

시간지연이 존재하는 기준모델 적응제어 시스템의 설계

양 근 석^o 이 승 구 이 두 수
한양 대학교 전자공학과

Model Reference Adaptive Control System Design with Time-Delay

Gyun Seog Yang Eung Goo Lee Doo Soo Lee
Hanyang University

Abstract

This paper is concerned with linear system containing time delay in model reference adaptive control. An algorithm is developed using Lyapunov second method and properties of strictly positive real function.

1. 서 론

시간지연은 시스템 제어에서 자주 나타나는 문제로 제어시스템 설계 및 정밀도를 요구하는 제어들을 매우 복잡하고 어렵게 만든다.^{1,2} 시간지연이 존재하는 모델의 적응제어 시스템 구성에서 대두되는 또다른 문제는 안정도에 관한 것으로 기준 모델이 안정하더라도 제어대상 시스템이 안정하다고 보장할 수는 없다. 많은 논문들이 시간지연 시스템에 관한 문제를 다루고 있으나,^{3,4} 시스템 설계상의 복잡성을 해결하지 못할뿐 아니라 단일 입출력의 경우에 국한되는 등 어려움 해결에 충분하지 못했다.

파크는 안정도 해석상의 문제점들을 리아프노브 이론에 근거를 둔 해석방법을 이용함으로써 해결할 수 있음을 제안하였고,⁵ 그후 많은 논문들이 파크의 제안의 신빙성을 증명해 주었다.^{7,8}

본 논문에서는 시간지연이 존재하는 시스템의 효과적인 제어를 위해서 파크가 제안한 방법에 따라 리아프노브 제2 법칙(Lyapunov second method)을 근거로 지연시간에 무관하게 안정한 기준모델 적응제어 시스템을 설계한다.

본 논문에서 부호는 다음과같이 사용한다.

알파벳 대문자 ; 벡터 또는 행렬

첨자 ; m: 기준모델 p: 플랜트

편의상 시간 함수를 약자로 표현 ($X_m(t) - X_m$) 하며, 시간지연 함수는 정식으로 표현 ($X_m(t-d)$), d 는 지연시간(>0) 한다.

2. 본 론

기대응답을 발생할 시간지연이 존재하는 선형 기준모델은 다음같이 표현된다.

$$\dot{Y}_m + A_m Y_m + B_m Y_m(t-d) = X_m U \quad (1)$$

여기서, Y_m 은 m 차 출력벡터, U 는 r 차 제어입력 벡터, A_m, B_m 은 $m \times m$ 상태행렬, X_m 은 $m \times r$ 상태 행렬이다.

본논문에서는 제어 대상인 플랜트의 지연시간이 기준모델과 일치되어 있다고 가정하며, 표현식은 다음과 같다.

$$\dot{Y}_p + A_p Y_p + B_p Y_p(t-d) = X_p U \quad (2)$$

여기서, 각 파라미터들은 첨자만 다른뿐 기준 모델의 경우와 같다.

일반적 출력 오차는 다음과같이 정의한다.

$$E = Y_m - Y_p \quad (3)$$

(3) 의 시간에 대한 미분을 구한다.

$$\dot{E} = \dot{Y}_m - \dot{Y}_p \quad (4)$$

(4) 에 (1),(2) 를 대입 하여 정리

$$\dot{E} = -A_m E - B_m E(t-d) - (A_m - A_p) Y_p - (B_m - B_p) Y_p(t-d) + (X_m - X_p) U \quad (5)$$

또는

$$\dot{E} = -A_m E - B_m E(t-d) - A Y_p - B Y_p(t-d) + X U \quad (6)$$

$$A = A_m - A_p$$

$$B = B_m - B_p$$

$$X = X_m - X_p$$

다음처럼 양정의 2차식(positive definite quadratic) 형태로 리아프노프 함수를 선택 한다.⁶

$$V = E^T P E + \text{tr}(A^T F a A) + \text{tr}(B^T F b B) + \text{tr}(X^T F x X) \quad (7)$$

여기서, P, Fa, Fb, Fx는 양정의(positive definite) 행렬로 나중에 자세히 정의되는 값들이다.

