위상지연 제어기를 사용한 로보트의 견실한 제어

최 종 호 °김 홍 석
서울대학교 공과대학 제어계측공학과

Robust Control of Robots Using a Phase-Lag Controller

Chong-Ho Choi Hong-Seok Kim
Dept. of Control & Instrumentation Eng.
Seoul National University

ABSTRACT

A robust control method for robots is presented. In this method, a phase-lag controller is used for reducing the effect of the unknown payload without the measurement of joint accelerations and torque/force. Simulation results for the lower 3 joints of PUMA 560 show considerable reduction of position errors due to the unknown payload, compared to the computed-torque method.

1. 서 론

로보트 제어의 난점은 비선형의 복잡한 동적모델과 부하의 변동에 기인한다. Computed-torque 제어방법은, 로보트 제어에 비선형 되먹임제어를 도입한 최초의 방법으로서, 비선형 로보트 시스템을 선형시스템으로 변환시키기는 하지만, 부하가 있을 때와 같이 실제 로보트와 계산모델의 inertial parameter 간에 큰 차이가 있을 경우에 궤도추적오차가 크게 나타난다[1]. 이러한 computed-torque 방법의 단점을 개선하기 위하여, Tourassis와 Neuman[2]은 관절가속도를 이용한 α-computed torque 방식을, Mill와 Goldenberg[1]는 inverse dynamics를 이용한 고이득(high gain) 제어방법을 제안하였다. 또한, Valavanis 등[3]은 관절가속도와 토크를 측정하여 PID 제어하는 방법을 발표하였다. 그러나, 위의 방법들은 관절가속도 또는 토크 센서가 필요하거나 계산량이 많은 점등의 단점이 있다.

본 논문에서는 관절가속도와 토크등을 측정하지 않고, 위상지연제어기를 사용하여 위치오차를 현저하게 줄이는 제어방법을 제안하였다.

2. 로보트의 위상지연 제어기 설계

부하(payload)를 고려한 로보트의 운동방정식은 다음과 같다. 부하의 inertial parameter를 m_p, J_p, ${}^n\bar{r}_p$ 라 하면, 부하를 포함한 n축 로보트의 운동에너지 및 위치에너지 K와 P는

$$
\begin{aligned}
K &= \sum_{i=1}^{n-1} {}^1\!/_2 \mathrm{Tr}[\sum_{j=1}^{i}\sum_{k=1}^{i} U_{ij} J_i U_{ik}^T \dot{q}_j \dot{q}_k] \\
&\quad + {}^1\!/_2 \mathrm{Tr}[\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} U_{nj}(J_n+J_p) U_{nk}^T \dot{q}_j \dot{q}_k] \\
&= \sum_{i=1}^{n} {}^1\!/_2 \mathrm{Tr}[\sum_{j=1}^{i}\sum_{k=1}^{i} U_{ij} J_i U_{ik}^T \dot{q}_j \dot{q}_k] \\
&\quad + {}^1\!/_2 \mathrm{Tr}[\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} U_{nj} J_p U_{nk}^T \dot{q}_j \dot{q}_k] \\
&= K_0 + K_p \qquad (1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P &= -\sum_{i=1}^{n-1} m_i g^T\, {}^0A_i\, {}^i\bar{r}_i \\
&\quad - (m_n+m_p) g^T\, {}^0A_n \left(\frac{m_n\, {}^n\bar{r}_n + m_p\, {}^n\bar{r}_p}{m_n+m_p}\right) \\
&= -\sum_{i=1}^{n} m_i g^T\, {}^0A_i\, {}^i\bar{r}_i - m_p g^T\, {}^0A_n\, {}^n\bar{r}_p \\
&= P_0 + P_p \qquad (2)
\end{aligned}
$$

