안정한 적응관측기법에 의한 제어계의 상태추정

°방 시 영　　전 상 영　　임 화 영
광 운 대 학 교　　전 기 공 학 과

Stable adaptive observer for state Identification in control system

S. Y. Bang　　S. Y. Chun　　W. Y. Yim
Dep. of Electrical Engineering　Kwang Woon University

Abstract

Up to now, using adaptive control method, Identification deals with system whose entire state variables and prameters are accessible for measurement. In practical situations, all the state variables cannot be measured and it is impossible to directly apply since the parameters of the system are unknown. Therefore, in this paper, using only input-output data, such a model of the system is not available since the parameters of the system are unknown. this leads to the concept of an adptive observer in which both the parameters and the state variable of the system are identified simultaniously.
Lyapunov's direct method and Kalman-Yakubovich (K-Y)lemma are employed to ensure the stability of this schemes. The feature is that the signal and adaptive gain which is generated from filter is imposed upon feedback vector and then state variables and the unknown parameters can be identified. To show the usefulness of the proposed schemes, computer simulation result of unknown second-order system shows the effectiveness of the proposed schems.

1. 서　론

지금까지 Lyapunov의 직접 방법을 이용하여 전재 상태변수와 파라메터가 측정 가능한 시스템의 적응 재어(Adaptive control)와 상태추정(Identification)을 위한 기법이 재시되었으나 실재 상황 에서는 상태변수가 측정 가능한 경우가 드물고, 시스템의 파라메터가 미지인 경우가 많으므로 직접 적용되기 어려운 형편 이었다.

따라서 본 논문에서는 상태변수가 측정 가능하지 않고 시스템의 파라매터가 미지일때 안정한 적응재어를 하는데 이용되는 적응관측기(Adaptive Observer)의 개념을 도입하여 입-출력 정보만으로 시스템의 상태변수와 미지의 파라메터를 추정 할 수 있도록 하였다.

본 논문에서는 연속시간 시스템을 직-병렬 구조로 구성하여 적응이득을 발생시키는 궤환 루우프법으로 구현시켰다.

적응관측기 모델을 이용하여 상태추정을 하는데는
i)플랜트와 관측기모델에 대해 적절한 구성을 하고
ii) 오차식을 유도하여야 하며
iii) 전체 시스템이 점근 안정하도록 파라매터를 조정하는 적응법칙과 궤환신호의 선택이 요구된다.

따라서 본 논문에서는 Lyapunov의 직접방법과 Kalman-Yaubovich(K-Y)의 가설을 이용하여 안정한 적응제어 시스템을 구성하였다.

본 논문의 특징은 안정한 적응법칙을 실현 하기 위해서 신호를 생성하는 필터와 안정한 적응이득을 포함한 궤환벡터를 적응관측기의 입력에 부가함으로써 안정한 적응구성을 구현하고 상태벡터와 미지의 시스템의 파라메터를 추정할 수 있었다.

2. 관계　이론

2-1 적응 관측기 이론

본 논문의 적응관측기 모델 재어는 제어 목적에 부합하도록 정한 관측기 모델과 재어대상 플랜트를 그림1과 같이 직-병렬로 구성하여 두 시스템에 동일한 입력을 주었을 때, 플랜트와 관측기 사이의 출력오차가 점차 영(zero)이 되도록 안정한 적응이득과 필터를 거쳐 추정기에 가한다. 추정기의 출력 신호를 관측기의 입력에 부가함으로써 상태추정이 되도록 관측기가 수행하도록 하는 방식이다.

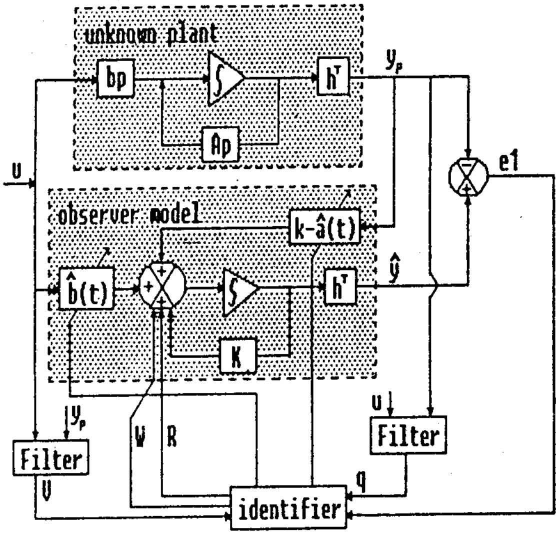


그림1. 직-병렬 적응 관측기의 블록선도

2-2 적응 관측기의 구성

2-2-1 이론의 배경

선형 시불변형으로 적응관측기를 구성하여 식(1)과 같은 상태 방정식으로 표시한다.

$$\dot{X}s = AsXs + bsU$$
$$Y = h_s^{T}Xs \qquad (1)$$

Xs는 n차 상태벡터이고, U은 스칼라 입력, Y은 스칼라 출력이다. { As,bs,hs}은 재어 가능 하고, 관측가능한 계수행렬이다.

