

확률 선형 계획법에 의한 최적 Var 배분  
계획에 관한 연구

송 길 영  
고 려 대 학 교

이 의 영\*  
고 려 대 학 교

Optimal Var Allocation in system planning  
by stochastic Linear Programming

Kil-Yeong Song  
KOREA University

Hee-Yeong Lee  
KOREA University

Abstract

This paper presents a optimal Var allocation algorithm for minimizing transmission line losses and improving voltage profile in a given system.

In this paper, nodal input data is considered as Gaussian distribution with their mean value and their variance.

A Stochastic Linear Programming technique based on chance constrained method is applied. to solve the var allocation problem with probabilistic constraint.

The test result in 6-Bus Model system shows that the voltage distribution of load buses is improved and the power loss is more reduced than before var allocation.

1. 서 론

무효전력원(Var) 배분계획은 전원계획, 송전망계획과 더불어 장태시점의 전력계통의 안정운영에 매우 중요시되는 문제로 이에 대한 연구가 일찍부터 진행되어 왔다.

일반적인 무효전력원의 배분목적은 주요 모선의 전압을 허용치 이내로 유지하도록 하되 무효전력원 설비투자의 최소화 문제는 var 설치로부터 얻어지는 손실경감에 의한 경제적 편익이 전력에너지의 절약, 침투발전용량의 경감, 송전선로 용량의 경감문제등과 관련되기 때문에 그 중요성이 크게 인식되고 있다.(5)

최근의 문헌(2)에서는 무효전력원의 배분계획시 확률적 조류계산을 이용하여 수요의 불확실성을 고려할 수 있도록 한 현실적인 var 배분계획에 관한 알고리즘을 제시하였는데 이 방법에서는 단지 부하모선의 전압크기를 허용폭 이내

로 유지시키기위한 var 설치량을 구하도록 하고있다.

본 연구에서는 확률조류계산(1)을 이용하여 수요의 불확실성을 고려하고 계통의 감도해석을 통하여 전압허용치 유지와 손실의 최소화를 동시에 실현 시킬수있는 무효전력원 배분계획에 관한 효과적인 알고리즘을 제시하였다. 최적화 기법으로는 확률제약조건을 가지는 선형계획문제의 처리가 용이한 Chance constraint 기법을 토대로한 확률 선형 계획법(4)을 이용하였다.

2. 본 론

2.1 확률론적 조류계산

불확실한 수요가 주어질때, 즉 조류계산의 입력에 해당하는 모선전력의 지정치가 확률값으로 주어질때 각 모선의 전압크기분포를 구하는데 확률론적 조류계산이 이용되어 왔다.

본 연구에서는 모선전력의 지정치를 정규분포로 가정하므로서 비교적 실제계에 적용이 용이한 문헌(1)의 방법을 이용하였다.

모선전력방정식은 다음 (1)식과 같다.

$$y = f(x) + \epsilon' \quad (1)$$

단  $y$  : 모선지정전력벡터의 평균치

$x$  : 전압벡터

$f$  :  $x$ 의 비선형 함수

$\epsilon'$  : error random variable의 벡터

(1)식을 선형화 하면

$$y = J \cdot \Delta x + \epsilon \quad (2)$$

단,  $J$  :  $f(x)$ 의 자코비안 행렬

$\epsilon$  :  $E(\epsilon) = 0$ 으로하는 error random 벡터

(2)식에서  $\partial f(\epsilon')/\partial \Delta x = 0$  (3)

을 만족시키는  $\hat{\Delta X}$  와  $\hat{\Delta X}$  의 공분산  $Cov(\hat{\Delta X})$  는

$$\hat{X} = J^{-1} \cdot \Delta y \quad (4)$$

$$\text{Cov}(\Delta \hat{X}) = J^{-1} \text{Cov}(\Delta y) (J^T)^{-1} \quad (5)$$

또 X의 추정치는

$$\hat{X} = X_0 + \Delta \hat{X} \quad (6)$$

다음에 전압 X에 관한량 Z는 다음(8)식으로 주어진다.

$$Z = g(x) \quad (8)$$

앞서의 (3)식과 동일한 절차에 의해서 Z를 선형화 시키면

$$\Delta Z = K \Delta X \quad (9)$$

단 K : g(x)의 자코비안행렬

$\Delta Z$ 의 공분산행렬은 (10)식으로 주어진다.

$$\text{Cov}(\Delta Z) = K (J^{-1} \text{Cov}(\Delta y) (J^T)^{-1}) K^T \quad (10)$$

### 2.2 전압감도행렬과 손실감도행렬 계산

각 부하모선에 투입되는 무효전력원이 부하모선 전압의 크기 및 계통의 유효전력 손실에 미치는 영향은 선형화된 모선방정식(4)식으로부터 감도해석을 통해서 구해진다.

