

신형 위상 신호를 이용한 위상속도 측정에 관한 연구

*고 덕영, 김 계국, 이 종악
*건국대학교 공과대학 전자공학과

A Study on Phase Velocity Measurement using Linear Phase Signal

Duck Young Ko, Kae Kuk Kim and Jong Arc Lee
*Dept. of Electronic Eng., Kon-Kuk Uni.

Abstract

In this paper, Digital signal processing method is described by the tissue characteristic quantization. Linear phase velocity is studied using linear signal, and the slope which attenuation characteristics are decreased is analysed according to frequency increase.

A more efficient method determining the minimum phase function is developed from the spectral magnitude function.

1. 서론

디지털 신호 처리에 의한 신호 처리 방법론은 우수한 분석 능력을 갖기 위해 분해능과 조직의 정량화에 관한 기본적인 문제를 서술하고자 한다. 펄스 에코법은 영상 신호의 한 방법으로 많이 쓰이고 있으며, 음향 임피던스가 서로 다른 경계면의 존재 유무를 영상화 하기 때문에 조직의 정량화에 관한 연구가 중요시 되고 있다.

조직의 정량화에 관한 주파수 의존 감쇠계수를 대상으로 수신된 비최소위상 신호와 전역통과 신호로 분해하여 주파수 분산을 분석하고, 위상속도의 측정 방법을 연구 하기로 한다.

입사신호의 트랜스듀서 특성으로 인하여 수신신호, 진폭이 조직 분석에 역효과를 야기한다. 이를 개선하기 위해 신호원 에지가 트랜스듀서에 미치는 값을 해석신호 크기로서 이산 힐버트 변환(discrete hilbert transform)을 이용하여, 위상정보를 얻기 위한 적외역 통과 필터를 구성 하였다.

주파수 의존 감쇠계수를 보정시켜 분해능을 향상 시키는 방법으로, 주파수 분산을 분석하여 위상 정보를 측정할 수 있도록 디지털 힐버트 변환(digital hilbert transform)을 해석신호로 이용 하고자 한다.

따라서 본 논문에서는 조직의 상태를 나타내주기 위한 연구로 수신된 비최소위상 신호를 최소위상 신호와 전역통과 신호로 분해하여 주파수 분산과 그러한 위상속도의 측정법을 제안한다.

1.1. 이론

1. 감쇠계수의 분석

균일한 매질속을 평면파가 전파해 갈 경우, 음파는 t시간에 $x=vt$ 만큼 진행한다. v를 매질의 음속이라 하면, 전파의 세기는 I_0 에서

$I_0 \exp -\alpha x$ 로 신호는 감쇠한다. 진폭변환 신호가 전달될때 매질내의 불균일한 입자가 들어 있을 경우, 신호 에너지를 일부는 산란된다. 즉 전체감쇠는

$$\alpha_t = \alpha_s + \alpha_r \quad (1)$$

이며, α_s 는 산란에 의해, α_r 는 매질의 흡수에 의한 값이다.

주파수 의존 감쇠계수 $\alpha_t(f)$ 는 주파수에 비례하고 있으며, 식 1은

$$\alpha_t(f) = \alpha f \quad (2)$$

가 된다.

스펙트럼 차분법(Spectral difference method)에서는 물체 손실 매질에서 감쇠는 주파수에 따라 선형적으로 변화하므로, 두께가 d인 매질에서 전달함수의 크기는

$$|H(f)| = \exp -2\pi\alpha f d \quad (3)$$

로 된다.

펄스 에코법의 경우 입사신호의 스펙트럼 $P_i(f)$ 와 반사신호의 스펙트럼 $P_o(f)$ 의 관계는 다음과 같이 될수있다.

$$|P_o(f)| = |H(f)|^2 |P_i(f)| \quad (4)$$

식(4)의 양변에 자연대수를 취하고 식(3)을 대입하면, 감쇠계수는 $\alpha = \text{slope} \{ \log |P_i(f)| - \log |P_o(f)| \} / 4\pi d$ (5) 을 얻는다. 따라서 입사신호와 반사신호의 스펙트럼에 자연대수를 취하고 그 차이를 구하면, 주파수의 선형함수가 되어 그 기울기로 부터 감쇠계수를 측정할 수 있고 이를 그림1.에 나타냈다.