단지 입력과 출력신호(U 와 Y) 가 측정에 의해 얻기 쉬울때 상태벡터을 추정하고, { As,bs ,hs } 를 추정 할 수 있는 알맞은 적응관측기을 구성하여야 한다. 따라서 정칙(non-singular)인 변환 행렬T를 써서 식(2)와 같이 변환 했을 때 A가 식(3)의 계수행렬 형태가 되도록 T를 정한다.

$$X = T^{-1} X_s , \quad A = T^{-1} A_s T$$
$$b = T^{-1} b_s , \quad h^T = h_s^T T \qquad (2)$$

$$\dot{X} = \left[\begin{array}{c|c} & I \\ -a & \hline & 0 \end{array}\right] X + bU$$
$$Y = h^T X = X_1 \qquad (3)$$

여기서

a 와 b 은 미지의 파라메터 벡터이다.

2-2-2 적응 관측기의 구조

상태 방정식으로 나타내진 식(4)의 시스템을 고려해 보자.

$$\dot{X} = [-a \,\vdots\, \bar{A}\,]X + bU$$
$$Y = h^T X = X_1 \qquad (4)$$

여기서 $\bar{A}$ 은 식(4)에서 정해진 [I / 0]인 n * (n-1) 행렬이다.

식(4)을 변형하여 식(5)과 같이 다시 쓸수 있다.

$$\dot{X} = KX + (k - a)X_1 + bU$$
$$Y = h^T X = X_1 \qquad (5)$$

여기서

$K = [\, -k \,\vdots\, \bar{A}\,]$ 은 안정한 행렬이다.

적응구성에 의해서 모든 프랜트의 상태변수들을 이용할 수 있을때,관측기는 다음의 구조을 갖는다.

$$\dot{Z} = KZ + (k - \hat{a}(t))X_1 + \hat{b}(t)U$$
$$\hat{Y} = h^T Z = Z_1 \qquad (6)$$

여기서

$$K = \left[\begin{array}{c|c} & I \\ -k & \hline & 0 \end{array}\right]$$ 은 안정한 행렬이고,

$\hat{a}(t)$ 와 $\hat{b}(t)$은 동적으로 관측기 출력 Z_1과 프랜트 출력 X_1 간의 오차 e_1 의 함수로 조정되는 미지의 파라메터 벡터이다.

안정한 적응구성을 얻기 위해서 t —> ∞ 에서 0(zero)가 되는 궤환신호를 발생 시킬 필요가 있다.

이제 프랜트와 관측기 간의 출력오차가 감소되도록 입력과 각 출력이 필터를 걸처 가해진 V 와 q 신호가 추정기를 통해 궤환벡터를 발생하여 벡터 $\hat{a}(t)$ 와 $\hat{b}(t)$의 성분을 반복적으로 조정 할 수 있도록 하는 문제로 된다. 따라서 출력오차가 영(zero)으로 감소해 가도록 안정한 궤환신호들을 부가하는 조건을 갖는 안정한 적응관측기를 구성하여 관측기의 파라메터들이 미지의 플랜트 파라메터들에 수렴해 가도록 설계하는 것이다.

궤환신호 W,R를 식(7)와 같이 첨가한 적응관측기의 구조를 설계한다.

$$\dot{Z} = KZ + (k - \hat{a}(t))X_1 + \hat{b}(t)U + W + R$$
$$\hat{Y} = h^T Z = Z_1 \qquad (7)$$

W 와 R 은 안정한 적응관측기를 실현하는데 필요하여 발생시킨 신호로서 식(12)에서 정의한다.

상태 추정의 목적은

$$\lim_{t\to\infty} \hat{a}(t) = a , \quad \lim_{t\to\infty} \hat{b}(t) = b$$

$$\lim_{t\to\infty} [Z(t) - X(t)] = \lim_{t\to\infty} e(t) = 0$$

이 되도록 파라메터를 반복적으로 조정하는 구조를 고안하는 것이다.

