

정상상태시 유도전동기의 등가회로 및  
정수산정에 관한 연구

백 수현, 김용  
동국대학교 전기공학과

A Study on the Equivalent Circuit and Parameter  
Estimation of I.M for steady state,

Baek Soo Hyun, Kim Yong  
Dept. of Electrical Engineering, Dongguk Univ.

Abstract

This paper proposed a new equivalent circuit and parameter estimation for I.M, which is different from T type and L type equivalent circuits. By using this circuit, we can analyze the torque of I.M, such as separately excited D.C Motor, further more, we think that this equivalent circuit is effective to the vector control system for I.M.

1. 서론

일반적으로 유도전동기의 등가회로로는 T형 등가회로 또는 L형 등가회로가 널리 이용되고 있다. 그런데 이러한 등가회로의 경우 유도전동기의 2차 자속에 대한 물리적인 의미의 파악이 곤란하므로 배터제어와 같은 고성능제어의 고찰에는 적절하지 못하게 된다.<sup>(1)</sup>

또한 T형 등가회로의 경우 공극자속을 중심으로 도출한 등가회로이므로 1차저항측정, 무부하시험, 구속시험만으로 등가회로정수를 결정하는 것은 이론적으로 불가능 하며, 그 결과 상술한 시험에 의해 등가회로정수를 결정할 때 1차, 2차 누설리액턴스를 같은 크기로 가정하여야 하는 문제점을 지니게 된다.<sup>(2)</sup>

그러므로 본 연구에서는 2차권선제고자속을 중심으로 2차누설리액턴스가 등가적으로 소거될 수 있는 새로운 형태의 등가회로를 도출하고, 이 등가회로에 대해 비교적 간단하지만, 정도가 높은 등가회로정수산정법을 제안하고자 한다.

2. 등가회로의 도출

정상상태에 대한 유도전동기의 전압, 전류방정식은 식(1)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega H & R_2 + j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (1)$$

식(1)의 전류를 식(2)와 같이 변환하면, 식(1)은 식(3)으로 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{i}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{여기서 } \dot{i}_1 = C \dot{i}_1^*$$

$$\text{단 } \alpha \text{는 임의 정수, } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}$$

$$C^T \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = C^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{i}_1 \end{bmatrix} C \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (3)$$

식(3) 으로부터 정상상태에 대한 유도전동기의 전압, 전류방정식은 식(4)로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega H & R_2 + j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (4)$$

따라서 식(4)로 표현된 정상상태에 대한 유도전동기의 등가회로는 그림1과 같다.

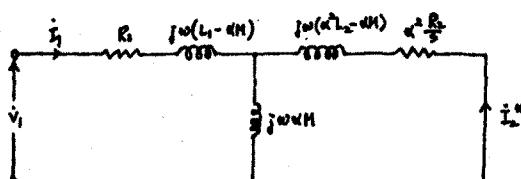
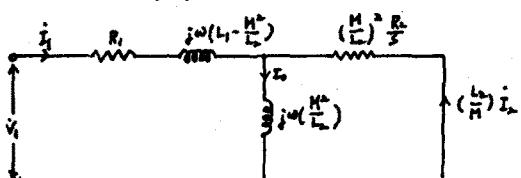


그림1. 정상상태에 대한 유도전동기의 등가회로  
그림1에서  $\dot{V}_1$ 과  $i_1$ 은 복면이므로,  $\dot{V}_1$ 은  $\alpha$ 와는 무관하며  $i_1$ 은  $\alpha = L_2/M = r_2/(r_2+L_2) = M/L_2$   
으로 선택하는 경우 2차속의 누설리액턴스는 0으로 됨을 알 수 있다. 그 결과 식(4)는 식(5)로 되며, 이에 대한 등가회로는 그림2로 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 & j\omega \frac{M^2}{L_2} \\ j\omega \frac{M^2}{L_2} & (R_2 + j\omega L_2)^2 + j\omega \frac{M^2}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (5)$$



