시변 지연시간을 가지는 미지의 시스템에 대한 간접 극배치 적응 PID 제어기

남 현 도 , 안 동 준*
단 국 대 학 교 전 기 공 학 과

Indirect Adaptive Pole Assignment PID Controllersfor Unknown Systems with time varying delay

Hyun Do Nam and Dong Jun Ahn*
Dept. of Electrical Eng., Dankook University

Abstract

Indirect adaptive pole assignment PID controllers for unknown systems with time varying delay, is proposed. Unknown system parameters are estimated by recursive least square method, and time varying delay is estimated using indirect predictors. Since the order of parameter vectors didn't increase, the computational burden is not largely increased in spite of using indirect adaptive control method with time varying delay estimation. Computer simulation is performed to illustrate the efficiency of the proposed method.

1. 서론

계통 파라미터가 미지이거나 시변인 경우에 제어 목적을 달성하기 위한 적응 제어는 크게 기준 모델형과 자기동조형으로 나누어 연구되고 있으며 실제 계통에 적용하였을때 적응제어기의 강인성 해석과 개선에 연구가 집중되고 있다 [5].

적응 제어를 적용하려면 다음과 같은 전제 조건들이 만족되야 하는데, 이러한 전제 조건들은 실제로 만족되기 어렵다.

(1) 제어하고자하는 계통의 차수는 알고 있다.
(2) 계통의 지연시간은 상수이고 알고있다.
(3) 계통은 최소위상이다.
(4) 모형화 오차는 없다.
(5) 궤환에 의한 제어 입력은 지속 여기조건을 만족한다.
(6) 잡음의 특성은 알고 있으며 유한하다.
[1]

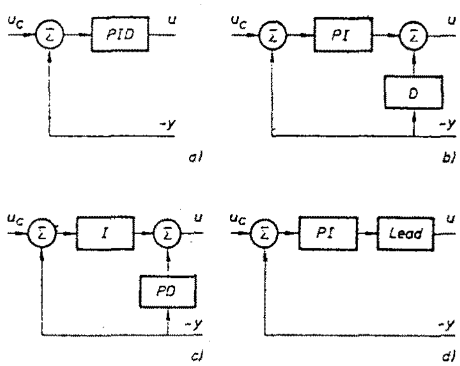
이중에서 지연시간이 시변이거나 미지인 경우에 지연시간을 제대로 보상하지 못할 때에는 제어 목적을 달성할 수 없기 때문에 지연시간 보상 방법으로는 외재적인 접근 방식과 내재적인 접근 방식으로 나누어 연구되고 있다 [3] [6].

본 논문에서는 제어 알고리즘이 간단하고 구현하기 용이한 PID 제어기 구조를 대상으로 미지의 계통 파라미터를 최소 자승법으로 추정하고 추정된 계통 파라미터로 극배치 방정식을 만족하는 제어기 파라미터를 구하며[8][9], 시변 지연시간을 내재적인 접근 방식으로 간접 예측자들을 구성하여 지연시간을 추정하는[7] 시변 지연시간을 가지는 미지의 계통에 대한 간접 극배치 적응 PID 제어기를 제안하고자 한다 [2] [8].

2. 적응 PID 제어기

디지탈 PID 제어기는 제어기 구조가 비교적 간단하고 거의 제어 목적을 완벽히 달성할수 있기 때문에 산업 플랜트에서 많이 채용되고있다.

PID 제어기 구조는 다음과 같이 4가지 구조로 분류할 수 있다 [4].



a) 표준 제어기
b) 출력의 미분 제어기
c) 기준입력이 적분항에만 포함되는 제어기
d) 진상회로가 달린 PI 제어기

이중에서 기준입력이 적분항에만 포함되는 PID 제어기는 4가지 제어기들 중에 기준입력의 급격한 변화나 계통 파라미터의 변화등 외부 변화에 제어기 파라미터 변동이 가장 적으며 여분의 영점이 유일하게 도입되지 않는다는 장점이 있다.