상태 오차 e = [Z - X]은 식(8)와 같은 방정식으로 표시된다.

$$\dot{e} = Ke + \alpha X_1 + \beta U + W + R$$
$$e_1 = h^T e \qquad (8)$$

여기서 α 와 β 은 식(9)으로 정의된 파라메터 오차이다.

$$\alpha = a - \hat{a} , \quad \beta = \hat{b} - b \qquad (9)$$

식(8)을 n차 스칼라 미분 방정식으로 다시쓰면 다음과 같이 된다.

$$e_1^{(n)} + \sum_{i=1}^{n} K_i e_1^{(n-i)} = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}^{(n-i)} (\alpha_i X_1 + \beta_i U + W_i + R_i \}$$
$$= \mathcal{P}^{(n-i)} \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i X_1 + \beta_i U + W_i + R_i}{\mathcal{P}^{(n-i)}} \qquad (10)$$

여기서 '$\mathcal{P}$'은 d/dt의 연산자이다.

신호 Wi 와 Ri를 적절히 선정하면 식(11)과 같이 된다.

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i X_1 + \beta_i U + W_i + R_i}{\mathcal{P}^{i-1}}$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{d_i}{\mathcal{P}^{i-1}} (\alpha^T V + \beta^T q) \qquad (11)$$

V 와 q 은 추정필터를 통해 X_1과 U의 첨가합으로써 얻어진 신호이며, 상태오차 벡터식은 Kalman - Yakubovich의 가설을 이용하여 간단한 형태로 표현할 수 있다. 식(11)의 연속적인 미분에 의해서 $d_1 = 1$ 을 가진 식(12)을 만족한다.

$$W_1 = R_1 = 0$$

$$W_m = -\sum_{i=1}^{m-1} \dot{\alpha}_i \sum_{k=m}^{n} d_k V_{k-m+i+1} + \sum_{i=m}^{n} \dot{\alpha}_i \sum d_k V_{k-m+i+1}$$
$$R_m = -\sum_{i=1}^{m-1} \dot{\beta}_i \sum_{k=m}^{n} d_k q_{k-m+i+1} + \sum_{i=m}^{n} \dot{\beta}_i \sum d_k q_{k-m+i+1}$$
$$m \in \{2, 3, \ldots, n\} \qquad (12)$$

W 와 R의 선택으로 식(10)은 식(13)로 수정된다.

$$e_1^{(n)} + \sum_{i=1}^{n} k_i e_1^{(n-i)} = \mathcal{P}^{(n-1)} \sum_{i=1}^{n} \frac{d_i}{\mathcal{P}^{(i-1)}} (\alpha^T V + \beta^T q) \qquad (13)$$

위 식은 편의상 식(14)과 같은 상태 벡터 형태로 쓸 수 있다.

$$\dot{\varepsilon} = K\varepsilon + d\,(\alpha^T V + \beta^T q) \qquad (14)$$

여기서

$\varepsilon_1 = e_1$, $d^T = (1\ d_2\ \ldots\ d_n)$ 이다.

식(10)과 식(13)은 동일 시스템을 대상으로 나타낸 식이므로 식(14)도 식(8)과 역시 동일하다.

따라서 $\{\varepsilon, \alpha, \beta\}$ 공간에서 전체 시스템의 안정도은 $\{e, \alpha, \beta\}$공간에서의 안정도을 의미한다.

Lyapunov함수로서 다음과 같은 2차함수로 정의한다.

$$V = 1/2\ [\varepsilon^T P \varepsilon + \alpha^T T_1^{-1} \alpha + \beta^T T_2^{-1} \beta\,] \qquad (15)$$

여기서 $P = P^T > 0$ 이고 , $T_1 = T_1^{-1} > 0, T_2 = T_2^{-1} > 0$ 은 대각 정치 행렬을 적용한다.

식(15)을 ε 로 미분하여 정리하면 식(16)와 같이 된다.

$$\dot{V} = 1/2\ \varepsilon^T(K^T P + PK)\varepsilon + \varepsilon^T P d(\alpha^T V + \beta^T q)$$
$$+ \alpha^T T_1^{-1} \dot{\alpha} + \beta^T T_2^{-1} \dot{\beta} \qquad (16)$$

만일

$$\dot{\alpha} = -T_1 \varepsilon^T P d v$$
$$\dot{\beta} = -T_2 \varepsilon^T P d q \qquad (17)$$

이면

$$\dot{V} = 1/2\ \varepsilon^T(K^T P + PK) \qquad (18)$$

가 성립된다.