식(4)를 구체적으로 나타내면 (11)식과 같이된다.(1),(3)

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (11)$$

단,  $\Delta \theta, \Delta V$  : 전압의 위상각 및 크기 변화분

$\Delta P, \Delta Q$  : P, Q 지정치의 변화분

부하모선의 무효전력변화에 대한 모선전압변화를 나타내는 관계식은  $\Delta P - \Delta V, \Delta Q - \Delta \theta$  와의 관계가 작다는 가정하(3)에 다음과 같이 근사화 된다.

$$\begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta Q \end{bmatrix} \quad (12)$$

또한 어떤 부하모선에서의 무효전력원 Q가 미소량 변했을 경우 계통의 유효전력손실  $P_L$ 에 미치는 영향은 다음의 (13)식으로 부터

$$\begin{bmatrix} \partial P_L / \partial P \\ \partial P_L / \partial Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1^T J_3^T \\ J_2^T J_4^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \partial P_L / \partial \theta \\ \partial P_L / \partial V \end{bmatrix} \quad (13)$$

무효전력 Q에 관련된 부분인 (14)식으로 나타낼수 있다.

$$\begin{bmatrix} \partial P_L / \partial Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{L3} & J_{L4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial P_L / \partial \theta \\ \partial P_L / \partial V \end{bmatrix} \quad (14)$$

단,  $J_{L3}, J_{L4}$  :  $\begin{bmatrix} J^T \end{bmatrix}^{-1}$ 의 부분행렬

앞서의 (12),(14)식에서  $\begin{bmatrix} J_4 \end{bmatrix}^{-1}$  과  $\begin{bmatrix} \partial P_L / \partial Q \end{bmatrix}$ 는 각각 부하모선에투입되는 무효전력원에대한 전압감도행렬  $S_V$  과 손실감도행렬  $S_L$  로서 다음의 정식화 과정에 이용된다.

### 2.3 문제의 정식화

각 모선의 전압크기 분포를 허용폭 이내로 유지시키면서 계통의 유효전력 손실을 최소화 시킬수 있는 각 부하모선에서의 무효전력 배분량을 구하는 문제는 다음과 같이 확률 변수가 포함된 확률선형계획문제에 적용가능하도록 정식화 할수있다.

$$\text{목적함수} \quad F = S_L^T \cdot \Delta Q \quad (15)$$

$$\text{제약조건} \quad \Delta Q^{\min} \leq Q \leq \Delta Q^{\max} \quad (16)$$

$$\Delta \tilde{V}^{\min} \leq S_V \cdot \Delta Q \leq \Delta \tilde{V}^{\max} \quad (17)$$

단,  $\Delta Q^{\min} : Q^{\min} - Q^0$

$\Delta Q^{\max} : Q^{\max} - Q^0$

$\Delta \tilde{V}^{\min} : \tilde{V}^{\min} - \tilde{V}^0$

$\Delta \tilde{V}^{\max} : \tilde{V}^{\max} - \tilde{V}^0$

max, min, 0 : 각각 상, 하한치, 초기치

Q,  $\Delta Q$  : 각 부하모선에서의 무효전력원벡터 및 변화분벡터

$\tilde{V}$  : 부하모선의 전압크기분포벡터 (정규분포)

여기서 (17)식의 확률제약조건식은 Chance constrained method(4)에 의해서 다음(18)식으로 표현할수있다. (편의상 (17)식중 우측 부등호로 설명함)

$$P \left[ \sum S_{Vij} \cdot \Delta Q_j \leq \Delta \tilde{V}_i^{\max} \right] = P_i \quad (18)$$

