

다경로인 경우 개선된 알고리즘을 이용한  
다수의 광대역 신호의 입사각 추정

\*조정권, 박영철, 차일환, 윤대희  
연세대학교 전자공학과

Bearing Estimation of Multiple Wide Band Signals  
using Modified Algorithms in Multipath Environment

\*Jeong Kwon Cho, Young Chul Park, Il Whan Cha, Dae Hee Youn  
Dept. of Electronic Engineering, Yonsei Univ.

ABSTRACT

The UCERSS algorithm is an extended MUSIC which is used to estimate incident angles of multiple wide band signals.

The purpose of this paper is to extend the UCERSS in order to estimate the direction of arrivals of multiple wide band signals in multipath environment. The modifications of the UCERSS result in the wide band spatial smoothing and the UNSS approaches.

Computer simulation results indicate that the performances of the UNSS are superior to those of the UCERSS and the wide band spatial smoothing method.

I. 서 론

다수의 광대역 신호의 입사각을 추정하기 위해 G. Su 와 M. Norf 는 R. O. Schmidt 의 MUSIC( Multiple Signal Classification ) 알고리즘 [2] 을 2 차원으로 확장시킨 UCERSS( Unit Circle Eigendecomposition Rational Signal Subspace ) 알고리즘 [1] 을 제시하였다.

입사각을 추정하는 모든 알고리즘의 공통된 문제로서 다경로( multipath ) 일때 알고리즘의 성능이 급격히 떨어진다[4][5].

본 논문에서는 광대역 신호에 대하여 다경로인 경우에도 입사각을 추정하기 위하여 광대역 공간 smoothing 방법과 신호 부분공간을 이용하는 UNSS( Usage of Null space of Signal Subspace ) 알고리즘을 제시하고, 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 성능을 비교하였다.

II. UCERSS 알고리즘

P 개의 광대역 신호가 서로 다른 방향에서 M 개의 센서로 이루어진 동간격 d 의 선형 array 로 평행 입사하며 잡음은 공간적으로 상관관계가 없고 Gaussian이라고 가정하면, i 번째 센서에서 받은 신호를 다음과 같은 superposition으로 나타낼 수 있다.

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^P a_j(\theta_j, t) * u_j(t) + w_i(t) \quad i=1, \dots, M \quad \dots\dots\dots(2-1)$$

여기서  $a_j(\theta_j, t)$  는 j 번째 source에 대한 i 번째 센서의 임펄스 응답( impulse response )이며, \*는 convolution 기호이고,  $u_j(t)$  는 j 번째 신호,  $w_i(t)$  는 i 번째 센서출력에서의 부가잡음이다.

식(2-1)을 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\underline{y}(t) = \sum_{j=1}^P \underline{a}(\theta_j, t) * u_j(t) + \underline{w}(t) \\ = \underline{A} * \underline{u}(t) + \underline{w}(t) \quad \dots\dots\dots(2-2)$$

여기에서  $\underline{y}(t)$ ,  $\underline{w}(t)$  는  $M \times 1$ ,  $\underline{u}(t)$  는  $P \times 1$ 의 열벡터이다.

$$\underline{y}^T(t) = [ y_1(t) \dots y_M(t) ] \quad \dots\dots\dots(2-3)$$

$$\underline{w}^T(t) = [ w_1(t) \dots w_M(t) ] \quad \dots\dots\dots(2-4)$$

$$\underline{u}^T(t) = [ u_1(t) \dots u_P(t) ] \quad \dots\dots\dots(2-5)$$

식(2-2)를 Z 변환하면 다음과 같다.

$$\underline{y}(z) = \underline{A}(z)\underline{u}(z) + \underline{w}(z) \quad \dots\dots\dots(2-6)$$

여기서  $\underline{A}(z) = [ \underline{a}(\theta_1, z) \dots \underline{a}(\theta_P, z) ]$  이다.

센서의 출력벡터  $y(z)$ 의 spectral density  $S(z)$ 를 신호 spectral density와 잡음 spectral density로 나타내면 다음과 같다.

$$S(z) = E[ \underline{y}(z) \underline{y}^T(z^{-1}) ] \\ = A(z)E[ \underline{u}(z) \underline{u}^T(z^{-1}) ] A^T(z^{-1}) + E[ \underline{w}(z) \underline{w}^T(z^{-1}) ] \dots (2-7)$$

여기서  $E[ \cdot ]$ 는 통계적 평균이다.