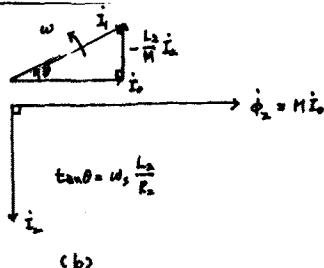


그림2. 재안 등가회로 및 페이저도

그림2(a)의 어자인더런스 ( $M^2/L$ )에서 발생되는 쇄고자속  $\dot{\phi}_o$ 와 전류 ( $L_2/M$ ) $\dot{I}_2$ 는 복소평면 상에서 직교관계를 나타내며, 이는  $\dot{\phi}_o$ 와 ( $L_2/M$ ) $\dot{I}_2$ 가 전동기내부에서 공간적으로 직교관계를 지닌다는 것을 의미하므로 어자전류  $\dot{I}_o$  및 ( $L_2/M$ ) $\dot{I}_2$ 는 전기자반작용이 없는 이상적인 타이직류기의 계자전류 및 전기자전류에 대응시킬 수 있다.<sup>42</sup> 여기서 2차전류  $\dot{I}_2$ 와  $\dot{\phi}_o$ 의 관계는 식(6)으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_o &= (M^2/L_2) \dot{I}_o \\ &= (M/L_2) \dot{\phi}_2 \quad \dots \dots \dots (6)\end{aligned}$$

단  $\dot{\phi}_2$ 는 2차권선쇄고자속으로, 식(7)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_2 &= M \dot{I}_1 + L_2 \dot{I}_2 \\ &= M \dot{I}_o \quad \dots \dots \dots (7)\end{aligned}$$

또 그림2(a)의 등가회로에서 평균토오크T는

$$\begin{aligned}T &= \dot{\phi}_o (L_2 I_o / M) \sin \psi \\ &= \dot{\phi}_2 L_o \sin \psi \quad \dots \dots \dots (8)\end{aligned}$$

단  $\dot{\phi}_o = | \dot{\phi}_o |$ ,  $\dot{\phi}_2 = | \dot{\phi}_2 |$

$\psi$ :  $\dot{\phi}_o$  와 ( $L_2/M$ ) $\dot{I}_2$  사이의 위상각  
정상상태의 경우 슬립s가 변화하여도  $\dot{\phi}_o$  와 ( $L_2/M$ ) $\dot{I}_2$ 는 항상 직교관계를 유지하게 되므로  $\sin \psi$ 는 +1(전동기운전) 혹은 -1(발전기운전) 중 어느 하나의 상태를 지니며, 또

$$\begin{aligned}\tan \theta &= (L_2/M) L_o / L_o \\ &= (L_2/M) (w S M L_o / R_o) / L_o \\ &= (L_2/M) (w_s M I_o / R_o) / T_o \\ &= L_2 w_s / R_o \quad \dots \dots \dots (9)\end{aligned}$$

따라서 그림2와 식(9)로부터 1차전류  $\dot{I}_o$ 은 슬립주파수  $w_s$ 에 의해 결정되는 위상각  $\theta$ 에 따라 어자분전류  $\dot{I}_o$ 와 토크분전류 ( $L_2/M$ ) $\dot{I}_2$ 로 구분하여 해석할 수 있게 된다.

그 결과 1차전류의 2성분  $\dot{I}_o$ 와 ( $L_2/M$ ) $\dot{I}_2$ 를 사용하여 식(8)의 평균토오크T를 결정할 수 있으며, 그림2(a)의 등가회로로 유도전동기를 표현함으로써, 유도전동기의 토크발생매커니즘을 이상적인 타이직류기와 같이 해석할 수 있다.

### 3. 등가회로 정수의 산정

#### 3-1. 1차저항 측정

식(4)로 표현된 유도전동기의 전압, 전류방정식에서  $w=0$ 인 경우

$$\dot{V}_1 = R_1 \dot{I}_1 \quad \dots \dots \dots (10)$$

따라서 식(10)으로부터 1차저항  $R_1$ 을 구할 수 있다.