여기서, K_0, P_0는 부하가 없는 로보트만의 운동에너지와 위치에너지이고, K_p, P_p는 부하만의 운동에너지와 위치에너지이다. 또한, $U_{ij} = \partial {}^0A_i/\partial q_j$, ${}^0A_i = {}^0A_1 {}^1A_2 \ldots {}^{i-1}A_i$, ${}^{i-1}A_i$는 Denavit-Hartenberg 변환행렬이다. 그러므로, Lagrangian 함수 L=K−P로부터 다음과 같은 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$D(q)\ddot{q} + h(q,\dot{q}) + c(q) = \tau(t) \qquad (3)$$

$$
\begin{aligned}
D(q) &= D_0(q) + D_p(q) \\
h(q,\dot{q}) &= h_0(q,\dot{q}) + h_p(q,\dot{q}) \qquad (4) \\
c(q) &= c_0(q) + c_p(q)
\end{aligned}
$$

Note:

1. $h(q,\dot{q}) = E(q,\dot{q})\dot{q}$ (5)

으로 표현된다[4]. $h_i(q,\dot{q}) = \dot{q}^T H_i(q)\dot{q}$, $i=1,2,\ldots,n$, 이므로,

$$h(q,\dot{q}) = \begin{bmatrix} \dot{q}^T H_1(q) \\ \vdots \\ \dot{q}^T H_n(q) \end{bmatrix} \dot{q} =: E(q,\dot{q})\dot{q}. \qquad (6)$$

그러므로,

$$e_{ij}(q,\dot{q}) = \sum_{k=1}^{n} \dot{q}_k h_{ikj}(q) = \sum_{k=1}^{n} h_{ijk}(q)\dot{q}_k. \qquad (7)$$

여기서, $h_{ijk}(q)$는 $H_i(q)$의 jk-번째 성분으로

$$h_{ijk} = \sum_r \mathrm{Tr}[(\partial U_{rj}/\partial q_k) J_r U_{ri}^T] \qquad (8)$$

으로 주어진다.

2. $D(q)-2E(q,\dot{q})$는 skew-symmetric 행렬이다[4].

3. $\|c_p(q)\|_2 \le n^{1/2}[m_p g(\|^n r_p\|_2 + l)]$ (9)

이다. 단, g는 중력가속도 상수(9.8062 m/sec^2)이고, $l=\sum_{i=1}^{n}\|p_i\|_2$, p_i는 각 link의 위치 vector이다. ($\|\cdot\|_2$는 Euclidean norm이다.) (3)으로 주어지는 로보트에 대하여 다음과 같은 비선형 되먹임을 생각하자. (그림 1)

$$\tau(t) = a^{-1}D_0(q)u(t) + [c_0(q) - a^{-1}D_0(q)\dot{q}] \quad (10)$$
$$u(t) = H(v(t)) \quad (11)$$

단, $\overline{H} := L\{H\}$ 는

$$\overline{H}(s) = \frac{1+\tau s}{s+a} \quad (a>0,\ \tau>0,\ a\tau<1) \quad (12)$$

로 주어지며, 따라서

$$H(v(t)) = \tau v(t) + (1-\tau a)\int_0^t e^{-a(t-\sigma)}v(\sigma)d\sigma \quad (13)$$

이다. 그러면, (10)의 새로운 입력 v와 q, $\dot{q}$ 간의 관계식은

$$D(q)\ddot{q} + h(q,\dot{q}) + c_p(q) = a^{-1}D_0(q)H(v(t)) - a^{-1}D_0(q)\dot{q} \quad (14)$$

또는,

$$D(q)\ddot{q} + [E(q,\dot{q}) + a^{-1}D_0(q)]\dot{q} = a^{-1}D_0(q)H(v(t)) - c_p(q) \quad (15)$$

이다. 부하에 대한 inertial parameter m_p와 $^n\overline{r}_p$에 대한 범위가 주어지면, $c_p(q)$의 크기는 q에 관계없이 유한하다.(Note 3.)