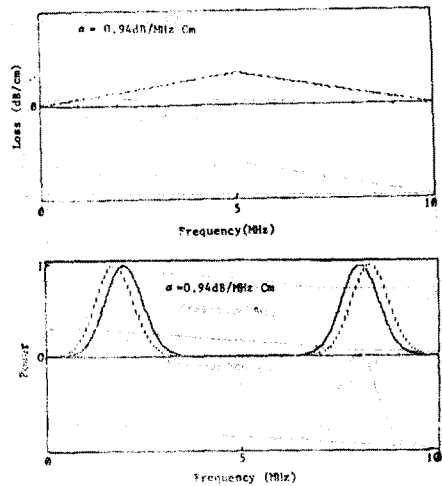


그림1. 스펙트럼 차분법과 편이법
Fig1. Spectral difference and shift method

스펙트럼 편이법(spectral shift method)은 신호가 매질을 통과할때 높은 주파수에서의 감쇠가 낮은 주파수에서 보다 크므로 신호원 스펙트럼의 중심주파수는 하향 주파수(low frequency) 쪽으로 편이가 일어난다.

따라서 물체의 부드러운 조직에서의 감쇠는 주파수의 선형함수가 되었으므로 가우스(Gause) 분포를 갖는 스펙트럼을 입사신호로 취하면, 신호는 스펙트럼의 중심이 입력신호보다 하향편이된다. 감쇠 기울기와 함께 입사신호와 반사신호의 스펙트럼을 이용할 수 있다.

$$|P(f)| = C_1 \text{Exp}(-2\pi T(f-f_1)^2) \quad (6)$$

$$|P_0(f)| = C_0 \text{Exp}(-2\pi T(f-f_0)^2) \quad (7)$$

여기서 T는 표준편차, f_1, f_0 는 중심주파수이며, 식(6)과 식(7)을 식(4)에 대입하면

$$\alpha = 2\pi T^2(f_1 - f_0)/d \quad (8)$$

로 식(8)을 이용하면 스펙트럼의 편이량 $f_1 - f_0$ 로부터 감쇠 계수를 측정할 수 있다.

다른 개략적으로 물체조직의 감쇠는 주파수의 선형함수로 해석하는 방법과 다양한 조직을 대상으로 해석하는 방법이 있다. 스펙트럼 차분법과 스펙트럼 편이법 등이 전자에 속하여, 후자의 방법으로 전달함수에 하중함수(weighted function)를 곱하여 얻는 하중-치를 비교하여 감쇠계수를 측정하는 예시 비율법이었고, 전역 스펙트럼 밀도(power spectral density)를 이용하여 불규칙(random) 매질의 감쇠계수를 측정하는 방법도 제안되고 있다.

(2) 물체 조직의 위상특성

신호의 불규칙성은 영상기술의 대표적인 병이며, 여러 분야에서 폭넓게 응용되고 있다. 신호의 분석 시스템에서 사용되는 신호라함은 비교적 작으며, 선형시불변 시스템으로 생각할 수 있다. 선형 시불변 시스템에서의 전달함수는 진폭성분과 위상성분으로 다음과 같이 나누어 볼 수 있다.

$$H(\omega) = |H(\omega)| \text{Exp}\{j\phi(\omega)\} \quad (9)$$

이런 시스템도 전역통과 시스템과 최소위상 시스템의 직렬접속으로 표현이 가능하므로, 우한한 두개의 물체조직의 또한 전역통과 시스템과 최소위상 시스템의 전달함수로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$H(\omega) = |H(\omega)| \text{Exp}\{j\phi(\omega)\} \quad (10)$$

$$H(\omega) = H(\omega) \text{Exp}\{-j\phi_{\min}(\omega)\} \cdot \text{Exp}\{j\phi_{\text{all}}(\omega)\} \quad (11)$$

으로 최소 위상 전달함수(minimum phase transfer function)인 $H_{\min}(\omega)$ 와 전-대역 전달함수(all-pass transfer function)인 $H_{\text{all}}(\omega)$ 의 곱으로 볼 수 있다.

스펙트럼의 크기는 조직에서의 주파수 의존성으로 제안된 주파수 범위 안에서 주파수의 선형함수로, 두께가 d인 경우, 전파거리에 따른 감쇠를 고려하면 전달함수의 크기는 다음과 같이 볼 수 있다.

$$H(\omega) = \text{Exp}-\alpha d(\omega)/2\pi \quad (12)$$

전역 $H(\omega)$ 에 자연대수를 취한값을 그림2에 나타냈다. 여기서 샘플링 주기는 0.01μs(100MHz Sampling)로 하였으며, 감쇠계수는 $\alpha = 0.94$ dB/cm·MHz로 하였다.