Spectral density행렬은 단위원상의 보간점( interpolation point ) [1]에서 T개의 snapshot 벡터로 구한 covariance 행렬을 DFT(Discrete Fourier Transform)하여 얻어진다.

$$\hat{R}_k = \frac{1}{T-k} \sum_{t=k+1}^T \underline{g}(t) \underline{g}^T(t-k) \quad k = 0, \pm 1, \dots, \pm n \dots (2-8)$$

$$\hat{S}_\ell = \sum_{k=-n}^n h(k) \hat{R}_k \exp(-j 2\pi \frac{k\ell}{2n+1}) \quad \ell = 0, \dots, n \dots (2-9)$$

여기서  $\underline{g}(t)$ 는 snapshot 벡터이고,  $h(k)$ 는 가중함수( weighting function )이다.

신호의 스펙트럼에 대한 정보를 미리 알고 있지 못하는 상황에서 신호 부분공간의 추정시 전 주파수 대역에 걸쳐 같은 비중을 두는 것이 타당하므로 보간점은 단위 원상에서 균일하게 분포한다.

각 보간점에서 계산된 spectral density행렬을 eigendecomposition 하여 고유치와 고유벡터를 얻은 후 신호 부분공간의 차원을 추정한 뒤 다음과 같은 공간 스펙트럼 추정식을 사용한다.

$$P_{UCERSS}(\theta) = \frac{1}{\| \underline{a}_0^H(\theta) E_{oc} \|^2 + \sum_{\ell=1}^n 2 \| \underline{a}_\ell^H(\theta) E_{\ell c} \|^2} \dots (2-10)$$

여기에서  $E_{\ell c}$ 는 잡음 부분공간을 형성하는 고유벡터들

으로 하는 행렬이고,  $k = \frac{d\ell \sin \theta}{2n+1}$  일때 방향 벡터

$\underline{a}_{-\ell}(\theta)$ 는 다음과 같다.

$$\underline{a}_\ell^T(\theta) = [ 1 \ e^{j2\pi k} \ \dots \ e^{j2\pi(N-1)k} ] \dots (2-11)$$

### III. 광대역 공간 Smoothing

행렬로 계산되는 알고리즘의 공통된 문제로서 행렬이 full rank 를 갖지 못할 때 즉, singular 일때 알고리즘 상의 문제가 발생한다[6].

Shan 과 Kailath[3][5]는 행렬의 singularity 를 보완 하기 위해 공간 영역에서의 smoothing 을 제안하였다. 본 논문에서는 공간 smoothing 방법을 광대역으로 확장 하였다.

동간격 d 의 선형 array 를 그림 1. 과 같이 N 개의 군( group )으로 나누면 i 번째의 subarray에서 받은 신호벡터  $\underline{r}_i(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\underline{r}_i(t) = A D^{i-1} \underline{s}(t) + \underline{w}_i(t) \dots (3-1)$$

여기에서  $D^i$ 는  $P \times P$  대각행렬의 i 차 power 이다.

$$D = \text{diag} \{ e^{-j2\pi t_1}, \dots, e^{-j2\pi t_p} \} \dots (3-2)$$

$$t_i = f_0 d \sin \theta_i / c \dots (3-3)$$

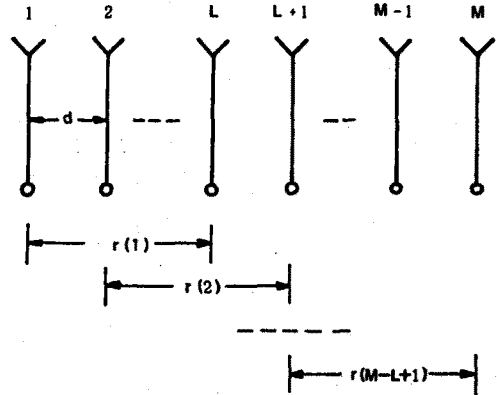


그림 1. 공간 smoothing 을 위한 subarray

Covariance 행렬  $R_{ki}$ 는 다음과 같다.

$$R_{ki} = A_k D^{i-1} S_k D^{H,i-1} A_k^H + \rho_w I \dots (3-4)$$

$S_k$ 는 source의 covariance 행렬이고, 공간적으로 smoothing 된 covariance 행렬은 subarray covariance 행렬의 평균으로 정의한다.

$$\bar{R}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_{ki} \dots (3-5)$$

여기에서  $N = M-L+1$  이다.

