 반경, m 은 수직 링크의 질량이다. 본 논문에서는 보보트 팔을 초기 zero 의 위치에서 $(0.4, 0.6, 0.2)$ 의 최종 위치까지 동작시키고자 하였다. 그리고, 시스템 파라미터 값은 아래와 같이 선택하였다.

$$\begin{aligned} m_R &= 2 \text{ Kg} & m_L &= 0 \text{ Kg} & L &= 1.0 \text{ m} \\ p &= 0.05 \text{ m} & m &= 10 \text{ Kg} \end{aligned}$$

이상의 파라미터값을 근거로 하여, 본 논문에서 제시한 제어 설계 기법을 적용한 결과가 그림 6. 에 도시되어 있으며, 이러한 결과를 강건 제어 설계를 고려하지 않은 경우와 비교하여 제시하였다. 이때, 강건 제어기에 사용된 F_1, F_2, G 값은 다음과 같다.

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1.2038 & -0.1546 & 0.6240 & 0.0665 \\ -0.7594 & 0.9651 & 0.1338 & -0.1885 \\ 0.0653 & -0.0455 & 1.2859 & -0.0397 \\ -0.5524 & 0.3982 & & \\ 0.0803 & -0.3319 & & \\ -0.1185 & 0.1550 & & \end{bmatrix}$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} -1.0187 & 0.0071 & -0.0103 & -0.0429 \\ 0.1177 & -1.0059 & 0.0274 & -0.0769 \\ -0.0235 & -0.0003 & -0.9995 & 0.0380 \\ 0.0121 & -0.0455 & & \\ -0.0088 & 0.03023 & & \\ -0.0032 & 0.0061 & & \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.4705 & 0.3727 \\ 0.5455 & 1.4007 & -1.5354 \\ -0.2327 & 0.01037 & 1.008 \end{bmatrix}$$

5. 결론

본 논문에서는 공정계 모델의 비선형 역학에서 발생할 수 있는 시스템 파라미터 변수를 보상하기 위해 강건 제어기(robust controller) 를 설계하였으며, 이에 대한 제어 알고리즘을 제시하였다. 이러한 설계 방법은 모델 추적 구조(model following structure) 를 근거로 한 선형화 변환을 이용하였다.

REFERENCE

1. T.A.W. Dwyer, III, M.S. Fadali, Ning Chen and G.K.F. Lee, "Manipulator Maneuvering by Feedback Linearization with Saturating Inputs", Proc. IEEE International Conf. on Robotics and Automation, (St. Louis, MO, March 1985).
2. A.K. Bejezy, T.J. Tarn and Y.L. Chen, "Robot Arm Dynamic Control by Computer", Proc. IEEE International Conf. on Robotics and Auto., (St. Louis, MO, March 1985).
3. J.E. Slotine, "Robustness Issues in Robot Control", Proc. IEEE International Conf. on Robotics and Automation, (St. Louis, MO, March 1985).
4. M.W. Spong and M. Vidyasagar, "Robust Linear Compensator Design for Nonlinear Robotic Control", Proc. IEEE International Conf. on Robotics and Automation, (St. Louis, MO, March 1985).
5. K.S. Fu, R.C. Gonzalez and C.S.G. Lee, "Robotics", McGraw Hill, pp 82-143, 1987.