(5)의 우변을 0으로 하여 (homogeneous equation) 안정도를 살펴보면 다음과 같다. 우선, Lyapunov 함수를 로보트의 운동에너지 $V := {}^1\!/_2\dot{q}^TD(q)\dot{q}$ 로 정의하자. D(q)가 대칭행렬이므로,

$$\dot{V} = \dot{q}^TD(q)\ddot{q} + {}^1\!/_2\dot{q}^T\dot{D}(q)\dot{q}. \quad (16)$$

$$D(q)\ddot{q} = -[E(q,\dot{q}) + a^{-1}D_0(q)]\dot{q} \quad (17)$$

이므로,

$$\dot{V} = -\dot{q}^T[E(q,\dot{q}) + a^{-1}D_0(q)]\dot{q} + {}^1\!/_2\dot{q}^T\dot{D}(q)\dot{q} = -a^{-1}\dot{q}^TD_0(q)\dot{q} + {}^1\!/_2\dot{q}[\dot{D}(q) - 2E(q,\dot{q})]\dot{q}. \quad (18)$$

$D_0(q)$는 positive-definite, $D(q)-2E(q,\dot{q})$는 skew-symmetric이고 (Note 2.), $a>0$ 이므로,

$$\dot{V} = -a^{-1}\dot{q}D_0(q)\dot{q} < 0. \quad (19)$$

이것은, 제시한 비선형 되먹임에 의해 원래 로보트가 가지는 운동에너지가 감소하며, a의 크기를 작게 하므로써 로보트의 운동에너지를 빠르게 감소시킬 수 있음을 보여준다.

3. 시뮬레이션

위에서 제시한 보상방법의 성능을 평가하기 위하여, 그림 2와 같이 비선형 되먹임을 구성하였다.

$$v(t) = r(t) - K_pq(t) - K_v\dot{q}(t), \quad (20)$$
$$r(t) = \ddot{q}_d(t) + K_v\dot{q}_d(t) + K_pq_d(t). \quad (21)$$

대상 로보트는 PUMA 560의 3개의 축(4,5,6축은 정지한 것으로 함)으로 하였고[5,6], 4-3-4의 궤도에 의해 각 축이 1초 동안 90°씩 움직이게 하였다. ($q_d(0)=[0°,\ 45°,\ 45°]^T$, $q_d(1)=[90°,\ -45°,\ 135°]^T$) 6번째축에 미지의 부하(5$kg$의 점질량)를 부가하고, computed torque 방법과 비교하기 위하여 $K_p=400I$, $K_v=40I$로 하여 실험하였다. (computed torque 제어방법에서는 이러한 되먹임 상수에 의해 특성방정식의 근이 중근 −20을 갖게 된다.) 그림 2에서의 saturator는, 1단계 보상된 시스템의 입력을 제한함으로써 앞절의 결과에 의하여 시스템의 안정도를 보장하여 준다. (본 시뮬레이션에서는 이 saturator를 사용하지 않았으며, 불안정한 현상도 나타나지 않았다.)

또한, 위상지연 제어기의 계수 a, τ는 다음과 같이 정한다. 식(14)로 부터

$$a^{-1}[H(v(t)) - \dot{q}(t)] = D_0^{-1}(q)[D(q)\ddot{q} + h(q,\dot{q}) + c_p(q)]. \quad (22)$$

이식의 우변은, q, $\dot{q}$, $\ddot{q}$가 모두 유한하다고 가정하면, 유한한 외란 신호 w(t)로 생각할 수 있다. 즉,

$$H(v(t)) - \dot{q}(t) = aw(t), \quad (23)$$
$$w(t) = D_0^{-1}(q)[D(q)\ddot{q} + h(q,\dot{q}) + c_p(q)], \quad (24)$$

또는,

$$\overline{H}(s)\overline{v}(s) - s\overline{q}(s) = a\overline{w}(s). \quad (25)$$
$$\overline{v}(s) = \overline{r}(s) - (sK_v + K_p)\overline{q}(s) = s^2\overline{q}_d(s) + (sK_v + K_p)\overline{e}(s), \quad (26)$$
$$\overline{e}(s) = \overline{q}_d(s) - \overline{q}(s) \quad (27)$$

이다. 그러므로 (25)는

$$\overline{H}(s)[s^2\overline{q}_d(s) + (sK_v + K_p)\overline{e}(s)] - s\overline{q}(s) = a\overline{w}(s). \quad (28)$$

여기서, $a<<1$, $\tau<<1$ 인 양수로 선택하면,

$$[s^2\overline{q}_d(s) - \overline{H}^{-1}(s)s\overline{q}(s)] \cong s^2\overline{e}(s) \quad (29)$$

이므로, (28)은

$$(s^2I + sK_v + K_p)\overline{q}(s) \cong a\overline{H}^{-1}(s)\overline{w}(s) \quad (30)$$

로 되어, 외란이 아주 작은 경우의 computed-torque 방법으로 접근함을 알 수 있다.

