

창립
40주년학술대회
논문 87-L-20-1

박 화세, 배 준경, 박 충국

(경의 대학교 대학원 전자공학과)

A DIGITAL ALGORITHM FOR NEAR-MINIMUM-TIME CONTROL OF ROBOT MANIPULATORS

Hwa-Sea Park, Jun-Khyung Bae, Chong-Iuk Park

(Department of Electronic Eng., Graduate School of Khyung Hee University)

ABSTRACT

For an increased level of productivity, it is important that the end-point of a robot manipulator moves from an initial location to final position in the minimum time subject to the available maximum actuator's torque (or force) at each joints. The main issue is to develop an algorithm to compute the actuators in real-time. In this paper, a digital state feedback control algorithm has been developed to obtain the near-minimum-time trajectory for the end-effector of a robot manipulator.

In this algorithm, the poles of the linearized closed loop system are judiciously placed in the Z-plane to permit minimum-time response without violating the constraints on the actuator torques. The validity of this algorithm has been established using numerical simulations. A three-link manipulator is chosen for this purpose and results are discussed for three different combinations of initial and final states.

1. 서 론

생산력이 증가됨에 따라 로봇 매뉴플레이어의 공점이 각각의 조인트에 최대 actuator-torque를 공급하여 최소 시간동안 초기위치로부터 마지막위치 까지 움직인다는 것이 중요하게 되었다. 이 논문에서의 주요한 목적은 앞에서 언급한 목적에 부합하기 위해 minimum-time 의 실시간에서 actuator-torque 를 계산하는 알고리즘을 개발하는 데 있다.

Kahn, Routh [1,2] 는 각각의 조인트에서 "bang-bang" 제어 이론을 적용하는 최적제어 이론을 사용하여 이런 목적을 설명하였다.

3 개의 링크 매뉴플레이어에 대해 운동의 비선형 방정식을 마지막점에서 선형화 하였으며, 또한 일반적인 최적제어의 해는 이러한 점에서 제어공학자들의 숙점이 되어왔다.

결국 디지털로 하기 위해 약간의 변형이 필요하게 되었다. 이 논문에서는 디지털 상태 궤환에서 actuator-torque 의 제약에 최대없이 Z-속내에 선형화된 페루우르 극점들을 배치하기 위해 near-minimum-time 을 계산하는 알고리즘을 개발하는 것이다. 이런 방법은 불연속 선형 시스템의 극점이 상태 궤환에 의해 원점에 위치하는 deadbeat제어 알고리즘에 기초를 두고 있으며, 이런 조건 아래서 시스템이 초기상태로부터 마지막 상태 까지 움직인다는 것을 알 수 있다. 결국 요구되는 조인트 torque는 만약에 마지막점에서 변위가 크다면 상한선, 하한선을 훨씬 넘게 될 것이다. 이런 경우에 있어서 극점들이 원점에 배치 되지 않는다 해도 요구되는 torque가 조건중 어느 하나를 만족하는 경우 Z-속내에 위치하게 되는 것이다. 실질적으로 마지막 상태에서 매우 큰 변위를 가질 경우 초기 에터는 크고 허용된 극점의 위치는 원점에서 멀어진다는 것을 알 수 있다. 그러므로 시스템의 상태가 마지막 상태에 접근하기 위하여 극점은 Z-속의 원점에 천이하게 되며, 원점에서 극점의 순간적인 천이는 골절 가까이에 매우 작은 진동의 결과이다. 이 논문에서는 이러한 경우에 있어서 Kahn, Routh가 사용한 PID 제어기를 부하지 않았으며, 여기서 사용한 알고리즘은 요구된 상태 궤환 변수를 구하고 마지막점 주위에 나타나는 왜란에 대해 불연속적인 선형화된 시스템을 제공한다. 결국 이런 추가적인 노력은 선형화된 시스템의 매개변수에 대해 분석적인 표현을 개발하기 위한 불필요한 작업을 없앴으며, 이 논문에 표현한 제어 알고리즘의 타당성을 수학적 시뮬레이션에 의해 설명하였다. 그림 1에서 보아온 3 개의 링크 매뉴플레이어는 이러한 목적에 의해 선택 되어졌으며, 이것은 Kahn, Routh가 사용한 것과 동일한 것이다. 이 논문에서 선형화된 시스템은 매개변수들에 대한 분석적인 표현의