(7) 을 시간에대하여 미분한다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= E^T (A_m^T P + P A_m) E - 2E^T P A_m E(t-d) - 2E^T P A Y_p \\ &\quad - 2E^T P B Y_p(t-d) + 2E^T P X U + 2\text{tr}(A^T F a \dot{A}) \\ &\quad + 2\text{tr}(B^T F b \dot{B}) + 2\text{tr}(X^T F x \dot{X}) \\ &= E^T (A_m^T P + P A_m) E - 2\text{tr}(A^T (P E Y_p^T - F a \dot{A})) \\ &\quad - 2\text{tr}(B^T (P E Y_p(t-d)^T - F b \dot{B})) \\ &\quad + 2\text{tr}(X^T (P E U^T + F x \dot{X}) - A_m^T P E E(t-d)^T) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, $\dot{A}_m = -A_m$.

만약 A_m 이 허윳(Hurwitz) 행렬이라면 다음관계가 성립한다.

$$A_m P + P A_m = -Q \quad (9)$$

여기서, Q는 임의의 양정의 행렬이고, 이에따라 행렬 P가 적절히 구해진다.⁶

다음과 같이 적응 법칙을 선택한다면 (8)의 우측 첫째항은 0 아닌 모든 에러에 대하여 언제나 음의 영역에 존재하며, 나머지 항들은 각각 독립적으로 0이 된다.

$$\dot{A} = F a^T P E Y_p^T \quad (10,1)$$

$$\dot{B} = F b^T P E Y_p(t-d)^T \quad (10,2)$$

$$\dot{X} = F x^T (-P E U^T + X^* A_m^T P E E(t-d)^T) \quad (10,3)$$

$\dot{A} = -\dot{A}_p$, $\dot{B} = -\dot{B}_p$, $\dot{X} = -\dot{X}_p$ 이므로, 적응법칙을 다시 쓰면

$$\dot{A}_p = -F a^T P E Y_p^T \quad (11,1)$$

$$\dot{B}_p = -F b^T P E Y_p(t-d)^T \quad (11,2)$$

$$\dot{X}_p = F x^T (P E U^T - X^* A_m^T P E E(t-d)^T). \quad (11,3)$$

Fa, Fb, Fx가 임의의 양정의 행렬이므로 적응이득의 크기와 입력 백터함수 U에 관계없이 기준모델 적응 시스템은 안정하다.

3. 시뮬레이션

본장에서 시간지연이 존재하고 있는 1차 선형 기준모델 적응제어 시스템 설계의 예를 보인다. 단일-입력 단일-출력 시스템을 다루며, 모든 파라미터들은 스칼라량으로 정의된다.

기준모델을 표현하면,

$$Y_m(s) (1 + e^{-sd} + T_s) = K_m R(s)$$

또는

$$Y_m + Y_m(t-d) + T Y_m = K_m R. \quad (12)$$

제어 대상 플랜트는

$$Y_p(s) (1 + e^{-sd} + T_s) = K_v K_p R(s)$$

또는

$$Y_p + Y_p(t-d) + T Y_p = K_v K_p R. \quad (13)$$

일반적 출력 오차

$$E = Y_m - Y_p \quad (14)$$

$$\dot{E} = \dot{Y}_m - \dot{Y}_p$$

$$= \frac{-E - E(t-d) + X R}{T}$$

$$(15)$$

단, $X = K - K_v K_p$ 이다.

양정의 2차식 형태로 리아프노프 함수를 선택한다.

$$V = E^2 + h x X^2 \quad (16)$$

여기서, hx는 임의의 양의 실수이다.

시간에대한 미분을 구하면,

$$\dot{V} = 2E\dot{E} + 2hxX\dot{X}$$

$$= -\frac{2}{T}E^2 - \frac{2}{T}EE(t-d) + \frac{2}{T}XER + 2hxX\dot{X}$$

$$(17)$$

이 시스템이 안정하기 위해서는

$$\dot{K}_p = \frac{ER}{ThxK_v} - \frac{EE(t-d)}{ThxK_v(K - K_v K_p)}$$

그림1은 (17)의 결과를 바탕으로 설계된 블록 선도이다. 시뮬레이션은 TUTORSIM⁹ 패키지를 이용하였으며 이에 필요한 변형된 블록 선도가 그림2이다. 시뮬레이션결과 각 제어 파라미터 K_p 가 기대값으로 수렴하고 있음을 그림3에서 보여 준다.

4. 결 론

이상에서 본바와 같이 본 논문에서는 지연시간에 무관한 안정한 기준모델 적응제어 시스템을 설계할 때 리아프노프의 제2법칙을 적용시켜 보

