

최소자승오차 알고리즘을 이용한 2차원 FIR 디지털필터설계

° 구 기 준                      조 병 하                      이 두 수  
한 양 대 학 교

A Study on the Design of Two-Dimensional FIR Digital Filters  
using Least-Square Error Algorithm

° Ki Jun Ku                      Byung Ha Cho                      Doo Soo Lee  
Hanyang University

ABSTRACT

This paper suggests the way to improve the impulse response characteristics in 1-D and 2-D FIR digital filters design. The proposed a Least Square(L<sub>2</sub>)error algorithm of kaiser window is the better than L<sub>2</sub> error of the Remez Exchange(R.E.)algorithm.

I. 서 론

디지털신호처리(Digital Signal Processing; DSP)는 음성및 오디오신호처리, 생체신호처리, 화상처리, 패턴인식, 소나, PCM 통신, VLSI아키텍처, 다차원분야에서 널리 응용되고 있으며 디지털필터와 스펙트럼분석으로 크게 나눌 수 있다[1]. 디지털필터는 임펄스 응답의 길이에 따라 FIR 필터와 IIR 필터로 나누어지며 스펙트럼 분석은 DFT를 신속히 산출할 수 있는 FFT알고리즘을 이용한 필터링과 통계적인 스펙트럼분석으로 나눌 수 있다. 특히 FIR디지털필터설계는 J.H.McClellan과 T.W.Parks, L.R.Rabiner 등이 Linear Programming과 R.E.알고리즘을 이용한 설계방법을 제안하였고, Herrmann과 Shessler 및 Hofstetter는 이를 확장시켜 Equi-ripple 특성을 갖도록한 필터 설계방법을 제안하였다[1-7]. 본 논문에서는 1-D 및 2-D FIR필터를 설계할때 정규화 주파수대역에서의 임펄스응답 특성을 개선하기 위하여 Kaiser창함수를 이용한 L<sub>2</sub> 오차 알고리즘을 제안한다.

II. FIR 디지털필터의 설계방법

2-1. 창함수(Window Function)를 이용하는 방법

FIR 디지털필터가 갖는 임펄스응답 h(n)을 유한구간 0 ≤ n ≤ N-1 에서 주파수특성을 더욱 개선시키고자 여러가지 창함수를 이용하여 통과대역의 끝 부분에서 일어나는 Gibbs 현상을 보상해주는 설계방법으로 필터길이를 추정하는 문제와 창함수의 개발에 많은 시간이 소요되는 단점이 있다. 이때 Gibbs 현상의 보상은 창함수를 곱하

여 새로운 임펄스응답을 정의하면

$$\tilde{h}(n) = h(n) W(n) \tag{1}$$

이고, W(n)은 창함수의 가중함수이다.

특히 창함수들 중에서 Kaiser(I<sub>0</sub>- Sinh) 창함수는

$$W(n) = \begin{cases} \frac{I_0[\alpha\sqrt{1-(K/N)^2}]}{I_0(\alpha)} & , K \leq N \\ 0 & , K > N \end{cases} \tag{2}$$

$$\text{단, } I_0(\alpha) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{(\alpha/2)^{2n}}{n!} \right]^2$$

이며, 주엽(main lobe)에서 최대의 에너지를 갖게 되므로서 거의 최적 특성을 나타내며 창의 양단에서 0이 아닌 W(n) = 1/I<sub>0</sub>(α)의 값을 갖는다. 여기서 I<sub>0</sub>는 수정된 제0종의 0차 Bessel 함수의 일종이고, α는 창의 모양을 결정하는 변수로서 리플값을 계산할 수 있는 중요한 요소이다. 즉, 필터계수를 구하여 Kaiser창함수 설계 방법은 다음과 같다. 통과대역의 리플을 δ<sub>1</sub> 정지대역의 리플을 δ<sub>2</sub> 라하면 δ<sub>1</sub> = δ<sub>2</sub> = δ 인 경우 감쇠율(Attenuation)A는

$$A = -20 \log_{10} \delta \tag{3}$$

이므로 A에 대한 α와 D의 관계는 다음과 같다.