단, i : 임의의 부하모선

$P_i$  : i번째 제약조건 만족확률

앞서의 (18)식은 임의의 i 번째 제약조건(20)식을

$$\sum S_{Vij} \cdot \Delta Q_j \leq \Delta \tilde{V}_i^{\max} \quad (20)$$

확률  $P_i$  이상으로 만족시키는 확률제약조건식으로서 문헌의 정리(4)에 의해서 (21)식과 같은 결정론적 제약조건으로 등가화 된다.

$$\sum S_{Vij} \cdot \Delta Q_j \leq \tilde{V}_i^{\max} + E_i \sqrt{\text{Var}(\tilde{V}_i^{\max})} \quad (21)$$

단,  $\tilde{V}_i^{\max}$  :  $\tilde{V}_i^{\max}$ 의 평균치

$E_i$  : 확률  $P_i$  값에서의 표준정규분포 변수

이상과 같은 확률변수를 포함하는 선형계획 문제는 (16), (21)식의 제약조건하에서 목적함수 (15)식을 최소화하는 결정론적 선형계획 문제로 요약된다.

### 2.4 적용사례

본 연구에서 제시한 알고리즘을 우선 Ward-Hale 6모선 계통에 적용하여 검토 하였다.

표1. 모델계통의 각 모선 probabilistic data

번호	모 선 형태	유 효 전 력		무 효 전 력	
		u, P.u.	$\sigma$	u, P.u.	$\sigma$
1	부하모선	0.55	0.1	0.13	0.1
2	중간모선	0		0	
3	부하모선	0.3	0.1	0.18	0.1
4	부하모선	0.5	0.1	0.05	0.1
5	발전기모선	0.5	0.1		
6	Slack모선				

\* u : 평균치

$\sigma$  : 표준편차

표2. 모델계통의 초기조건에대한 본알고리즘의 적용결과

모선	무효전력배분량 P.U.	초기상태 $\mu, P.U.$	전압크기 ( $\times 10^{-2}$ )	배분후 $\mu, P.u.$	전압크기 ( $\times 10^{-2}$ )
1	0.0	0.9936	4.84	1.043	4.17
2	0.07	0.9227	4.23	0.972	3.57
3	0.2	0.9135	5.22	1.021	3.75
4	0.2	0.9110	4.52	1.001	3.34

\*  $P_i = 75\%$  를 적용

표2 에서 알 수 있는바와같이 무효전력원의 배분이후 전압분포가 초기의 전압분포에 비해 크게 개선되었으며 계통손실  $N(\mu, d)$  역시 초기치  $N(0.105, 0.031)$  에서 무효전력배분후에는  $N(0.867, 0.021)$  으로 개선되어 제시한 알고리즘의 유효성을 밝힐수 있었다.

### 3. 결 론

본 연구에서 제시한 알고리즘을 Ward-Hale 6모선 모델계통에 적용하여 검토하였으며 주요결과를 요약하면 다음과 같다.

1. Chance constraint method를 토대로한 확률 선형계획법을 이용하여 확률제약조건의 처리를 용이하게 하였다.
2. 무효전력원배분계획 문제에 수요의 불확실성을 고려할 수 있도록 하였다.
3. 주요모선의 전압크기 분포를 허용폭 이내로 유지시키고 동시에 계통유효전력 손실의 최소화를 도모하도록하는 각 모선에서의 무효전력원배분량을 구하도록 하였다.

### 참 고 문 헌

1. J.F.Dopazo, A.M.Sasson "STOCHASIC LOAD FLOWS" IEEE Trans., Vol. PAS-94, No.2, March/April, 1975
2. H.Mori, Y.Tamura "Var Allocation Using Stochastic Load Flow" T.IEE Japan, Vol. 105;B, No.9, Sep., 1985
3. A.Venkataramana, J.Carr, R.S.Ramshaw, "Optimal Reactive Power Allocation, IEEE Trans, Vol. PWRs-2. No.1, Feb., 1987
4. V.Vkolbin, STOCHASTIC Programming D.Reidel publishing company, P9-P36.
5. A.Garzillo, M.Innorta, "Howto supply appropriate Var Compensation Programs to the planning of an Electric Network By the solution of Linear" Proc. 9th PSCC Portugal, Aug. 1987, PP.788-792