여기서 $d^T = (1\ \ d_2\ \ d_3\ \ldots .\ d_n)$ 이다.

만약 (K, d)가

i) K 는 안정한 행렬이고,

ii) $h^T (sI - K)^{-1} d$이 양의 실수가 되도록

선정되면 Kalman-Yakubovich(K-Y)의 가설에 의해서 행렬 P > 0 와 벡터 m 이 존재하므로

$$K^T P + PK = -mm^T$$
$$Pd = h \qquad (19)$$

관계가 된다.

윗 식으로부터 추정법칙은 식(20)로 간략화 시킬 수 있다.

$$\dot{\alpha} = -T_1 \varepsilon_1 v = -T_1 e_1 v$$
$$\dot{\beta} = -T_2 \varepsilon_1 q = -T_2 e_1 q \qquad (20)$$

여기서 $\dot{V}$ 은 negative semi-definite 이다.

$\dot{V} \equiv 0$ 또는 $\varepsilon(t)$가 동등하게 0(zero)을 따라 추적하게 되면 식(14)로부터

$$\alpha^T V + \beta^T q = 0 \qquad (21)$$

가 된다.

따라서 전제 시스템은 점근적으로 안정하다.

$\dot{\alpha}$ 와 $\dot{\beta}$ 의 추정법칙을 얻게되면, 궤환 벡터 W 와 R을 정의 할 수있다.

궤환 벡터는 식(22)과 같이 정의한다.

$$W = -e_1 \begin{bmatrix} 0 \\ V^T T_1 A_2\ V \\ \cdot \\ V^T T_1 A_m\ V \\ V^T T_1 A_n\ V \end{bmatrix} , \quad R = -e_1 \begin{bmatrix} 0 \\ q^T T_2 A_2\ q \\ \cdot \\ q^T T_2 A_m\ q \\ q^T T_2 A_n\ q \end{bmatrix} \qquad (22)$$

여기서

$$Am = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \qquad\qquad & n-m+1 & \qquad\qquad & m-2 \end{array} \\ \left[\begin{array}{c|cccccc|cccc} 0 & -d_m & -d_{m+1} & . & . & . & -d_n & 0 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d_m & . & . & . & -d_{n-1} & -d_n & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & -d_m & . & . & . & . & -d_n \\ \hline 0 & 1 & d_2 & . & . & -d_{m-1} & 0 & . & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 & . & -d_{m-2} & -d_{m-1} & 0 & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & 1 & d_2 & d_3 & . & . & . & -d_{m-1} \end{array}\right] \begin{array}{l} \\ m-1 \\ \\ \\ \\ \\ n-m+1 \\ \\ \\ \end{array} \end{array}$$

$$m = 2,\ 3,\ \ldots,\ n$$

2-4 전반적인 구성

전체 적응과정에서 중요한 점은 어떤 부가신호 V와 q 의 생성이다.

이러한 신호는 다음과 같은 두가지 목적이 있다. i) 관측기 파라메타을 조정하는 적응신호을 얻기 위해서, ii) 전체 구성이 안정한 관측기의 궤환신호을 얻기 위해서

따라서 관측기의 실제수행은 다음을 포함한다.

(a) 추정필터를 통해 X_1과 U 가 첨가되어 추가의 신호 v 와 q을 생성하는 이요소들은 식(23)으로 주어진다.

$$V_i = \frac{S^{n-i}}{S^{n-1} + d_2 S^{n-2} + \ldots + d_n}$$

$$q_i = \frac{S^{n-i}}{S^{n-1} + d_2 S^{n-2} + \ldots + d_n} \qquad (23)$$

(b) 관측기에 V와 q의 신호를 결합하고 출력오차 e 을 곱하여 궤환신호 W 와 R를 구하여 관측기의 입력에 부가함으로써 다음의 구조을 가진다.

$$\dot{Z} = KZ + [k - \hat{a}(t)]X_1 + \hat{b}(t)U + W + R$$
$$\hat{Y} = h^T Z = Z_1 \qquad (24)$$

(c) 플랜트와 관측기 사이의 출력오차 e_1 ($= Z_1 - X_1$)을 가진 신호 v 와 q 을 상호 관련시켜 관측기의 상태변수와 파라메터를 조정하기 위해 이론의 이용으로 식(25)와 같은 적응법칙을 얻는다.

$$\dot{\hat{a}}(t) = -\dot{\alpha}(t) = T_1 e_1 v$$
$$\dot{\hat{b}}(t) = \dot{\beta}(t) = - T_2 e_1 q \qquad (25)$$

3. 컴퓨터 시뮬레이션

본 논문에서는 적응관측기를 이용한 2차 시스템의 상태벡터와 미지의 파라메터를 추정하는 적응제어를 컴퓨터 시뮬레이션하여 결과를 검토 고찰하였다.