$$\alpha = \begin{cases} 0.1102(A-8.7) & A > 50 \\ 0.5842(A-21)^{0.4} + 0.07886(A-21) & 21 < A \leq 50 \\ 0 & A \leq 21 \end{cases}$$

$$D = \begin{cases} A-7.95 & A > 21 \\ 14.36 & A < 21 \\ 0.9222 & A < 21 \end{cases}$$

이때 창의폭 D는 2N 간격과 천이대역폭 ΔF의 곱으로 (2N)(ΔF) = D 이고, 필터의 차수 N은

$$N = \frac{D}{2\Delta F} = \frac{A-7.95}{14.36(2\Delta F)} = \frac{A-7.95}{28.72\Delta F}$$

이므로 ΔF에 반비례하고 소수점이하는 반올림한다. 이러한 N의 값을 Kaiser창함수식에 대입해서 W(n)을 구하여 h(n)에 곱하면 최종적인 필터계수가 된다.

2-2. 최적화 디지털필터의 설계방법

선형외상 FIR 필터의 설계문제를 공식화할 수

있는 Chebyshev 근사화문제는 최적 필터특성을 잘 나타낸다. 주어진 필터의 원하는 주파수응답을  $D(e^{j\omega})$ , 각 주파수대역에서의 가중함수를  $W(e^{j\omega})$ 로 정의하고 정규화된 주파수대역  $F$ 는  $[0, 0.5]$ 사이의 값을 갖는다고 할때 주파수응답  $G(e^{j\omega})$ 를 갖는 근사화의 가중오차  $E(e^{j\omega})$ 는

$$E(e^{j\omega}) = W(e^{j\omega}) [D(e^{j\omega}) - G(e^{j\omega})] \quad (4)$$

이고,  $G(e^{j\omega})$ 는 주파수  $\omega$ 의 고정함수인  $Q(e^{j\omega})$ 와 독립된 Cosine 함수의 합인  $P(e^{j\omega})$ 의 곱으로 표시된다. 즉

$$G(e^{j\omega}) = Q(e^{j\omega}) P(e^{j\omega}) \quad (5)$$

윗식을 이용하여 식(4)를 다시 쓰면

$$E(e^{j\omega}) = W(e^{j\omega}) [D(e^{j\omega}) - Q(e^{j\omega}) P(e^{j\omega})]$$

$$= W(e^{j\omega}) Q(e^{j\omega}) [D(e^{j\omega})/Q(e^{j\omega}) - P(e^{j\omega})]$$

$$= \hat{W}(e^{j\omega}) [\hat{D}(e^{j\omega}) - P(e^{j\omega})] \quad (6)$$

단,  $\hat{W}(e^{j\omega}) = W(e^{j\omega}) Q(e^{j\omega})$   
 $\hat{D}(e^{j\omega}) = D(e^{j\omega})/Q(e^{j\omega})$

이며,  $G(e^{j\omega})$ 의 분리에 대한 식은 표 1과 같고 계수  $\hat{a}(n), \hat{b}(n), \hat{c}(n), \hat{d}(n)$ 으로 계산이 원활해진다.

Table 1.

경우	분류	N	임펄스응답	$a(e^{j\omega})$	$p(e^{j\omega})$
1	기수	정대칭	1	1	$\sum_{k=0}^{N-1} \hat{a}(k) \cos \omega k$
2	우수	정대칭	$\cos \frac{\omega}{2}$	$\cos \frac{\omega}{2}$	$\sum_{k=0}^{N-1} \hat{b}(k) \cos \omega k$
3	기수	반대칭	$\sin \omega$	$\sin \omega$	$\sum_{k=0}^{N-1} \hat{c}(k) \cos \omega k$
4	우수	반대칭	$\sin \frac{\omega}{2}$	$\sin \frac{\omega}{2}$	$\sum_{k=0}^{N-1} \hat{d}(k) \cos \omega k$