그림 3,4는 각각 무부하시의 computed-torque (CT) 방법과 본 논문에서 제시한 위상지연 제어(LAG) 방법에 의한 각축의 위치오차를 나타내며, 두 방법 모두 만족할 만한 결과를 얻을 수 있다. 그러나, 5kg의 점질량을 부가한 경우, 그림 5,6에서 나타난 바와 같이 LAG 방법의 위치오차가 CT 방법에 비해 약 ${}^1\!/_{10}$ 정도로 현저하게 줄어듦을 알 수 있다. 또한, 그림 7은 LAG 방법의 위상지연 제어기 계수 a를 작게 하면, 위치오차도 거의 비례 하여 작게되는 것을 보여준다.

4. 결 론

본 논문에서는, 미지의 부하에 따른 로보트의 운동특성변화를 위상지연보상기에 의해 크게 줄일 수 있는 제어방법에 관하여 논하였다. 이 제어방법은 가속도 또는 토크 센서등이 필요하지 않고 계산량이 많지 않기 때문에 매니퓰레이터의 실시간 제어용으로 적당할 것으로 생각된다. 시뮬레이션 결과에 의하면, 미지의 부하가 있는 경우에도 위치오차를 크게 줄일 수 있음을 알 수 있다. 그러나, 여기에서 논하지 못한 전체적인 안정도의 증명과 보상기의 일반화 및 설계기법 등은 앞으로 연구가 더 수행되어야할 것이다.

참 고 문 헌

[1] J.K. Mills and A.A. Goldenberg, "A new robust robot controller," Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 1986, pp.740-745.

[2] V.D. Tourassis and C.D. Neuman, "Robust nonlinear feedback control for robotic manipulators," IEE Proc., vol.132, pt.D, No.4, July 1985, pp.134-143.

[3] K.P. Valavanis et al., "Real-time evaluation of robotic control method," Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 1985, pp.644-649.

[4] H. Asada and J.-J. E. Slotine, *Robot analysis and control*, John Wiley and Sons, 1986.

[5] T.J. Tarn et al., "Inertia parameters of PUMA 560 robot arm," Robotics Lab., Report SSM-RL-85-01, Washington Univ., St. Louis, MO, July 1985.

[6] T.J. Tarn et al., "Dynamic Equations for PUMA 560 robot arm," Robotics Lab., Report SSM-RL-85-02, Washington Univ., St. Louis, MO, July 1985.