개발에 의해 얻어지며, 첫째로 3개의 링크 매뉴플레이터에 대한 운동 방정식을 묘사 하였으며, 둘째로 minimum-time 디지털 제어 알고리즘의 이론을 표현 하였고, 마지막으로는 수학적 시뮬레이션으로 부터 이 알고리즘의 타당성을 입증 하였다.

2. 운동에 관한 미분 방정식

그림 1에서 보여준 시스템은 3 개의 revolute 조인트와 결합된 강체 링크를 가지고 있다. j 번째 조인트는 링크(j - 1) 와 링크 j 와 결합하며, 링크 0는 그라운드이다.

여기서 사용한 좌표 시스템은 Denavit 와 Hartenberg 규정에 의해 배치 하였다. [3]

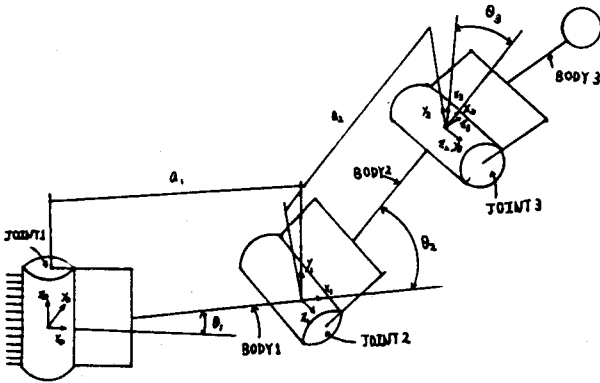


그림 1. 3 개의 링크 매뉴플레이터

i 번째 좌표는 i 번째 링크에 따라 고정되어지며 속 \dot{z}_i-1 은 i 번째 조인트에 대한 rotation속이다. $\theta_i(t)$ 는 i 번째 조인트의 각 위치 이며, $U_i(t)$ 는 i 번째 조인트의 actuator-torque 이다. 따라서 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{x}_i = F_i(X, U) \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots, 6 \quad --(1)$$

여기서

$$X = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3]^T \quad --(2)$$

그리고

$$U = [U_1, U_2, U_3]^T \quad --(3)$$

비선형 함수에 대한 표현, F_i , 는 Lagrangian approach 를 사용하여 얻을 수 있다.

3. 제약이 없는 경우

Near-minimum-time 제어

여기서 X_0 와 X_f 를 상태 초기와 마지막 값 이라고 하자. U_0 와 U_f 는 torque의 초기값과 마지막값이며 방정식 (1)을 사용하여 얻을 수

있다. near-minimum-time 경로에 대한 actuator-torque 를 계산하기 위해 deadbeat제어 알고리즘을 사용하였다. 선형화될 수 있다는 것에 기초를 두고 있다. 이런 작업에서 마지막 상태, X_f , 는 선형화된 시스템의 상태공간의 원점이 X_f 와 부합되어야 하기 때문에 선형화에 대한 동작점으로 선택 되어진다.