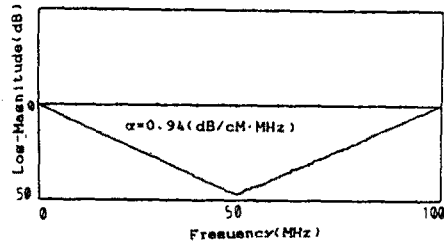


그림2. 대수-크기 특성
Fig2. Log-magnitude of the Characteristic

(3) 전역 통과와 최소위상 시스템

전역통과 시스템 함수를 $H_{\text{all}}(\omega)$ 로 할 경우,

$$H_{\text{all}}(\omega) = H_{\text{all}}(\omega) \cdot \text{Exp}\{j\phi_{\text{all}}(\omega)\} \quad (13)$$

로 볼 수 있으며, 전역통과 시스템의 스펙트럼의 크기 $|H_{\text{all}}(\omega)| = 1$ 이되며, $\phi_{\text{all}}(\omega)$ 는 전파지연(Propagation delay)항에 의해 다음과 같이 볼 수 있다.

$$\phi_{\text{all}}(\omega) = \omega \tau_d \quad (14)$$

단 τ_d 는 음속지연 시간(bulk propagation delay)이고,

(a)

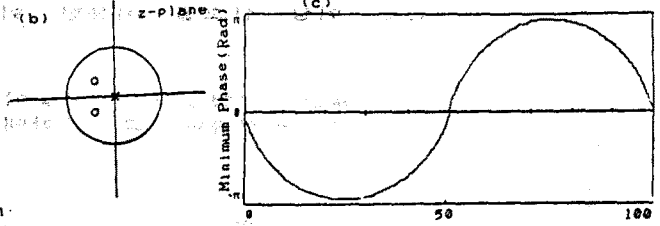
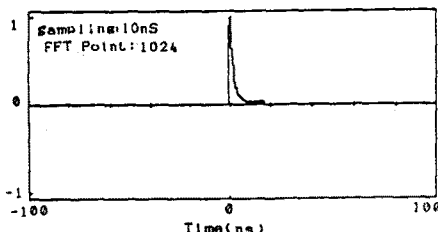


그림 3. 최소 위상 시스템의 예
Fig.3. Example of Minimum Phase System
(a) impulse response
(b) Z-plane pole-zero plot
(c) $\arg\{H_{\min}(\omega)\}$

그림3.에 최소 위상 시스템의 임펄스응답 및 위상, 극과 영점의 위치를 나타냈다.

최소 위상 시스템은 감쇠매질의 진폭특성으로, 측정 결과에 따라 주파수의 선형함수로써 측정되고 있다. 그러나 위상특성은 측정이 불가능하므로 인위성과 인위성의 측면에서 타당한 가정이 요구된다. 주파수 영역에서의 신호의 표현은 진폭과 위상을 사용함으로써 정리될 수 있다. 그러나 진폭이나 속은 위상편을 사용해서 상호보완 관계를 유지하려는 연구가 신호처리의 분야에서 연구되어 왔다. 인위성을 가지는 신호의 진폭과 위상의 관계는 힐버트-변환의 관계로 알려져 있다.

최소 위상 시스템이란 시스템의 주파수 위상특성이 최소위상인 시스템을 일컫는다. 즉 최소위상일 조건은 시스템의 주파수 특성을 $H_{\min}(\omega)$ 라 할때, $\log |H_{\min}(\omega)|$ 와 $\arg\{H_{\min}(\omega)\}$ 가 서로 Hilbert 변환 관계에 있어야한다.

따라서 주파수 복수의 상으로 알려져 있는 최소위상 함수의 위상성분은 스펙트럼의 크기로 부터 다음의 과정을 통하여 얻을 수 있다.

1) 대수 역프리에 변환으로 부터 얻을

1) Obtain from the inverse Fourier transform of the logarithm.

$$h_o(n) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \log |H(\omega)| \text{Exp}\{j\omega n\} d\omega \quad (15)$$

$$h_o(n) = \alpha d / 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} (1/n^2 - \text{Cos } n\pi/n^2) \cdot \text{sen}(n\omega) d\omega \quad (16)$$

1) $h_e(n)$ 으로 부터 $h_o(n)$ 의 기수대칭 순차 형태

1) Form the odd symmetric sequence of $h_o(n)$ from $h_e(n)$.