본 논문에서는 기준입력이 적분항에만 포함되는 PID 제어기 구조를 채택하였고 이 후로는 PID 제어기라고 한다.

PID 제어기에서 결정해야할 파라미터들, 즉 비례이득, 미분이득 그리고 적분이득은 계통 파라미터를 정확히 알고 있어야 하기 때문에 계통 파라미터가 미지이거나 시변인 경우에 적용할 수 있는 것이 적응 PID 제어기이다 [8] [9] [10].

3. 적응 PID 제어기의 설계

제어대상 계통은 다음과 같은 DARMA 모델로 근사화 된다고 가정한다 [2].

$$A(q^{-1})Y(k) = q^{-d}B(q^{-1})U(k) \qquad (3\text{-}1)$$

단, $A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \ . \ . \ . + a_n q^{-n}$

$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \ . \ . \ . + b_m q^{-m}$; $b_0 \neq 0$

d: 작은 양의 정수

q^{-1}은 후진연산자이고, $Y(k)$ 와 $U(k)$ 는 각각 계통의 출력과 입력이다. $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ 는 서로소이며, 계수들은 미지이고 지연 시간 d 도 미지이거나 시변이다.

제어기 설계방법으로 극배치 방정식과 지연시간 추정을 위한 간접 예측자를 구성하고 PID 제어기 내부에 적분기를 달아 정상상태 오차를 제거한다. 그리고 계통 다항식 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$를 안다고 가정하고 폐루우프의 극을 임의대로 배치할 수 있는 선형 제어기를 구성한 다음 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ 를 모른다고 가정하고 순환 최소 자승법으로 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$를 추정하는 적응 PID 제어기를 구성한다.

이산시간 PID 제어기 알고리즘은 (3-2) 식과 같다.

$$S(q^{-1})U(k) = \alpha e(k) - R(q^{-1})Y(k) \qquad (3\text{-}2)$$

단, $S(q^{-1}) = (1-q^{-1})(1+s_1 q^{-1} + \ . \ . \ + s_{ns} q^{-ns})$

$R(q^{-1}) = (1-q^{-1})(r_0 + r_1 q^{-1} + \ . \ . \ + r_{nr} q^{-nr})$

$e(k) = Um(k) - Y(k)$

$Um(k)$: 기준입력

이것을 블록 선도로 나타내면 그림 (3.1) 과 같다.

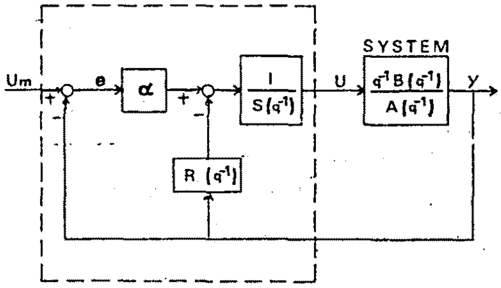


그림 (3.1) 이산 시간 PID 제어기

(3-2)식의 유도는 [4], [8] 에 나와 있으므로 생략하기로 한다.

전체 폐루우프 계통을 구하기 위해 부분 상태 변수를 도입하여 (3-1)식을 다시 표현하면 (3-3)식과 같이되며 (3-3)식의 양변에 $S(q^{-1})$ 을 곱하고 (3-2)식을 대입하면 (3-4)식과 같이된다.

$$A(q^{-1})z(k) = U(k) \qquad (3\text{-}3)$$

$$Y(k) = q^{-d}B(q^{-1})z(k)$$

$$S(q^{-1})A(q^{-1})z(k) = S(q^{-1})U(k) \qquad (3\text{-}4)$$

$$= -[\alpha + R(q^{-1})] + \alpha Um(k)$$

$$= -q^{-d}B(q^{-1})Ro(q^{-1})z(k) + \alpha Um(k)$$

단, $Ro(q^{-1}) = \alpha + R(q^{-1})$

(3-4)식을 $z(k)$ 로 정리하면

$$[A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})Ro(q^{-1})]z(k) = \alpha Um(k)$$

$$Y(k) = q^{-d}B(q^{-1})z(k) \qquad (3\text{-}5)$$

(3-5) 식을 기준입력과 계통의 출력 사이의 전달함수로 나타내면

$$Y(k) = \frac{\alpha q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})Ro(q^{-1})} \qquad (3\text{-}6)$$