만약에 δX 와 δU 가 마지막 상태 주의에서 미세한 변화를 갖는다면 선형화된 시스템은 다음과 같이 주어진다.

$$\delta \dot{X} = A \delta X + B \delta U \quad --(4)$$

여기서

$$A = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right)_f, \quad B = \left(\frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right)_f$$

$$\delta X = X - X_f \quad \delta U = U - U_f$$

연속적인 신호 $U(1)$ 을 디지털 신호로 바꾸기 위해 그림 2에서와 같이 zero-order-hold(ZOH) 를 사용하였으며, 이런 경우에 불연속 시간에서의 상태 공간 방정식은 다음과 같다.

$$\delta X(1+1) = \Phi \delta X(1) + \Gamma \delta U(1) \quad --(5)$$

여기서

$$\Phi = e^{AT} = I + AT + \frac{A^2 T^2}{2!} + \dots$$

$$\Gamma = \int_0^T e^{A(T-t)} dt \cdot B$$

여기서 T : 샘플링 주기

Φ 와 Γ 의 계산을 위해, 포괄적인 알고리즘은 [3]에서 설명하였다. 따라서 요구되는 상태 궤환 제어는 방정식 (6)을 사용하여 얻을 수 있다.

$$U(1) = -K \delta X(1) \quad --(6)$$

여기서 궤환 행렬, K, 는 deadbeat제어 이론에 의해 얻을 수 있다.

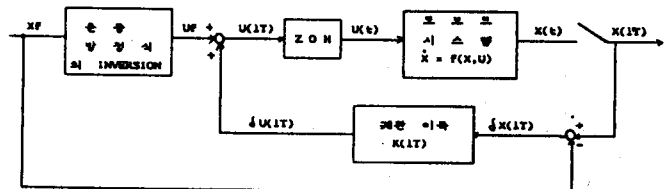


그림 2. 제어 시스템의 구조

4. 조인트 torque의 제약을 갖는 경우의 Near-minimum-time 제어
실질적인 조인트 torque각각에는 상한, 하한

선을 가지고 있으며, 단순성을 위해 이들 경계치들은 상수이며, 동일하다고 가정하자.

$$|U_i| \leq (U_{max})_i \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{--(7)}$$

여기서 $(U_{max})_i$ 는 i 번째 조인트에 대한 제한 torque이다. T 가 작아짐에 따라 페루우르 극점들은 Z -축내 단회 사이클내로 접근하게 된다.

그러므로 상태 궤환 이득이 매우 크게 되는 것을 배제하고 Z -축의 원점에 페루우르의 eigenvalues 가 위치 되어야 한다. 결국 방정식 (6)에 따라 계산되는 torque(U) 는, 실사 $dX(0)$ 가 비례적으로 작을지라도 $(U_{max})_i$ 를 넘게 된다. 만약에 원점의 페루우르 극점의 위치가 방정식(7) 에서의 제약중에 어떤 조건을 만족하지 못할지라도 그중 어느 하나를 만족하게된다면 모든 극점들은 Z -축내의 한점에 위치하게 된다. 적어도 하나의 조인트에 대해 다음과 같은 식을 만족하면 된다.

$$|U_i| = (U_{max})_i \quad \text{--(8)}$$

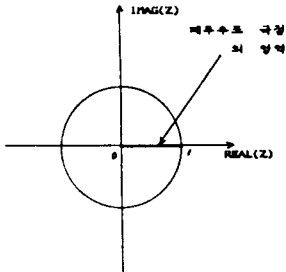


그림 3. Z-Plane에 요구되는 극점들의 위치

매뉴플레이터의 end-effector의 진동을 최소화 하기위한 페루우르의 극점에 대한 허용 가능한 영역은 그림 3과 같이 단회 사이클내 양의 실수축에 놓여야 한다.

여기서 조건(8) 에 부합되는 극점의 위치는 반복적인 수행에 위해서 얻을 수 있으며, 각각의 극점의 위치는 각각의 샘플링 주기에 따라 재배치 되어진다.

또 다른 경우에 있어서는 조건(8) 을 만족 하기 위해 다음과 같은 두개의 위치를 가져야 한다. 하나의 위치는

$$U_i(1) = (U_{max})_i \quad \text{--(9)}$$

또 다른 하나의 경우는

$$U_i(1) = -(U_{max})_i \quad \text{--(10)}$$

이다. 만약에 torque의 방향을 반전 시키지

않는다면 조인트의 속도는 매우 커지게 되며, 그 결과로서 요구되는 마지막점에 도착하는 시간이 매우 오래 걸리게 된다.