식(6)의 오차함수  $E(e^{j\omega})$ 의 최대절대값을 최소화하는 계수의 집합을 구하는 문제로 Chebyshev 근사화를 수학적으로 표시하면 다음과 같다.

$$\|E(e^{j\omega})\| = \text{Min}[\max |E(e^{j\omega})|] \quad (7)$$

계수  $F \in F = [0, 0.5]$ -[  $Q(e^{j\omega})=0$ 인 끝점]

식(7)은  $P(e^{j\omega})$ 가 Harr조건을 만족하는 고변이론을 취해야 한다[8][9]. 이러한 고변이론에서 주파수극점값수에 따라  $E(e^{j\omega})$ 의 최적화가 이루어지고 그 주파수극점을 이용하여 계수 및 임펄스응답을 얻는다.

한편 Remez Exchange 알고리즘은 주어진 주파수대역에서 최적 근사화의 극주파수를 찾음으로서 Chebyshev 근사화문제를 푸는 알고리즘으로 고변이론이 가중오차함수  $E(e^{j\omega})$ 에 대한 필요충분조건을 제공해 준다. 즉, 근사화오차를 최소화하는 정의식은 다음과 같다.

$$\|E(e^{j\omega})\| = \min_{F} [\max_{F} |E(e^{j\omega})|] \quad (8)$$

이때 주파수대역  $F$ 에서 적어도  $(r+1)$ 개의 극주파수값을 가져야 한다. 이러한 최적 근사화주파수를 찾는 R.E. 알고리즘의 과정은 먼저  $(r+1)$ 개의 극주파수의 초기 가정은 식(8)의 오차함수가 +, - 부호를 고대로 갖는 크기  $\delta$ 를 다음과 같이 갖도록 한다.

$$\hat{W}(e^{j\omega_k}) [\hat{D}(e^{j\omega_k}) - P(e^{j\omega_k})] = (-1)^k \delta, \quad k=0, 1, \dots, r \quad (9)$$

상,  $P(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^r a_k \cos \omega k$  이라고 가정하면 식(9)는

$$D(e^{j\omega_k}) - P(e^{j\omega_k}) = (-1)^k \delta \quad 1/\hat{W}(e^{j\omega_k})$$

$$= \sum_{k=0}^r a_k \cos \omega_k k + (-1)^k \delta \quad 1/\hat{W}(e^{j\omega_k}) \quad (10)$$

이때 행렬 형태로도 표현할 수 있다. 식(10)의 해는 Gaussian 소거법을 사용하면 구할 수 있으나 직접구하는 것이 어렵고 수행이 늦기 때문에 상술 식(11)처럼 해석적인 방법으로 계산하는 것이 더욱 효과적이다.

$$\delta = \frac{a_0 \hat{D}(e^{j\omega_0}) + a_1 \hat{D}(e^{j\omega_1}) + \dots + a_r \hat{D}(e^{j\omega_r})}{a_0 \hat{W}(e^{j\omega_0}) - a_1 \hat{W}(e^{j\omega_1}) + \dots + (-1)^r a_r \hat{W}(e^{j\omega_r})} \quad (11)$$

$$a_k = \prod_{i=0}^r \frac{1}{(x_k - x_i)}, \quad x = \cos \omega.$$

이와같이  $\delta$ 를 계산한 후 Barycentric form의 L-agrange 보간공식을 사용하여  $r$ 개의 극점주파수  $(\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_r)$ 에 대해서  $P(e^{j\omega})$ 를 보간(int interpolate) 시킨다.

$$C_k = \hat{D}(e^{j\omega_k}) - (-1)^k \frac{\delta}{\hat{W}(e^{j\omega_k})} \quad k=0, 1, \dots, r-1 \quad (12)$$

$$P(e^{j\omega}) = \frac{\sum_{k=0}^{r-1} \left( \frac{\beta_k}{x - x_k} \right) C_k}{\sum_{k=0}^{r-1} \left( \frac{\beta_k}{x - x_k} \right)} \quad \beta_k = \prod_{i=0, i \neq k}^{r-1} \frac{1}{(x_k - x_i)} \quad (13)$$