(3-6)식의 우변의 분모항은 폐루우프의 특성 방정식을 의미하므로 monic 인 안정한 다항식 $C(q^{-1})$ 로 놓으면 $C(q^{-1})$의 근은 폐루우프의 극을 나타낸다. 그러므로 $S(q^{-1})$와 $Ro(q^{-1})$로 폐루우프의 극을 원하는 대로 재배치 시킬 수 있다 [2] [9].

$$A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})Ro(q^{-1}) = C(q^{-1})$$

단, $C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \ .\ .\ .\ .\ + c_{nc}q^{-nc}$

$$\deg[S(q^{-1})] = \deg[B(q^{-1})] + d - 1$$

$$\deg[Ro(q^{-1})] = \max(\deg[A(q^{-1})],\ \deg[C(q^{-1})] - \deg[B(q^{-1})] - d\ )$$

극배치 방정식의 해가 유일하게 존재할 조건은 다음과 같다 [2] [8].

(1) $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ 은 서로소이다.

(2) $\deg[C(q^{-1})] = d + \deg[A(q^{-1})] + \deg[B(q^{-1})]$

(3) $B(q^{-1})$ 는 $q=1$ 인 근을 가질 수 없다.

제어기 다항식 $S(q^{-1})$, $Ro(q^{-1})$를 구하는 방법으로는 행렬로 표현하여 역행렬을 구하거나 순환식으로 구하는 방법이 있다 [1] [2]. $C(q^{-1})=1$ 인 dead beat제어로 지연시간이 d 인 일반적인 경우의 제어기 다항식을 행렬로 표현하면 (3-7) 식과 같이 된다.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & a_1-1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & a_2-a_1 & a_1-1 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & b_0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_0 & \cdot & a_2-a_1 & \cdot & 0 & b_1-b_0 & \cdot & \cdot & b_0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & a_n-a_{n-1} & \cdot & \cdot & a_1-a_2 & \cdot & \cdot & \cdot & b_1-b_0 \\ b_m & -a_n & a_n-a_{n-1} & \cdot & \cdot & b_m-b_{m-1} & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & -a_n & \cdot & \cdot & -b_m & \cdot & \cdot & b_m-b_{m-1} \\ \cdot & \cdot & 0 & \cdot & a_n-a_{n-1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & -a_n & 0 & \cdot & \cdot & -b_m \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \alpha \\ s_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ s_{ns} \\ r_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ r_{nr} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1-a_1 \\ a_1-a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n-a_{n-1} \\ -a_n \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{vmatrix} \qquad (3\text{-}7)$$

순환 최소 자승법 알고리즘 [1]

$$\Theta(k)=\Theta(k-1) + \frac{P(k-2)\phi(k-1)}{1+\phi(k-1)^T P(k-2)\phi(k-1)} * [Y(k)-\phi(k-1)^T\Theta(k-1)]$$

$$P(k-1) = P(k-2) - \frac{P(k-2)\phi(k-1)\phi(k-1)^T P(k-2)}{1+\phi(k-1)^T P(k-2)\phi(k-1)}$$

단,

$$\phi(k-1)^T = [-Y(k-1)\ \ -Y(k-2)\ \ U(k-d)\ \ U(k-d-1)]$$

$$\Theta(k) = [\ a_1\ \ .\ .\ .\ \ a_n\ \ b_0\ \ .\ .\ .\ \ b_m\ ]$$

$P(k-1)$: 공분산 행렬

적응 PID 제어기의 알고리즘은 다음과 같다.

(1) 순환 최소 자승법으로 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ 를 추정한다

(2) 추정된 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ 로 부터 $S(q^{-1})$, $Ro(q^{-1})$ 를 구한다.

(3) $S(q^{-1})$, $Ro(q^{-1})$ 로 제어 입력을 계산한다.