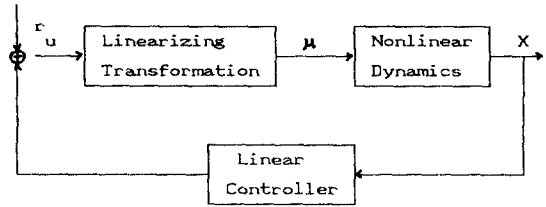


그림 2. 파라메타 변이가 일어나지 않는 시스템
Fig 2. The system - without variation

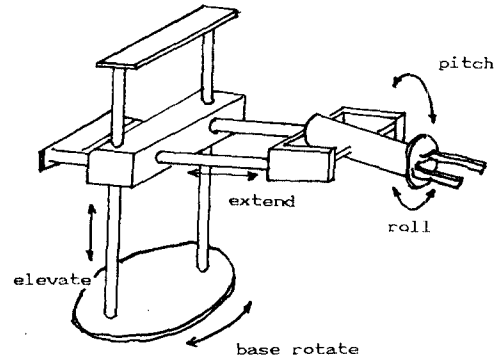


그림 4. 로봇 매니플레이터
Fig 4. Robot Manipulator

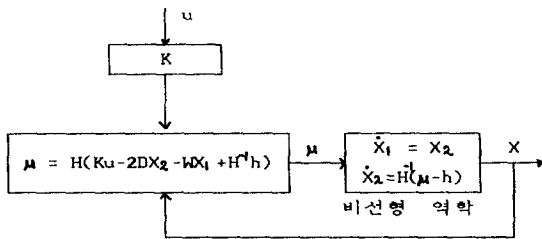


그림 1. 역학 모델

Fig 1. The model of dynamics

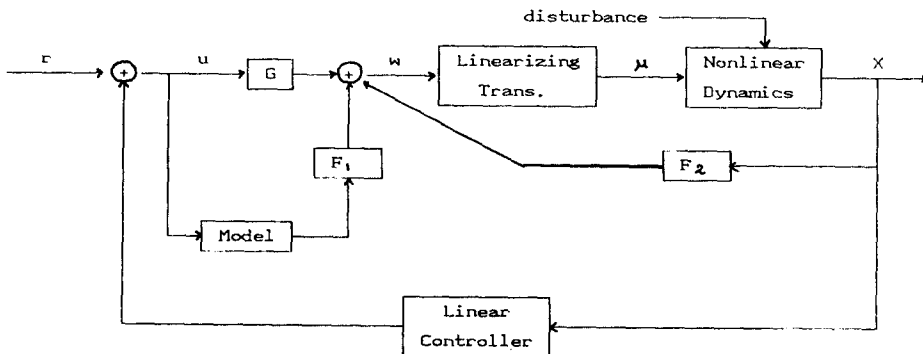


그림 3. 강건 제어 구조 (Robust Control Structure)

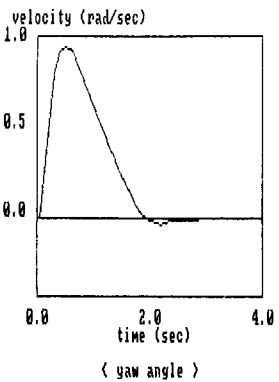
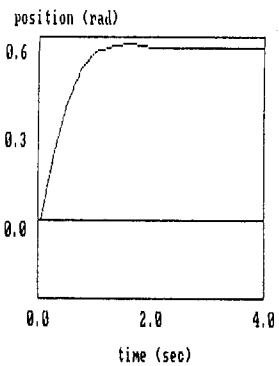
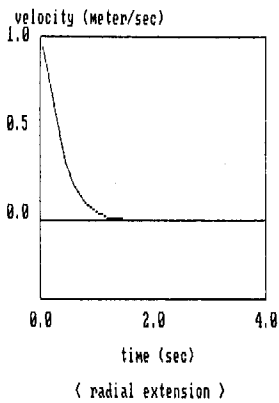
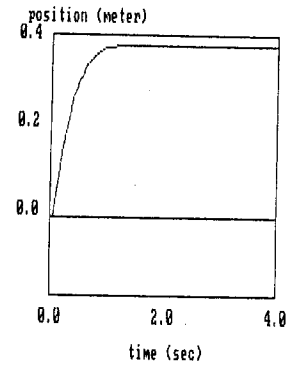


그림 5. 보상을 하지 않은 시스템 성능
Fig 5. The system performance without compensation

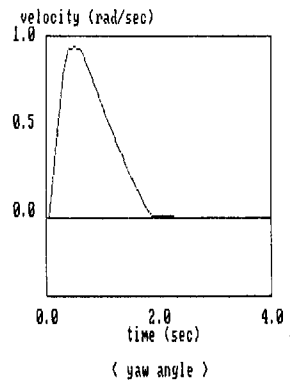
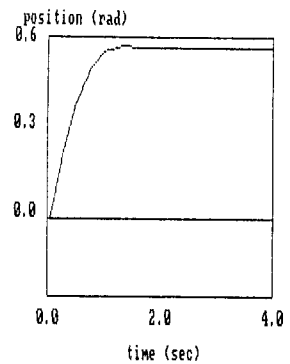
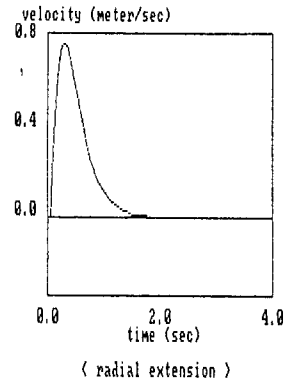
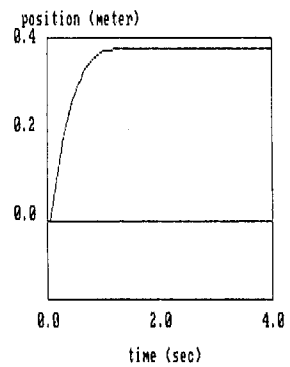


그림 6. 보상을 한 시스템 성능
Fig 6. The system performance with compensation