가) 플 랜 트

$$\dot{X}p = ApXp + bpU$$
$$Yp = h^T Xp = Xp_1$$

$$Ap = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 \\ -a_2 & 0 \end{bmatrix} \qquad bp = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

a_1, a_2 와 b_1, b_2은 미지의 파라메타들 이고, $h^T = (1 \ \ 0)$이다.

컴퓨터 시뮬레이션을 위해 다음 값을 설정하였다.

$a_1 = 5$, $a_2 = 10$, $b_1 = 1$, $b_2 = 2$

나) 관측기 모델

$$\dot{Z} = KZ + [k - \hat{a}(t)]X_1 + \hat{b}(t)U + W + R$$
$$\hat{Y} = h^T Z = Z_1$$

$$K = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 \\ -k_2 & 0 \end{bmatrix}$$ 인 안정한 행렬이다.

다) 궤환 벡터

$$W = - e_1 \begin{bmatrix} 0 \\ V^T T_1 A_2 V \end{bmatrix} , \quad R = - e_1 \begin{bmatrix} 0 \\ q^T T_2 A_2 q \end{bmatrix}$$

여기서

$$e_1 = Z_1 - Xp_1 \ , \quad k_1 = 6 \ , \quad k_2 = 8$$

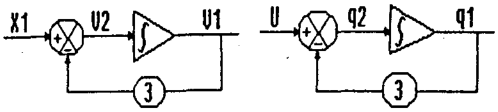
$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -d_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

라) 적응 이득

1) $$T_1 = \begin{bmatrix} 36 & 0 \\ 0 & 43 \end{bmatrix} , \quad T_2 = \begin{bmatrix} 5.5 & 0 \\ 0 & 0.45 \end{bmatrix}$$

2) $$T_1 = \begin{bmatrix} 23 & 0 \\ 0 & 3.8 \end{bmatrix} , \quad T_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix}$$

마) 부가의 신호을 생성하는 필터



$$\dot{V}_1 = -3V_1 + X_1 = V_2 \qquad\qquad \dot{q}_1 = -3q_1 + U = q_2$$

바) 입 력

$U = 5$; $[1/(2\pi)$ Hz$]$

사) 적응제어 법칙

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{a}}_1 \\ \dot{\hat{a}}_2 \end{bmatrix} = T_1 e_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{b}}_1 \\ \dot{\hat{b}}_2 \end{bmatrix} = -T_2 e_1 \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