4. 지연시간의 추정

Kim[7] 이 제안한 내재적인 접근 방식을 이용한다. 즉, 최소 자승법의 파라미터 벡터의 차원을 증가시키지 않고 최대 지연시간 변화 범위를 고려하여 각각의 간접예측자를 구성하고 예측오차가 최소가 되는 예측자의 지연 시간을 실재 계통의 지연시간으로 하는 방식이다.

k+d 이후의 계통 출력

$$Y(k+d) = \alpha(q^{-1})Y(k) + \beta(q^{-1})U(k)$$

단, $\alpha(q^{-1})=G(q^{-1})$, $\beta(q^{-1})=F(q^{-1})B(q^{-1})$

$F(q^{-1})$ $G(q^{-1})$ 는 Bezout Identity 를 만족하는 유일한 다항식이다.

$$F(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1}) = 1$$

단, $F(q^{-1}) = 1 + f_1q^{-1} + \ .\ .\ .\ + f_{d-1}q^{-d+1}$

$$G(q^{-1}) = g_0 + g_1q^{-1} + \ .\ .\ .\ + g_{n-1}q^{-n+1}$$

실재의 지연 시간을 $do = d + \tilde{d}$ 라고 하면 의미를 가지는 예측자는 $Y(k\,|\,k-do)$ 이다. 간접 예측자의 예측 오차를 표현하면

$$e(k,do) = Y(k)-Y(k\,|\,k-do)$$

예측 오차를 성분상으로 분류하면

$$e(k,d) = L_1(\tilde{d}) + L_2(\tilde{\Theta})$$

단, $\tilde{d} = do - d$, $\quad \tilde{\Theta} = \hat{\Theta} - \Theta o$

$L_2(\bullet)$ 항은 파라미터 추정시 항상 존재하는 항이며 지속 여기조건을 만족하면 시간에 따라 지수함수적으로 크게 감소한다. 양변에 제곱을 취하고 기대값을 취하면

$$E[e^2(k,d)] = E[L_1^2(\tilde{d})] + E[L_2^2(\tilde{\Theta})] + 2E[L_1(\tilde{d})L_2(\tilde{\Theta})]$$

$$(2E[L_1(\tilde{d})L_2(\tilde{\Theta})]=2R_{12}E[L_1(\tilde{d})]E[L_2(\tilde{\Theta})]$$

R_{12}: 연관 계수 $|R_{12}| < 1$)

$E[L_2(\bullet)]$ 항은 작은 값으로 수렴하거나 0 이 되므로 결국 $E[L_1(\bullet)]$ 항이 $E[e^2(k,d)]$ 의 크기를 지배하게 된다.

프로세스를 시간-평균으로 대치하면

$$E[e^2(k,d)] = \frac{1}{N}\sum_{i=k}^{k+N-1} e^2(i,d)$$

do 의 추정값은 예측오차가 최소가 되는 것으로 결정한다.

$$\hat{d}o = \min_{d}\{E[e^2(k,d)]\}$$

시변 지연시간 추정 알고리즘은 다음과 같다.

(1) 초기 지연시간을 do' 를 off-line 으로 결정

(2) 순환 최소 자승법으로 계수 추정

(3) $d_{min} < do < d_{max}$인 do 에 대해 간접 예측자를 구성

(4) $E[e^2(k,d)] = \frac{1}{N}\sum_{i=k}^{k+N-1} e^2(i,d)$

(5) $\hat{d}o = \min_{d}\{E[e^2(k,d)]\}$

(6) $do' = \hat{d}o$

5. 계산기 시뮬레이션

제어 대상 계통은 다음과 같은 2차의 최소 위상 계통으로 하였다.