$$h_e(n) = \alpha d / 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} (1/n^2 - \text{Cos } n\pi/n^2) \cdot \text{sen}(n\omega) d\omega$$

$$\text{sen}(n) = \begin{cases} 1 & n > 0 \\ 0, \text{ for} & n = 0 \\ -1 & n < 0 \end{cases} \quad (17)$$

1) 불연속 푸리에 변환으로 부터 얻을

1) Obtain from the discrete Fourier transform

$$j\phi_{\min}(\omega) = \alpha d / 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} (1/n^2 - \text{Cos } n\pi/n^2) \cdot \text{sen}(n\omega) e^{-jn\omega} \quad (18)$$

$$j\phi_{\min}(\omega) = j \alpha d / 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} (\text{Cos } n\pi/n^2 - 1/n^2) \cdot \text{sin}(n\omega) \quad (19)$$

III. 신호분석 및 측정법

위상속도 측정법은 크기로 부터 나타내며, 식12, 14, 19를 식10에 대입하면, 전달함수를 얻을 수 있다.

$$H(\omega) = H_{\min}(\omega) \cdot H_{\text{all}}(\omega) \quad (20)$$

$$H(\omega) = \text{Exp}\{-\alpha d (\omega/2\pi) \text{Exp}\{j\omega \tau_d\} \cdot \text{Exp}\{j\sum_{n=1}^{\infty} (\text{Cos } n\pi/n^2 - 1/n^2) \cdot \text{sin}(n\omega)\} \quad (21)$$

주파수 영역에서의 위상속도 $V_p(\omega)$ 와 위상 $\phi(\omega)$ 와의 관계는 다음과 같이 볼 수 있다.

$$V_p(\omega) = \omega d / \phi(\omega) \quad (22)$$

여기서

$$\phi(\omega) / d = \omega \left(\tau_d + \alpha d / \pi \sum_{n=1}^{\infty} (\text{Cos } n\pi/n^2 - 1/n^2) \cdot \text{Sin}(n\omega) / \omega \right) \quad (23)$$

식23.에서 괄호안의 항은 상수에 대응되는 항 τ_d 와 주파수 의존항으로 구성되어 있으며, 이는 단위길이당위 전달지연을 뜻한다.

주파수 의존항은 물체조직의 주파수 분산을 나타내는 항이므로, 주파수 분산에 영향받지 않은 순수한 전파지연 τ_d 를 주파수의 선형함수로 최소위상신호로 부터 최소위상신호의 전역 통과신호로 변환한 다음, 전역통과 신호로부터 얻을 수 있다.

순신신호로 부터 최소 위상신호와 전역통과 신호로의 분해는 전달함수로

주어진 신호 $|H(\omega)|$ 로 부터 최소 위상신호 $H_{min}(\omega)$ 를 얻는 과정을 그림4.에 블록도로 나타냈다.

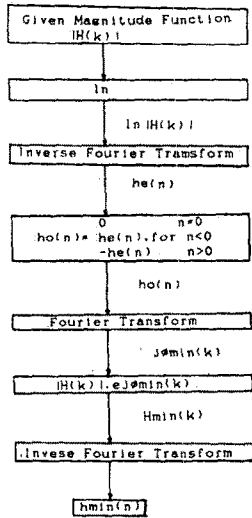


그림4. 스펙트럼 크기 함수로부터 최소위상함수를 재구성한 알고리즘

Fig.4. Algorithm to reconstruct a minimum phase function from its spectral magnitude function

신호 $h(n)$ 으로 부터 $h_{min}(n)$ 을 구한 다음, 주파수 영역에서의 위상성분이 주파수의 선형함수인 신호 $h_{all}(n)$ 은 다음의 방법에 의해 구할 수 있다. 신호 $h(n)$ 은 $h_{min}(n)$ 과 $h_{all}(n)$ 의 컨볼루션으로 표현되므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$h(n) = h_{min}(n) * h_{all}(n) = \sum_{k=0}^n h_{min}(k) \cdot h_{all}(n-k) + h_{min}(0) \cdot h_{all}(n) \quad (23)$$

따라서 $h_{all}(n) = (1/h_{min}(0)) [h(n) - \sum_{k=1}^n h_{min}(k) \cdot h_{all}(n-k)]$ (24)에 의해서 구해질 수 있다.

전역 통과 신호만을 이용한 위상속도의 측정은 두께가 d 인 물체조직으로부터 주파수 분산의 효과가 포함되어 반사된 신호를 앞에서 지정한 방법에 의해 분해하여 얻은 전역통과 신호만의 스펙트럼은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_o(f) = I_o(f) e^{-\alpha(f)d} e^{-j2\pi f d / v} \quad (25)$$

여기서 $I_o(f)$ 는 조직 표면으로 입사하는 주파수 f 인 평면파의 진폭이며, 또한 $\alpha(f)$ 와 v 는 조직의 감쇠계수와 음속이다.