어떤 non-zero 실수 페루우르 극점에 대한 K 값을 얻기 위해 다음과 같은 알고리즘이 필요하다. 만약에 $(\eta, 0)$ 가 모든 극점의 최치라면 행렬식 K 는 다음과 같이 구해진다.

$$\det(ZI - \Phi + \Gamma K) = (Z - \eta)^n \quad \text{--(11)}$$

만약에

$$ZI = Z - \eta \quad \text{--(12)}$$

이면, 식(11)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\det(Z_1 I - (\Phi - \eta I) + \Gamma K) = Z_1^n \quad \text{--(13)}$$

식(13)은 $(\Phi - \eta I - \Gamma K)$ 의 모든 극점들은 원점에 위치한다는 것을 보여주는 것이다.

그러므로 K 를 구하기 위해 deadbeat 알고리즘을 사용하며, 행렬 Φ 는 $(\Phi - \eta I)$ 에 의해 대체 되어진다. 결국 만약에 $X_0 - X_F$ 가 매우 크다면 X_F 에 관한 Taylor급수의 고차항은 무시 되지 않는다. 실질적으로 이러한 방법을 사용하여 얻은 수학적 결과는 마지막점을 선형화하여 사용한 것과 거의 차이가 없으며, 수학적 시뮬레이션의 결과도 부터 심지어 $X_0 - X_F$ 가 매우 클때에도 이러한 방법이 만족한 결과를 가질 수 있다는 것을 보여 주었다.

5. 수학적 결과와 토론

Near-minimum-time 제어 알고리즘의 효율적인 테스트를 위하여, 수학적 시뮬레이션은 표1 에서 보여준 초기 상태와 마지막 상태의 세계의 값으로 실행하였다. 컴퓨터 시뮬레이션에 사용된 3개의 링크 매뉴플레이터의 여러가지 파라미터들은 표2 에서보여 주었으며, 이를 파라미터와 초기값, 마지막값은 [1]에서 사용한 것과 동일한 값들이다. 최적 제어로부터의 결과와 이 논문에서 표현한 알고리즘의 결과와 비교 하였으며, 행렬 $K(1)$ 은 상태 전류값에 의존하는 페루우르 극점의 최치로서 Time-variant이다.

초기 상태와 마지막 상태가 매우 큰 차이를 가질지라도 요구되는 상태는 시스템에 접근하며, 마지막 상태에서 거의 진동이 없다.

[1,2]의 결과와 이들 시뮬레이션의 결과와 비교하기 위해 rise-time, tr,은 그들의 초기 값들이 $1X$ 내에 먼저 도착하는 모든 조인트-각, θ_i 의 변위에서의 시간으로서 정의 한

다. t_r 의 값은 표3 에서 보여준 것과 같이 거의 동일한 값을 가진다. 여기서 각각의 경우에 있어서 변화차가 큰것은 torque의 부호를 반전하기 때문이다.

6. 결 론

디지털 제어 알고리즘은 모노드 매뉴플레이터의 end-effector의 near-minimum-time경로를 얻기 위한 알고리즘을 개발하는 것이다.

이런 알고리즘은 마지막 상태에서 선형화된 시스템의 모든 극점은 만약에 torque의 제약에 의해 위치가 없다면, 모든 상태 궤환의 원점에 위치 하게된다. 만약에 torque의 제약 때문에 원점에 배치되지 않는해도, 적어도 조인트의 torque의 제약조건중 어느 하나를 만족할 경우 Z-축내에 위치하게 된다. 이 알고리즘의 타당성을 위하여 수학적 시뮬레이션을 하였으며, 시뮬레이션 결과 궤적내에 진동이 거의 없으며, rise-time, t_r , 은 최적제어 이론을 사용하여 얻은 결과와 거의 차이가 없음을 알 수 있었다. 또한 이러한 알고리즘은 실질적인 디지털화 되어야하며, 마이크로 프로세서를 사용하면 더욱더 안정한 값을 얻을 수 있을 것이다.