식 (3-4), (3-5) 로 부터

$$\begin{aligned} \bar{R}_k &= A_k \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D^{i-1} S_k D^{H,i-1} \right) A_k^H + \rho_w I \\ &= A_k \bar{S}_k A_k^H + \rho_w I \end{aligned} \quad \dots\dots (3-6)$$

이고,  $\bar{S}_k$  는 smoothing 된 신호의 covariance 행렬로 다음과 같이 주어진다.

$$\bar{S}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D^{i-1} S_k D^{H,i-1} \quad \dots\dots (3-7)$$

$N \geq P$  일때 smoothing 된 신호의 covariance 행렬  $\bar{S}_k$  는 nonsingular 하다[3].

Spectral density 행렬을 식 (2-9)과 같이 구하고, eigendecomposition 한 후 식 (2-10) 으로 공간 스펙트럼을 계산한다.

**IV. 신호 부분공간을 이용한 알고리즘**

Coherent한 신호가 입사하는 경우 공간 smoothing 방법을 통하여 공간 상관행렬의 singularity를 없앨 수 있으나 잡음 부분공간을 이용한 알고리즘이므로 bias가 많고, 해상도가 높지 못하다[4].

주 고유벡터  $v_{k,\ell}$  를 열로 하는 행렬을  $U_k$  라 하고, 이 벡터의 null 벡터를  $h$  라 하면 다음과 같은 homogeneous 행렬 방정식이 성립한다.

$$U_k h = 0 \quad \dots\dots (4-1)$$

여기에서  $U_k$  는 다음과 같이 구성된  $(M-K+1) \times K$  행렬이며  $h$  는  $K \times 1$  의 열 벡터이다. 편의상  $v_{k,\ell}(\cdot)$  를  $v(\cdot)$  로 표시한다.

$$U_k = \begin{bmatrix} v(K) & v(K-1) & \dots & v(1) \\ v(K+1) & v(K) & \dots & v(2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ v(M) & v(M-1) & \dots & v(M-K+1) \end{bmatrix} \quad \dots\dots (4-2)$$

$h$  를 구하기 위해  $U_k$  의 내적(inner product)  $F_k$  를 eigendecomposition 한다.

$$F_k = \sum_{i=1}^P U_k^H U_k \quad \dots\dots (4-3)$$

여기에서  $P$  는 공간 상관행렬의 실제 차원이며  $K$  는  $P$  보다 크고  $M$  보다 작은 선택적 파라메타이다.

$F_k$  를 eigendecomposition 하여 얻은 영 고유치에 대응하는 고유벡터를 열로 하는 행렬을  $E_{\ell_c}$  라 하면 식 (2-10)과 같은 식으로 공간 스펙트럼을 계산한다.

**V. 컴퓨터 시뮬레이션**

시뮬레이션에서의 조건은 400개의 snapshot 벡터, 20개의 lag( $n=20$ ), 신호대잡음비가 0 dB, spectral density 행렬을 구할때 Hamming window를 사용하였고, 공간 스펙트럼을 계산할때 weighting 을 하지 않았다.

센서는 전방향(omnidirectional) 으로 동일한 이득을 갖고, 주파수 특성이 평탄하며 선형 array 는 등간격으로 분포되어 있다.

시뮬레이션에서는 백색 Gaussian 잡음을 다음과 같은 대역통과 필터에 통과시킨 후  $f_0 d/c = 5$  로 지연시킨 광대역 신호를 사용하였다.

$$\text{Source 1 : } \frac{1}{1 + 0.371Z^{-1} + 0.36Z^{-2}}$$

시뮬레이션에 사용된 신호는 모두 같은 power 를 갖고, 모든 공간 스펙트럼은 5 번의 독립 수행으로 얻은 결과를 겹쳐 그린 것이다.

Source 1이  $\theta = -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ$  에서 입사하는 경우는 다경로(multipath) 문제로 취급 될수 있다.

UCERSS 알고리즘을 이용하면 그림 2. 와 같이 입사각 추정에 실패함을 알 수 있고, 이때 신호 부분공간의 차원은 4 이다.

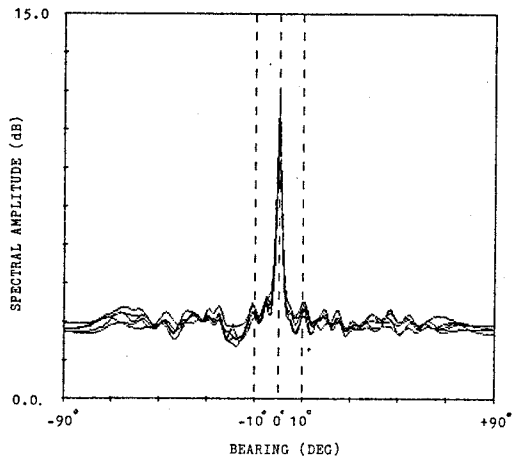


그림 2. UCERSS 알고리즘을 이용한 공간 스펙트럼

공간 상관 행렬의 singularity 를 없애는 광대역 공간 smoothing 방법은 그림 3. 에서와 같이 세 개의 신호를 모두 추정하였지만 bias가 크고, 해상도가 좋지 않다. 여기서 subarray는 3 개이고, 신호 부분공간의 차원은 3 이다.