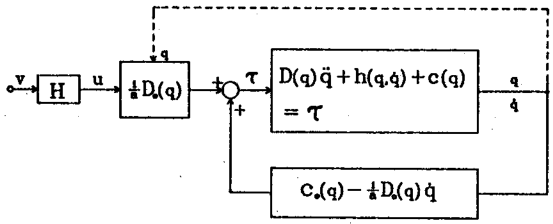

그림 1. 비선형되먹임과 위상지연을 사용한 1단계 보상

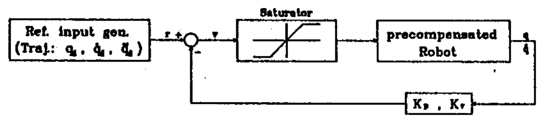

그림 2. 궤도 추적을 위한 PD제어

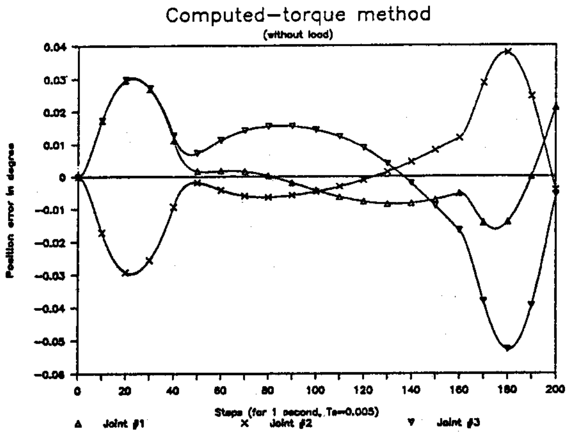

그림 3. 무부하시의 computed-torque 방법

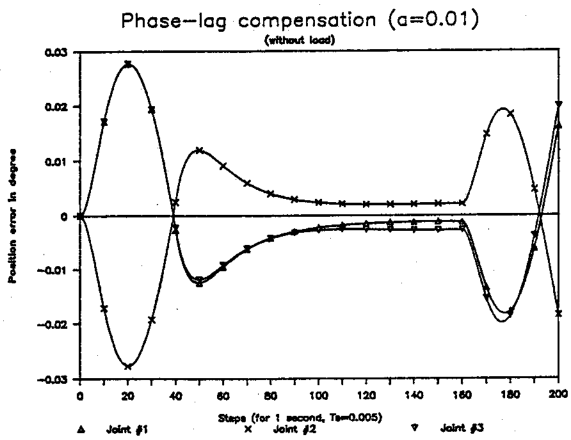

그림 4. 무부하시의 위상지연제어 방법

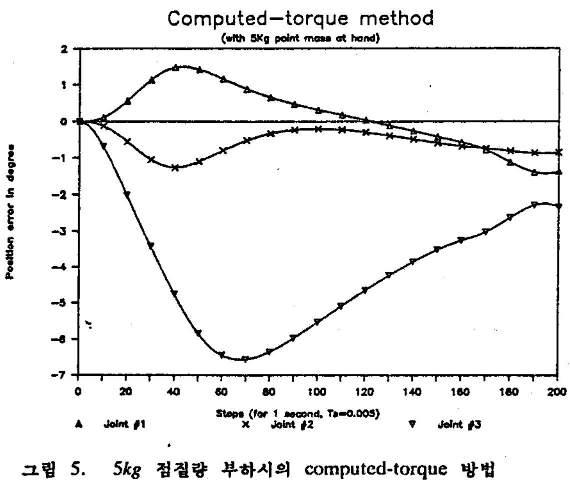

그림 5. *5kg* 점질량 부하시의 computed-torque 방법

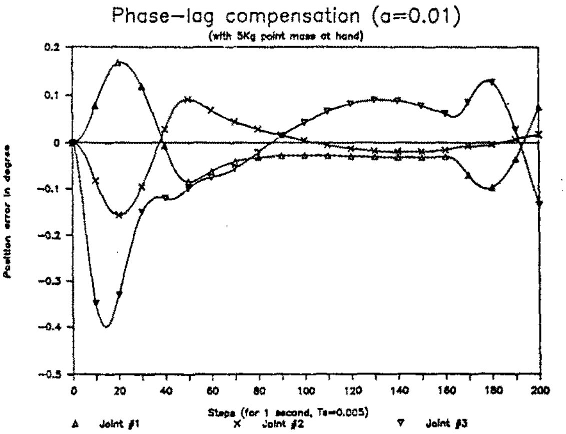

그림 6. *5kg* 점질량 부하시의 위상지연제어 방법 (a=0.01)

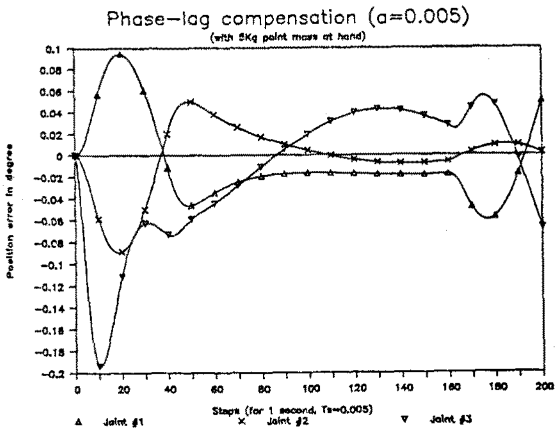

그림 7. *5kg* 점질량 부하시의 위상지연제어 방법 (a=0.005)