#### 3-2. 무부하시시험

식(4)에서  $s=0$ 인 경우

$$\dot{V}_1 = (R_1 + j \omega L_1) \dot{I}_1 \quad \dots \dots \dots (11)$$

식(11)은 철순을 무시한 경우이며, 실제에 있어서는 철순이 존재하고, 또 그 대부분이 고정자 철심에서 발생하므로 무부하시의 철순저항  $R_c$ 를  $\omega L_1$ 과 병렬로 삽입하여 고려함으로써 그림3과 같은 등가회로를 얻을 수 있다.

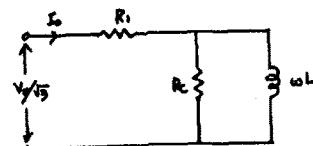


그림3. 무부하시의 등가회로

그림3에서 무부하시의 입력을  $V_1$ , 기계손을  $w_m$ , 정격선간전압을  $V_o$ , 이때의 1차전류를  $I_o$ 라하면

$$\begin{cases} R_c = A/R' \\ \omega L_1 = A/x' \end{cases} \quad \dots \dots \dots (12)$$

단,

$$\begin{cases} R' = \frac{(V_o - w_m)}{3(I_o)^2} - R_1 \\ x' = \sqrt{\frac{(V_o/w)^2}{(I_o)^2} - \left\{ \frac{(V_o - w_m)}{3(I_o)^2} \right\}^2} \end{cases} \quad \dots \dots \dots (13)$$

$$A = (R')^2 + (x')^2$$

#### 3-3. 구속시험

식(4)에서  $s=1$ 인 경우

$$\dot{V}_1 = \left[ \left( R_1 + \frac{(wM)^2}{R_2 + (wL_2)} R_2 \right) + j \left( \omega L_1 - \frac{(wM)^2}{R_2 + (wL_2)} (wL_2) \right) \right] \dot{I}_1 \quad \dots \dots \dots (14)$$

일반적으로 구속시험은 저전압으로 행하므로 철순을 무시할 수 있으며, 등가회로는 그림4와 같이 된다.

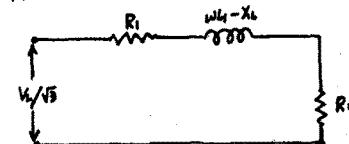


그림4. 구속시의 등가회로

그림4에서 단락전류가 정격전류의 크기와 균접될 때의 선간전압을  $V_L$ , 상전류를  $I_L$ , 입력을  $V_L$ 이라면

$$R_L = \frac{(wM)^2}{R_2^2 + (wL_2)^2} R_2 \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$X_L = \frac{(wM)^2}{R_2^2 + (wL_2)^2} wL_2 \quad \dots \dots \dots (16)$$

또  $R_L$ 과  $X_L$ 은 시험결과로부터 식(17),(18)과 같이 표현된다.

$$R_L = \frac{w_L}{3(U_1)^2} - R_1 \quad \dots \dots \dots (17)$$

$$X_L = w_L - \sqrt{\left(\frac{U_1}{R_1}\right)^2 - \left\{\frac{w_L}{3(U_1)}\right\}^2} \quad \dots \dots \dots (18)$$

식(17),(18)에서 구한  $R_L$ ,  $X_L$ 을 식(15),(16)에 대입함으로써  $wM$ ,  $wL_2$ ,  $R_2$ 를 얻을 수 있으나, 2개의 방정식으로 3개의 변수를 구하는 것이 불가능하므로 식(15),(16)에 대해 독립인 제3의 식을 유도하여야 한다.

그러나 1차속에서의 실험으로  $wM$ ,  $wL_2$ ,  $R_2$ 의 참값을 구할 수 없으므로 식(15),(16)과 독립인 임의의 방정식을 가정하여야 한다. 본 연구에서는  $wM$ 을 임의의 정수  $x_m$ 으로 하여 식(19)과 같은 제3의 방정식을 도입하기로 한다.

$$wM = x_m \quad \dots \dots \dots (19)$$

단 임의의 정수  $x_m$ 은  $0 < x_m < \infty$  이어야 한다.