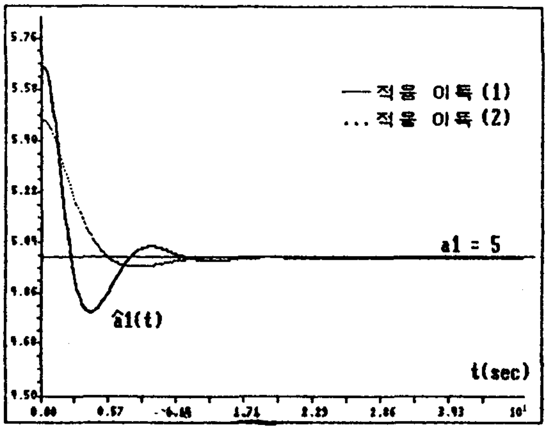


그림2. 2차 시스템에서 a_1 파라메터 상태추정

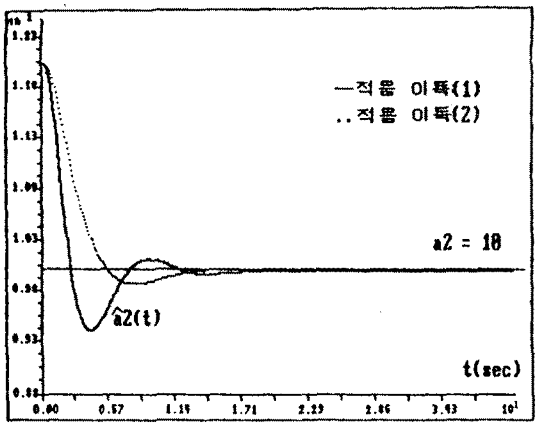


그림8. 2차 시스템에서 a_2파라메터 상태추정

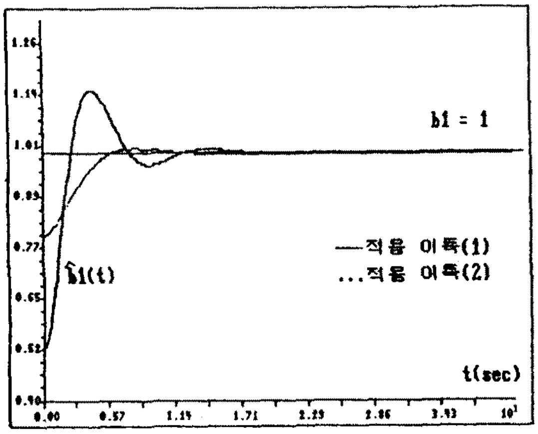


그림4. 2차 시스템에서 b_1파라메터 상태추정

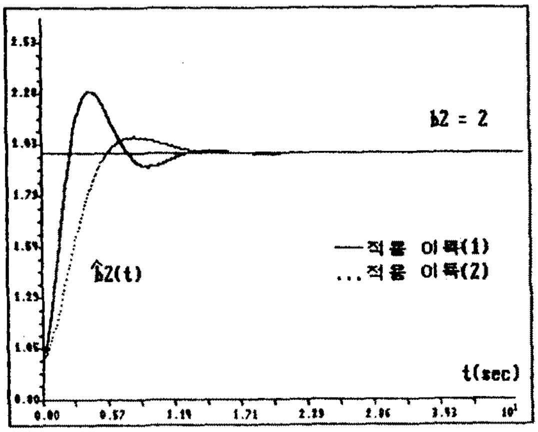


그림5. 2차 시스템에서 b_2파라메터 상태추정

4. 결 론

본 논문에서는 Lyapunov 직접방법과 Kalman - Yakubovich의 가설을 이용한 적응관측기 모델을 사용하여 모든 상태변수들이 측정 가능하지 않을때 미지의 플랜트에 대한 상태추정과 적응제어를 위한 기법을 제시하였다. 제어계의 안정도 문제는 필터에서 생성하는 신호와 출력오차가 추정기를 통하여 궤환벡터에 부가되어 관측기의 입력에 가함으로써 안정한 적응구성을 실현하고, 상태벡터와 미지의 플랜트 파라메터를 추정할 수 있다. 관측기의 입력에 부가되는 적응이득의 적절한 선택으로 미지의 플랜트 파라메터를 추정하는 수렴시간을 줄일 수 있음을 확인할 수 있었다.
다음표는 각 파라메타에 대한 수렴시간을 나타낸다.

파라메터 항 목	a_1	a_2	b_1	b_2
적응이득(1)	T=diag(36,43),T=diag(5.5,0.45)			
수렴시간(초)	20	20	20	20
적응이득(2)	T=diag(23,2.8), T=diag(2,0.4)			
수렴시간(초)	15	15	15	15

컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 궤환벡터, 출력오차와 상태오차가 감쇄되어 0(Zero)으로 수렴함으로써 시스템이 안정되어,미지의 플랜트 파라메터들을 잘 추정함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. K.S. Narendra & J.H. Taylor,Frequency Domain Criteria for Absolute Stability. New York : Academic, 1973.
2. R.K. Mehra, D.G. Lainiotis, System Identification: Advances and Case studies. New York: Academic, 1976.
3. G. Luders & K.S. Narendra, " An adaptive observer and identifier for a linear system, " IEEE Tran. Automat. Contr.,Vol.AC-18, pp.496 -499, Oct. 1973.
4. R.V. Monopoli, " The Kalman-Yacubovich lemma in adaptive control system design, " IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.AC-18, pp.527-529, Oct. 1973.
5. I.O. Landau, Adaptive Control:The Model Reference Approach,Marcel Dekker,New York,1979.
6. G. Kreisselmeier, " Adaptive control via adaptive observation and Asymptotic feedback matrix synthesis, " IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.AC-25, No.4, Aug. 1980.
7. G.Kreisselmeier, " The generation of adapive laws structures for globally convergent adaptive observers,"IEEE Trans. Automat. Contr. ,Vol.AC-24, pp.510-513, Junne 1979.
8. G. Ludders, K.S. Narendra, " Stable adaptive schemes for state estimation and identification of linear systems,"IEEE Trans. Automat. Contr.,Vol.AC-19 ,No.6,pp.841-847, Dec.1974.