$P(e^{j\omega})$ 는 식(10)을 만족하므로  $\hat{W}(e^{j\omega}) - [(-1)^r \delta / \hat{W}(e^{j\omega_r})]$ 으로 보간시킬 수 있으며 주파수의 dense set에서  $E(e^{j\omega})$ 를 계산함에 따라  $|E(e^{j\omega})| \leq \delta$ 를 모든 주파수에 대해 성립한다면 최적 근사화가 이루어진다[1].

### III. 2 차원 FIR 디지털필터 설계방법

#### 3-1. 창에 의한 설계

2 차원 필터의 설계조건으로 주파수특성  $H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})$ 가 주어지고, 특성곡선은 주파수평면에서 주기가  $2\pi$ 인 주기함수이며 푸리에급수로 전개할 수 있다.

$$H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} h(m_1, m_2) e^{j\omega_1 m_1} e^{j\omega_2 m_2} \quad (14)$$

단,  $h(m_1, m_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) e^{-j\omega_1 m_1} e^{-j\omega_2 m_2} d\omega_1 d\omega_2$

이때  $h(n_1, n_2)$ 는 2차원 필터의 임펄스응답이며 FIR 필터를 얻기 위해서는 적당한 값의  $n_1, n_2$ 에서 절단해야하고 2차원 창  $w(n_1, n_2)$ 를 IIR 함수에 곱하면 설계된 FIR 필터의 전달함수  $\hat{h}(n_1, n_2)$ 는

$$\hat{h}(n_1, n_2) = h(n_1, n_2) w(n_1, n_2) \quad (15)$$

이고, 설계조건으로 주어진 주파수특성  $H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})$ 와 FIR 필터의 주파수특성  $\hat{H}(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})$ 의 관계는

$$\hat{H}(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) W(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) \quad (16)$$

이므로 2차원 창만 알면 FIR 필터를 얻을 수 있으며 몇가지 2차원 창은 다음과 같다.

#### (1) Rectangular 창

$$W(m_1, m_2) = \begin{cases} 1 & \sqrt{n_1^2 + n_2^2} \leq R \\ 0 & \text{기타} \end{cases}$$

#### (2) Kaiser 창

$$W(m_1, m_2) = \begin{cases} I_0[\alpha \sqrt{1 - (n_1^2 + n_2^2)/R}] & n_1^2 + n_2^2 < R \\ 0 & \text{기타} \end{cases}$$

3-2. 2차원 주파수샘플링설계방법

2 차원 주파수샘플링에 의한 디지털필터의 설계는 DFT 와 IDFT를 이용하게 되고 주파수축인  $\omega_1$  축과  $\omega_2$  축에 따라 각각 주기  $2\pi$  를 갖는 주기함수로 이루어진 평면위에 설계조건으로 주어진 주파수특성  $H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})$  를 그린 후  $\omega_1$  의 한 주기를  $N$  등분하는 직선으로 이루어진 격자점에 따라  $H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})$  를 샘플링한다. 이때 얻은 집합  $\{H(k_1, k_2); k_1 = 0, 1, \dots, N_1-1, k_2 = 0, 1, \dots, N_2-1\}$  은 2 차원 FIR필터의 함수  $h(n_1, n_2)$  을 얻고, 역DFT 를 구하면

$$h(n_1, n_2) = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} H(k_1, k_2) \exp \left[ j2\pi \left( \frac{k_1 n_1}{N_1} + \frac{k_2 n_2}{N_2} \right) \right] \quad (17)$$

이며, 주파수샘플링에 의해 설계된 2 차원 FIR필터의 주파수특성  $H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})$  는  $z$ -변환하면

$$H(z_1, z_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} h(n_1, n_2) z_1^{-n_1} z_2^{-n_2} \quad (18)$$