신호의 입사각을 정확히 추정하기 위해서 신호 부분공간을 이용한 UNSS 알고리즘을 이용하여 그림 4. 와 같은 공간 스펙트럼을 얻는다. 이때 신호 부분공간의 차원은 1 이며 선택적 파라메타 K는 5 이다.

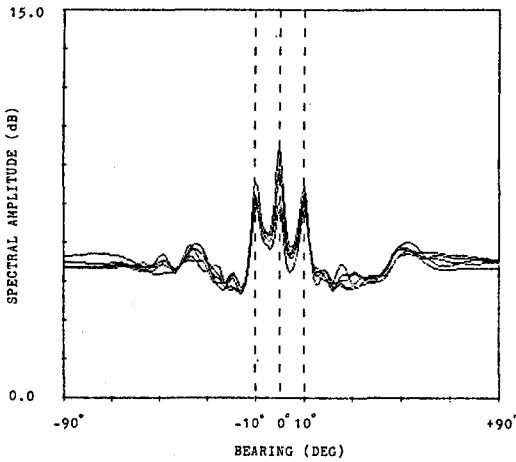


그림 3. 광대역 공간 smoothing 을 이용한 공간 스펙트럼

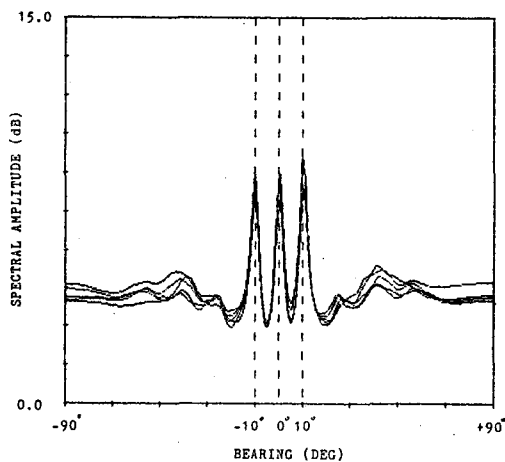


그림 4. UNSS 알고리즘을 이용한 공간 스펙트럼

## V. 결 론

다수의 광대역 신호의 입사각을 추정하는데 있어서 다경로 문제가 발생하면 UCERSS 알고리즘은 입사각을 추정하지 못한다. 행렬의 singularity 를 없애기 위해 공간 smoothing 방법을 광대역으로 확장, 적용하여 입사각을 추정할 수 있었으나 bias가 많고, 해상도가 낮음을 알 수 있었다.

따라서 다경로 경우에도 bias 를 적게 하고, 해상도를 높이기 위해 신호 부분공간을 이용한 UNSS 알고리즘을 제시하였고, 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 이 알고리즘의 성능이 UCERSS 알고리즘과 광대역 공간 smoothing 방법의 성능보다 우수함을 보였다.

## VI. 참고 문헌

- [1] G.Su & M.Morf, "The Signal Subspace Approach for Multiple Wide Band Emitter Location," IEEE, ASSP, Vol. ASSP-31, No.6, 1983
- [2] R.O.Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," IEEE, Ant. & Prop, Vol. AP-34, No.3, 1986
- [3] T.J.Shan & M.Wax & T.Kailath, "On Spatial Smoothing for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals," IEEE, ASSP, Vol. ASSP-33, No.4, 1985
- [4] J.A.Cadzow & Y.S.Kim & D.C.Shiue & Y.Sun & G.Xu, "Resolution of Coherent Signals Using Linear Array," ICASSP 87, Dallas, Texas, 1987
- [5] T.J.Shan & A.Paulraj & T.Kailath, "On Smoothed Rank Profile Tests in Eigenstructure Methods for DOA Estimation," IEEE, ASSP, Vol. ASSP-35, 1987
- [6] H.Wang & M.Kaveh, "Coherent Signal Subspace Processing for the Detection and Estimation of Angles of Arrival of Multiple Wide Band Sources," IEEE, ASSP, Vol. ASSP-33, No.4, 1985