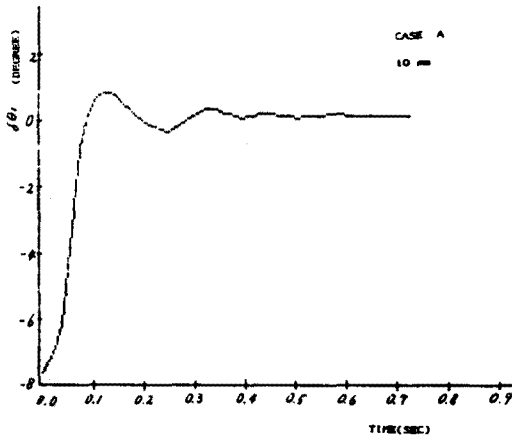


그림 5. 10mm 데 시간

	X_p	X_f
CASE A	[-7.7, -24.8, 73.55, 2.03, 314.55, 1.41]	[0, 0, 90, 0, 0, 0]
CASE B	[-10.62, -41.63, 81.16, 0.88, -98.41, 0.35]	[0, -90, 180, 0, 0, 0]
CASE C	[-52.17, -71.55, 12.40, 0.56, 4.48, -35.8]	[0, -90, 90, 0, 0, 0]

표 1. 초기값과 목표값

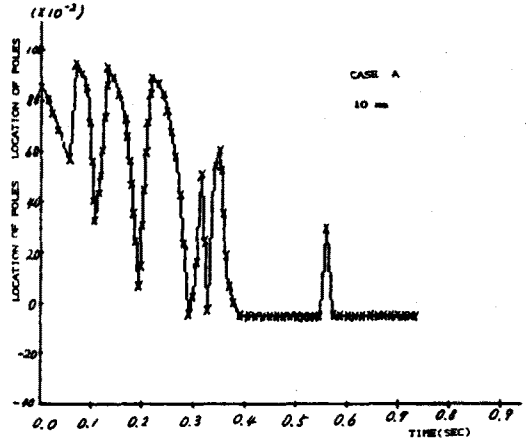


그림 6. 네 주축 극점들의 위치 (CASE A)

	1	2	3	4
M1	13.1339	10.3320	6.4443	Kg
M2	0.1568	0.4443	0.0	meter
I	$\pi/2$	0.0	$\pi/2$	radian
X1*	-0.0493	-0.1618	0.0	meter
Z1*	0.0	0.0	0.2718	meter
K11	5.6064	3.9290	82.0644	meter (x10)
K12	8.9196	47.8064	81.9353	meter (x10)
K13	13.2387	45.4838	1.4000	meter (x10)
(Umax)1	225.96	225.96	112.98	N.m

표 2. 모노드 모델의 파라메타값

	RISE - TIME (ms)			RISE [1, 2] TIME (ms)
	T = 10mm	T = 15mm	T = 20mm	
CASE A	120	122	105	156.4
CASE B	80	100	145	102.5
CASE C	135	140	130	220.9

표 3. Rise - Time 의 비교

참 고 문 헌

- 1] Kahn, M. E., "The Near-Minimum-Time Control of Open-Loop Articulated Kinematic," Ph. D. Dissertation, Stanford University, December 1969.
- 2] Kahn, M. E. and Routh, B., "The Near-Minimum-Time Control of Open-Loop Articulated Kinematic," Trans. ASME J. Dynamic Syst., Meas., Contr., Vol> 93, No 3, pp. 164-172 September 1971.
- 3] Denavit, J. and Hartenberg, R. S., "A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices," ASME J. Applied Mechanics June 1955, pp. 215-221
- 4] Franklin, G. f. and Powell, J. D., Digital Control of Dynamic Systems, Addison-Wesley Company