이고, 여기에  $z = e^{j\omega_1}$ ,  $z = e^{j\omega_2}$  를 대입하면

$$H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \left\{ \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} H(k_1, k_2) \exp \left[ j2\pi \left( \frac{k_1 n_1}{N_1} + \frac{k_2 n_2}{N_2} \right) \right] \right. \\ \left. \times \exp [-j(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2)] \right\} \\ = \sum_{k_1=0}^{N_1-1} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} H(k_1, k_2) A(k_1, k_2, \omega_1, \omega_2) \quad (19)$$

$$A(k_1, k_2, \omega_1, \omega_2) = \frac{1}{N_1 N_2} \left( \frac{1 - \exp(-jN_1 \omega_1)}{1 - \exp\{j[2\pi(k_1/N_1) - \omega_1]\}} \right) \\ \times \left( \frac{1 - \exp(-jN_2 \omega_2)}{1 - \exp\{j[2\pi(k_2/N_2) - \omega_2]\}} \right)$$

이다. 2 차원FIR 필터가 선형위상특성을 가질 조건은 샘플링에 의해 얻은  $H(k_1, k_2)$  를 정대값과 위상으로 표시하면 식(20)과 같고 대칭이면서 식(21)과 같은 조건을 만족해야 한다[1].

$$H(k_1, k_2) = |H(k_1, k_2)| e^{j\theta(k_1, k_2)} \quad (20)$$

$$|H(k_1, k_2)| = |H(k_1, N_1 - k_1)| = |H(N_1 - k_1, k_2)| \quad (21) \\ \theta(k_1, k_2) = \theta(k_1) + \theta(k_2)$$

$$\theta(k_1) = \begin{cases} -\frac{2\pi}{N_1} k_1 \left( \frac{N_1 - 1}{2} \right) & k_1 = 0, 1, \dots, NU \\ \frac{2\pi}{N_1} (N_1 - k_1) \left( \frac{N_1 - 1}{2} \right) & k_1 = NU + 1, \dots, N_1 - 1 \end{cases} \\ \theta(k_2) = \begin{cases} -\frac{2\pi}{N_2} k_2 \left( \frac{N_2 - 1}{2} \right) & k_2 = 0, 1, \dots, NV \\ \frac{2\pi}{N_2} (N_2 - k_2) \left( \frac{N_2 - 1}{2} \right) & k_2 = NV + 1, \dots, N_2 - 1 \end{cases}$$

여기서  $N_1$  과  $N_2$  가 짝수이면  $NU=N_1/2$ ,  $NV=N_2/2$  이고 홀수이면  $NU=(N_1-1)/2$ ,  $NV=(N_2-1)/2$  이다.

특히  $N_1, N_2$  가 모두 even인 경우

$$\theta\left(k_1, \frac{N_2}{2}\right) = \theta\left(\frac{N_1}{2}, k_2\right) = 0 \\ H\left(k_1, \frac{N_2}{2}\right) = H\left(\frac{N_1}{2}, k_2\right) = 0 \quad (22)$$

이고, 식(19)에 대입하면 다음과 같다.

$$H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = \exp \left\{ -j \left[ \omega_1 \left( \frac{N_1 - 1}{2} \right) + \omega_2 \left( \frac{N_2 - 1}{2} \right) \right] \right\} \frac{1}{N_1 N_2} \\ \times \left[ H(0, 0) \alpha(\omega_1, N_1) \alpha(\omega_2, N_2) \right.$$

$$+ \sum_{k_1=1}^{NU} |H(k_1, 0)| \alpha(\omega_1, N_1) \beta(\omega_1, k_1, N_1) \\ + \sum_{k_2=1}^{NV} |H(0, k_2)| \alpha(\omega_1, N_1) \beta(\omega_2, k_2, N_2) \\ \left. + \sum_{k_1=1}^{NU} \sum_{k_2=1}^{NV} |H(k_1, k_2)| \beta(\omega_1, k_1, N_1) \beta(\omega_2, k_2, N_2) \right] \\ \alpha(\omega, N) = \frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)} \quad (23)$$

$$\beta(\omega, k, N) = \frac{\sin[(\omega/2 - \pi k/N)N]}{\sin(\omega/2 - \pi k/N)} + \frac{\sin[(\omega/2 + \pi k/N)N]}{\sin(\omega/2 + \pi k/N)}$$