기존의 방법에서는 전파모양의 매질음속은 주파수분산이 없다는 가정하에서 $P_o(f)$ 를 수신신호의 스펙트럼으로 취급하고 있다.

두께 d 인 조직의 감쇠를 무시할 수 있고, 음속이 v_0 인 매질이라고 한다면 임의의 스펙트럼 $P_o(f)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_i(f) = I_o(f) \text{Exp}(-j2\pi f d / v) \quad (26)$$

따라서 $P_o(f) / P_i(f) = \text{Exp}(-\alpha(f)d) \cdot \text{Exp}(j2\pi f (1/v_0 - 1/v)d)$ (27)로 된다.

식27.의 위상만을 취하면 $\text{Arg}(P_o(f) / P_i(f)) = 2\pi d f (1/v_0 - 1/v) = 2\pi d f \tau$ (28)

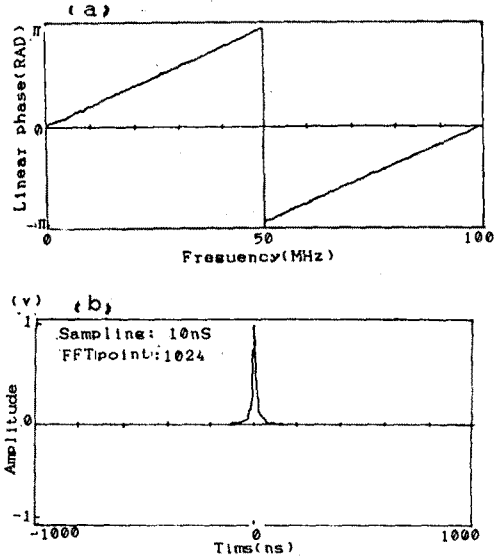
로 된다. 식28.에서 기준으로 하는 매질의 음속 v_0 를 알고 있다고 할때, 두께 d 가 측정될 수 있다면, 매질의 음속 v 는 순수한 시간 지연항인 τ 로 부터 얻을 수 있다.

IV. 컴퓨터 시뮬레이션

제2장에서 논의된 전역통과 시스템과 최소 위상 시스템의 위상특성과 임펄스 응답을 그림5. (a)와 (b)에 나타냈다.

일반적으로 디지털 시스템으로 아날로그 시스템을 모방할 일 경우, FIR 필터의 구간이 되는 FFT Point수 N 과 샘플링 시간 T_s 를 결정짓는 문제가 매우 중요하다. 즉 임의의 시간 T_s 값에 대하여 N 값은 임펄스 응답의 Aliasing effect를 좌우한다.

본 컴퓨터 시뮬레이션 실험에서는 Aliasing effect를 줄이기 위해, N 과 T_s 값을 각각 1024 point와 0.01 μ s로 하였다.



(a) 위상 특성 (b) 전대역 통과 시스템의 임펄스 응답
(a) phase characteristic (b) impulse response of all pass system

그림5. 전대역 통과 시스템
Fig.5. All Pass System.

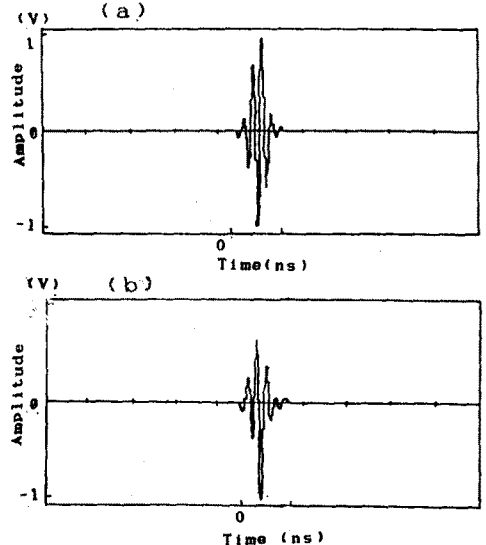


그림6. 이상적인 입사신호와 수신된 신호
Fig.6. Ideal incident signal and received signal.

(1) 수신신호로부터 최소 위상신호와 전역통과 신호의 분해
본 컴퓨터 시뮬레이션 실험에서는 입사파의 진폭특성과 같은 속성 조건에 의해 변하는 오차의 요인에 영향 받지 않는 결과를 유도하기 위해 입사신호는 그림 6. (a)와 같은 이상적인 경우를 나타냈다.