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.857q^{-1} + 0.548q^{-2} \qquad (5\text{-}1)$$

$$B(q^{-1}) = q^{-d}(0.381 + 0.31q^{-1})$$

그림(5.1)은 폐루우프 특성 방정식을 1 로 하는 dead beat 제어로, 계통 파라미터 초기치는 $\hat{a}_1(0) = -0.5$, $\hat{a}_2(0) = 0.5$, $\hat{b}_0(0) = 0.5$, $\hat{b}_1(0) = 0.5$ 로 하였고, 지연 시간은 2-3-2-1-2-3 로 변하는 것으로 하였다. 간접 예측자에 지속 여기조건을 주기 위하여 다음과 같은 외란을 첨가 하였다.

$$Y(k) + 1/30w(k)$$

w(k) : 백색 정규분포를 가지는 잡음 (분산:1)

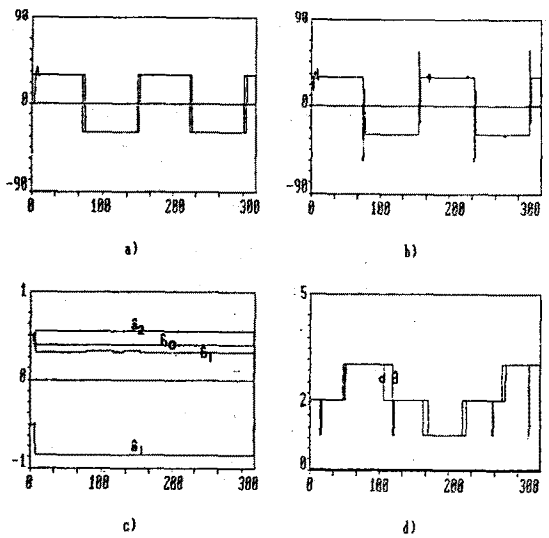


그림 (5.1)

a) 계통 출력 b) 제어 입력
c) 추정된 시스템 파라미터 d) 추정된 지연 시간

6. 결론

기준입력이 적분항에만 포함되는 PID 제어기구조를 가지는 간접 극배치 적응 PID 제어기를 설계하고 계통의 지연시간이 시변인 경우에도 이를 추정하는 지연시간 추정기를 도입하여 전체적으로 시변 지연시간을 가지는 미지의 계통을 제어할 수 있는 적응 제어기를 제안하였다.

간접 적응 제어방식을 채택함으로써 생기는 계산량의 증가는 시변 지연시간을 추정함으로써 추정할 계통 파라미터 벡터의 차원이 증가하지 않으므로 직접 적응제어방식보다 많지 않게 된다.

제안한 제어기는 비최소 위상에도 적용 가능하며, 시변 지연시간을 가지는 계통에 적용하면 기존 방식보다 유리하게 된다.

참고 문헌

[1] G.C.Goodwin and K.S.Sin, Adaptive Filtering and Control. Prentice Hall, Inc., 1984.

[2] G.C.Goodwin and K.S.Sin, " Adaptive Control of Nonminimum Phase Systems," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-26, No 2, Apr. 1981.

[3] H.Kurz and W.Geodecke, " Digital Parameter Control of Process with Unknown Dead Time ," Automatica, Vol 17, No1, 1981.

[4] K.J.Astrom and B.Wittenmark, Computer Controlled Systems Theory and Design. Prentice Hall, Inc., 1984.

[5] K.J.Astrom, " Theory and Applications of Adaptive Control - A Survey ," Automatica, Vol 19, No 5, 1983.

[6] K.Y.Wong and M.M.Bayoumi, "A Self-Tunig Control Algorithm with Unknown Delay," IFAC System Identification and Parameter Estimation., 1982, Washington D.C.

[7] 김영철, 김국헌, 정찬수, 양흥석, " 시변 지연시간을 가지는 이산형 프로세스의 적응제어," 전기학회논문지, Vol 35, No 11, 1986.

[8] 김종환,"비최소 위상 시스템에 대한 직접 극배치 PID 자기 동조기 및 적응 제어기에 관한 연구," 박사학위논문, 서울대 1987.8.

[9] P.E.Wellstead and et al., " Pole Assignment Self Tuning Regulators ," Proc. IEE., Vol 126, 1979.

[10] R.Ortega and R.Kelly, " PID Self Tuners:Some Theoretical and Practical Aspect," IEEE Trans., Ind. Elec., Vol IE-31, No 4, Nov. 1984.