이때  $N_1$  과  $N_2$  가 even이면  $NU=N_1/2 - 1$ ,  $NV=N_2/2 - 1$  이고, odd 이면  $NU=(N_1-1)/2$ ,  $NV=(N_2-1)/2$  이다 따라서 식(23)은 주파수샘플링에 의해 설계한 2 차원FIR 필터가 선형위상특성을 갖게 되며 각각  $H(k_1, k_2)$  의 값을 구하는 것이 곧 2-D FIR 필터를 설계하게 된다.

IV. 시뮬레이션 결과 및 검토

식(7) 이 갖는 정규화된 주파수대역에서 R.E. 알고리즘을 적용하여 설계한 필터의 임펄스응답 특성은  $N=64$  일때 그림 1과 같다.

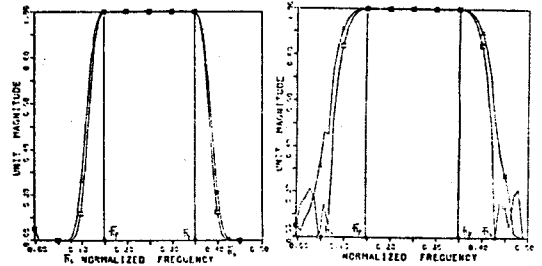


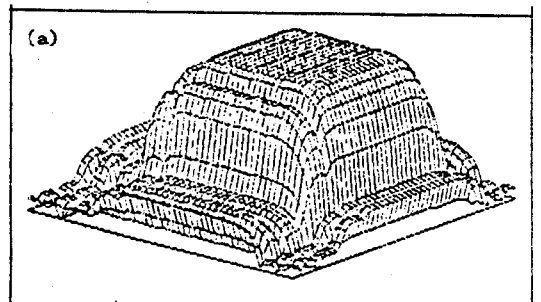
Fig.1 (a) Magnitude (b) Log Magnitude

○ : Approximation Method, X :  $L_2$  Error Method

그림 1의 특성곡선에서  $L_2$  오차방법이 근사화방법보다 리플오차가 개선되었으나  $\Delta F$  가 증가했기 때문에  $\Delta F$  및 리플이 동시에 감소하여 직사각형과 일치한다면 이상적인 응답이 될 것이다.

그림 2는  $N=64$  일때의 주파수응답특성이다.

그림 2에서 횡축선의 수는 기울기  $\Delta F$  와 밀접한 관계가 있으므로 X, Y 축의 간격이 일정하고 z 값을 나타내기 때문에 횡축선만으로  $\Delta F$  를 알 수 있으며 그림 2 (a) 에서는 4개, (b) 에서는 8개 임을 알 수 있다. 따라서  $L_2$  오차방법이 근사화방법보다 리플오차는 감소하였으나  $\Delta F$  가 증가했으므로 별로 좋은 특성이라고 볼 수 없다.



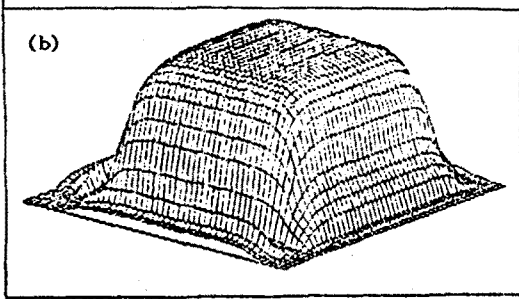


Fig.2 Frequency response of 2-Dimensional filter

(a) Approximation Method (b)  $L_2$  Error Method

그리고 본 논문에서는 기존의 알고리즘을 이용하여 설계한 필터에 가중함수로서  $I_0$ -Sinh 창함수를 이용한  $L_2$  오차 알고리즘을 제안한다.