수신신호는 입사신호와 식9.로 나타나는 전달함수를 임의하여 얻었으며 그 결과를 그림6.(b)에 나타냈다.
신호의 분해법에 의해 분해된 전역통과 신호와 최소 위상신호를 그림7.과 그림8.에 나타냈다.

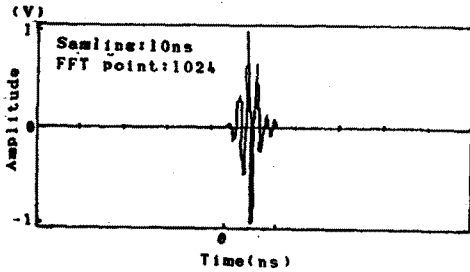


그림7. 전역 통과 시스템
Fig.7. All pass system.

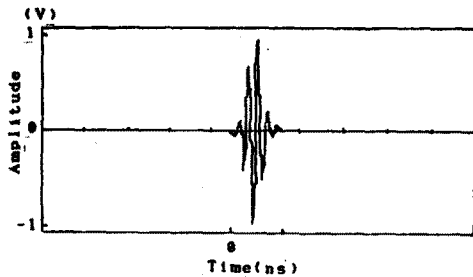


그림8. 최소 위상 시스템
Fig8. Minimum phase system.

(2) 위상속도의 측정

본 장에서는 주파수 영역에서의 입사신호와 전역통과 신호와의 위상 성분으로 부터 물체조직의 위상속도를 측정하였다.

표-1.에 가장된 물체 조직으로 부터 측정된 위상속도의 측정결과를 나타냈다.

표-1: 각각 가장된 매질에서 계산한 초음파 속도의 결과
Table-1: Results of calculated Ultrasonic Velocity in each supposed medium

Impedance Condition	Vel (Mean) (m/sec)	Vel (Est.) (m/sec)
B<K<L	1561	1562.5
F<B<M	1570	1569.5
L>K>B	1561	1562.6
M>B>F	1570	1569.5
K<L>B	1549	1550.8
F<M>B	1585	1586
L>B<K	1570	1569.5
M>F<B	1450	1449.6

where F(fat), B(blood), Muscle)

V. 결 론

본 논문에서는 물체 조직의 정량화를 목적으로 힐스에코법에 의한 위상속도의 측정법에 관해 연구하였다.

여러 팬텀(phantom)에 대한 실험적인 검사를 통해 조직의 상태를 분석할 수 있었고, 정량적인 화상으로 획득이 가능하며, 대피하는 기존의 방법보다, 5%정도 개선됨을 알았다.

스펙트럼의 크기함수로 부터 최소위상함수를 유도하였으며, 수신신호를 최소 위상신호와 전역통과 신호로 분해하였고, 분해된 전역통과 신호로 부터 순수한 시간지연에 의한 위상속도의 측정법을 제안하였다.

급후 신호 분해를 통해 디지털 필터의 설계와 범의 보상 및 출력의 외형에 관한 연구가 앞으로도 계속되어야 할 것이다.

참고문헌

- 1) J. Ophir, P. Jaeger, Spectral Shifts of Ultrasonic, Ultrasonic Imaging 4, pp282-289, 1982.
- 2) Narayana, J. Ophir, A Closed Form Method for the Measurement of Attenuation, Ultrasonic Imaging 5, pp17-21, 1983
- 3) P. A. Narayana and J. Ophir, Spectral Shifts of Ultrasonic Propagation: A Study of Theoretical and Experimental Models, Ultrasonic Imaging 5, pp22-29, 1983.
- 4) H. Schomberg, W. Vollmann and G. Mahnke, Lateral Inverse Filtering of Ultrasonic B-Scan Images, Ultrasonic Imaging 5, pp38-54, 1983.
- 5) D. E. Robinson, and M. Wins, Lateral Deconvolution of Ultrasonic Beams, Ultrasonic Imaging 6, pp1-12, 1984.
- 6) R. Vaknine and W. J. Lorenz, Lateral Filtering of Medical Ultrasonic B-scans before Image Generation, Ultrasonic Imaging 6, pp152-158, 1984.
- 7) L. S. Wilson, D. E. Robinson and B. D. Doust, Frequency Domain Processing for Ultrasonic Attenuation Measurement in Liver, Ultrasonic Imaging 6, pp278-292, 1984.