식(15),(16),(19)로부터  $wL_2$ ,  $R_2$ 는 식(20),(21)로 구해진다.

$$wL_2 = \left\{ \frac{x_m^2}{(R_1^2 + X_1^2)} \right\} X_L \quad \dots \dots \dots (20)$$

$$R_2 = \left\{ \frac{x_m^2}{(R_1^2 + X_1^2)} \right\} R_L \quad \dots \dots \dots (21)$$

따라서 1차저항측정, 무부하시험, 구속시험을 통하여 그림5의 등가회로를 얻을 수 있다.

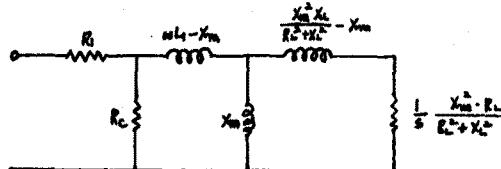


그림5. 일반적인 등가회로의 정수이 등가회로의 입학임피던스는 임의의 정수  $x_m$ 과 관계없이 1차속에서와 마찬가지로 유도전동기의 특성은 변화가 없다.

또 그림5에서 임의의 정수  $x_m$ 을 적절히 함으로써 1차, 2차 누설리액턴스를 자유로이 분할할 수 있으며, 만약  $x_m$ 을 식(22)로 한다면 그림6과 같은 등가회로 및 등가회로 정수가 구해진다.

$$x_m = \frac{(R_1^2 + X_1^2)}{X_L} \quad \dots \dots \dots (22)$$

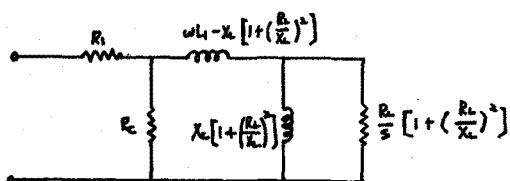


그림6. 제안등가회로의 정수

#### 4. 결론

본 연구에서 도출한 등가회로 및 정수의 산정과정은 아래와 같은 특징을 갖는다.

1) 제안 등가회로의 인덕턴스에 의해 결정되는 자속은 물리적으로 2차권선쇄고자속을 의미한다.

2) 제안등가회로의 여자인덕턴스와 2차저항을 흐르는 전류는 전기자반작용이 없는 이상적인 타이밍유기의 여자전류와 전기자 전류로 대응시킬 수 있다.

그러므로 유도전동기를 이상적인 타이밍유기로 보고 발생토오크를 해석할 수 있으며, 정상상태에 대한 평균토오크의 물리적인 의미를 파악하는 데 유용하다.

3) 1 차저항측정, 무부하시험, 구속시험으로 등가회로 정수가 용이하게 산정될 수 있다.

따라서 본 연구에서 제안하는 등가회로를 이용하여 유도전동기에 대해 고성능 제어중 하나인 벡터제어를 행한다면 보다 효과적인 결과가 얻어지리라 생각된다.

#### 참고문헌

- PAUL G.Cummings, Walter J.Marting and W.D.Bowers, "Induction Motor Efficiency Test Method." IEEE Trans., IA.vol.IA-17, No. 3, 1981. pp253-272
- J.F.Lindsay, Thomas H.Barton, "A Morden Approach to Induction Machine Parameter Identification." IEEE Industry and General Application Group pp1493-1499, October, 1971
- A.P.Russell,etc, "An Analysis of induction Motor." IEE proc., vol.129, No.5, pp243-247, 1982
- J.R.Dunki-JACOBS, . . . , "A Quantitative Analysis of Grouped Single-Phase Induction Motor." IEEE Trans., vol. IA-17, No. 2, pp125-132, MAR/APR. 1981
- S.G.R.Slemon, E.A.Ismailor, "An Analysis of the Harmonic Impedance of A Saturated Induction Machine." IEEE Trans., vol.pas-99, No.4, pp1663-1667, 1980
- K.B.Nordin, D.W.Novotny, D.S.Zinger, "The Influence of Motor parameter Deviations in feedforward field Orientation Drive System." IEEE-IAS84:22B, pp525-531, 1984