$L_2$ 오차 알고리즘을 정의한 식은

$$|E(e^{j\omega})| = \text{Min}[\max |E(e^{j\omega})|] \quad (24)$$

이고, 가중함수는  $I_0$ -Sinh 함수이며 리플오차의 감쇠율의 선택적효과로 임펄스응답특성을 얻는다.

그 결과 그림 3에서 본 논문이 제안한 방법으로 필터의 특성곡선이 기존의 Kaiser창을 이용한 특성곡선의 Magnitude 나 Log Magnitude 에서 보다  $\Delta F$ 가 줄어드는 동시에 리플오차가 감소된 결과를 얻었다. 그림 4는 Kaiser창을 이용

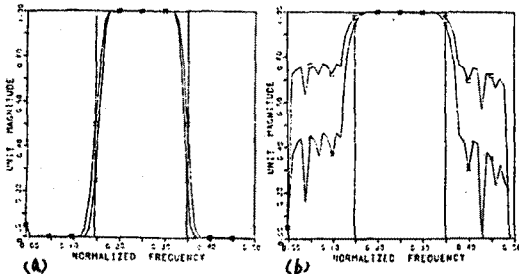


Fig.3 Responses curve using Kaiser Window

(a) Magnitude (b) Log Magnitude

□ : R.E. Method, X :  $L_2$  Error Method

한 2-D 디지털필터 응답특성곡선이고, 그림 5는 2차원  $L_2$ 오차알고리즘에 의해 설계된응답곡선이다. 따라서 본 논문이 제안한  $L_2$ 오차 알고리즘에 의해 얻어진 응답특성이  $\Delta F$  뿐만 아니라 리플오차가 상당히 개선됨을 알 수 있었다

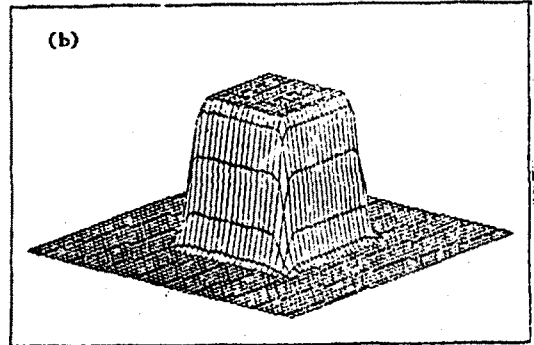
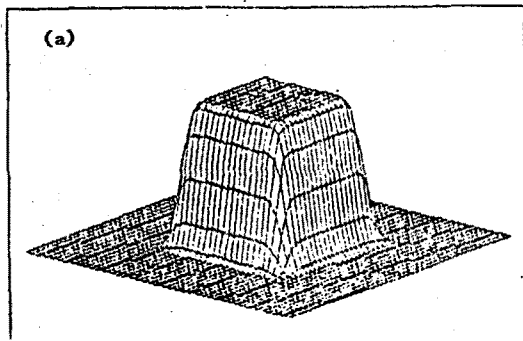


Fig.4 Frequency responses of 2-D filters using Kaiser Window

(a) 기존의방법 (b) 제안한방법

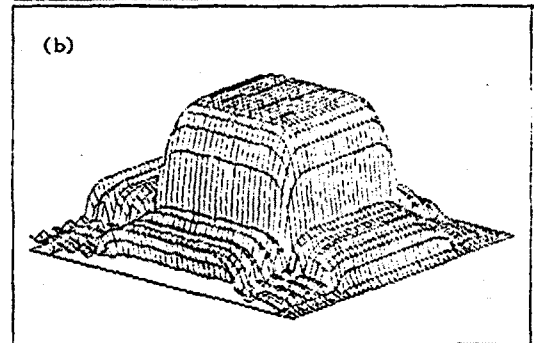
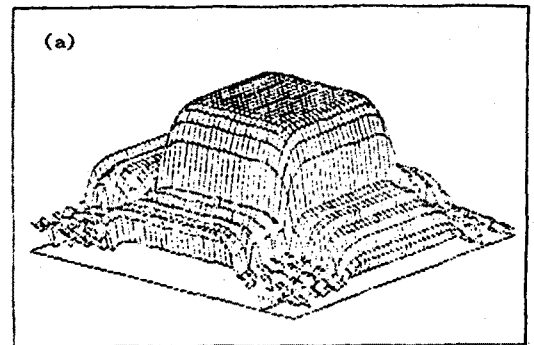


Fig.5 Two-dimensional responses characteristics

(a) 기존의 근사화방법  
(b) 제안된  $L_2$ 오차 알고리즘방법

### V. 결 론

본 논문에서는 1-D 및 2-D FIR 필터를 설계하는 방법으로  $I_0$ -Sinh 창함수를 적용한  $L_2$  오차 알고리즘을 제안하고 VAX-8700 컴퓨터시뮬레이션에 의해 FIR 디지털필터의 최적설계에 널리 이용되는 R.E. 알고리즘에 의해 얻은 결과를 비교 검토하였다. 그 결과 본 논문에서 제안한  $L_2$ 오차 알고리즘의 결과가 기존의 Kaiser 창함수를 적용한 R.E. 알고리즘의 결과보다 개선됨을 알 수 있었다. 그러나 제안된 알고리즘은 고차의 우수한 필터특성을 보여 주고 있으므로 낮은 차수에서의 필터특성을 개선할 수 있는 방법이 더욱 모색되어야 할 것으로 본다.

참 고 문 헌

- [1] L.R.Rabiner, B.Gold, "Theory and Application of Digital Signal Processing", Prentice-Hall 1975.
- [2] T.W.Parks, J.H.McCLlean, "Chebyshev Approximation for Nonrecursive Digital Filters with Linear Phase", IEEE Trans on, CT-19, Mar. 1972.
- [3] O.Herrmann, L.R.Rabiner, D.S.K.Chan, "Practical Design Rules for Optimum FIR Lowpass Digital Filters", Bell syst. Tech. J., vol-52, July-Aug. 1973.
- [4] T.W.Parks, J.H.McCLlean, "A Computer Program for the Design of Linear Phase FIR Digital Filters", IEEE Trans on, Au-20, Aug. 1972.
- [5] J.H.McCLlean, T.W.Parks, "A Unified Approach to the Design of Optimum FIR Linear Phase Digital Filters", IEEE Trans on, CT-20, NOV. 1973.
- [6] J.H.McCLlean, T.W.Parks, L.R.Rabiner, "A Computer Program for Designing Optimum FIR Linear Phase Digital Filters", IEEE Trans on, AU-21, DEC. 1973.
- [7] L.R.Rabiner, J.H.McCLlean, T.W.Parks, "FIR Digital Design Techniques Using Weighted Chebyshev Approximation", IEEE Trans on, vol-63 APR. 1975.
- [8] A.Antoniou, "New Improved Method for the Design of Weighted Chebyshev, Nonrecursive, Digital Filter", IEEE vol CAS-30, No-10, OCT. 1983.
- [9] R.W.Hamming, "Digital Filters", Prentice-Hall, 1983.

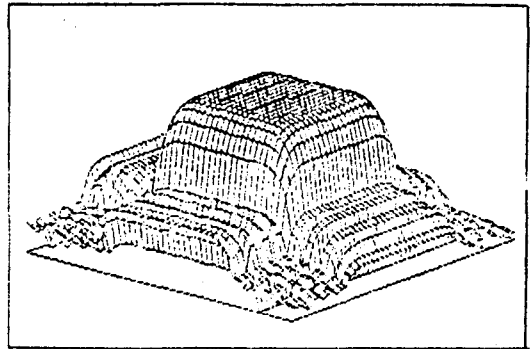


Fig. 6 Responses curve using Kaiser Window