

밴드행열을 이용한 최적측정점선정에 관한 연구

송 경빈<sup>0</sup> 최상봉 문영현

연세대학교 전기공학과

Optimal Measurement System Design by Using Band Matrix

Song Kyung Bin<sup>0</sup> Choi Sang Bong Moon Young Hyun

Yonsei Univ. Dept. of Electrical Eng.

ABSTRACT

This paper presents a new algorithm of optimal measurement system by using band matrix characteristic respectively for state estimation.

A performance index of measurement system is established to reflect relation among measurement sets, probability of measurement failure and cost of individual meter installation.

Selection ranking in the candidates of measurement sets is composed to guarantee the observability for any single meter outage.

Performance index sensitivity is introduced and recursive formula which based on the matrix inversion lemma is used for selection.

The proposed algorithm is composed of successive addition algorithm, successive elimination algorithm and combinatorial algorithm. The band matrix characteristic could save in memory requirements and calculate the performance index faster than earlier.

웨이 언방전력시스템(Norway State Power System)

에서는 Koglin 알고리즘을 개선하여 계통의 측정 시스템을 설계하였다. K.Phaeu와 T.S. Dillon [3]은 경제성을 고려한 측정점선정 방법을 제시하고 있으나 시스템의 수학적 모델링 및 계산이 복잡하기 때문에 대규모 계통 적용에 난점이 있다.

본 연구에서는 대규모 계통에 적용가능하고 보다 바른 알고리즘을 제시한다. 이것은 최적측정점선정에 관한 기초이론을 바탕으로 대규모 계통 적용에 관계되는 제반문제의 해결방안으로 일차원 배열법을 이용하고, 밴드행열을 사용한다. 이 기법은 상태추정 오차공분산행열을 밴드행열로 근사화시킴으로서 소요 시간을 대폭 단축했으며 정보행열을 분할하고 일차원 배열법을 사용함으로서 소요기억용량을 절감하여 신속하고 효과적인 대규모계통 적용기법을 제시한다.

II. 본 론

1. 측정점선정문제의 모델링

계통측정방정식은 상태변수 비선형함수이며 다음과 같이 쓸 수 있다.

I. 본 론

대규모, 대용량 전력계통을 효율적으로 제어하기 위하여 계통의 현재상태를 정확하게 파악해야 한다. 현재의 상태는 측정계기가 설치되어 있는 각 측정 지점으로 전송되어온 정보로서 계산 되어진다. 본 연구는 대규모 전력계통에서 밴드행열을 이용하여 상태추정을 위한 최적측정점선정을 목적으로 한다.

Koglin 교수[2]는 상태추정 정확도를 분석하여 측정점을 선정하는 알고리즘을 개발하였으며 노르

$$z = h(x) + v \quad (1)$$

고장 발생 확률과 관심량을 적용한 평균 상태추정 오자(상태추정오차 공분산행열의 평균 Trace 값)인 평가함수  $\hat{J}_{av}$ 는 다음과 같이 유도된다.

$$\hat{J}_{av} = E [ \text{Trace } GPG^T ] \quad (2)$$

$$= \sum_{E_k \in S_2} \text{Prob}(E_k) \text{Trace } GP_{E_k} G^T \quad (3)$$

## 밴드행렬을 이용한 최적측정점선정에 관한 연구

### ◦ 최적화 알고리즘

선정기법은 측정감도 및 상태추정오차계산을 용이하게 하도록 역행열정리(matrix inversion lemma)에 의한 순환공식(recursive formula)을 사용함으로써 최적측정점선정 알고리즘이 개발된다.[1]

본 연구에서 사용한 알고리즘을 간략히 기술하면 다음과 같다.

(i) 측정계기는 모든 모선에 설치되어 있다고 가정하고 요구되는 상태추정 정확도( $\hat{J}_{sp}$ )를 지정한다.

(ii) 모든 측정 후보지의 감도를 계산한다.

측정계기에 대한 감도는 다음과 같이 정의된다.

$$k_i = (\hat{J}_{sp} - \hat{J})/C_{B_i}$$

단,  $C_{B_i}$  : 측정계기  $i$ 의 설정비율

$\hat{J}_{sp}$  : 측정계기  $i$ 의 초기 후에 계산된 평가 함수

(iii) 측정후보로부터 측정감도가 가장 적은 측정계기를 제거한다.

(iv) 모든 단일 측정미터고장을 고려함으로서 상태추정량  $\hat{J}$ 의 평가함수를 계산한다. 만일  $\hat{J}$ 가  $\hat{J}_{sp}$  보다 작으면 단계 (ii)로 간다.

(v)  $\hat{J}$ 가  $\hat{J}_{sp}$  보다 크다면 전단계에서 제거된 측정계기를 복구시킨다.

(vi) 최종단계까지 남아 있는 측정점을 최적측정점으로 선정한다.

### 2. 대규모 계통 적용을 위한 기법

위의 수학적 모델링은 대규모 전력계통의 측정점설계에 다음의 난점을 해결해야만 한다.

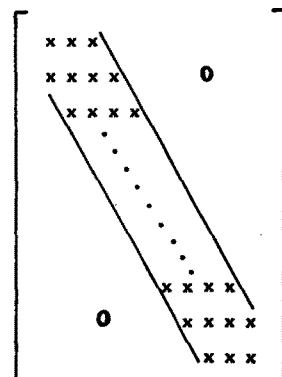
(i) 측정계기의 고장을 고려한 각 측정미터의 감도를 계산할 때 역행열보조정리를 이용하여 SEE공분산행렬을 계산할 저라도 상당한 시간을 요구한다.

(ii) 시스템이 커짐에 따라 정보행렬 차원이 엄청나게 커져 컴퓨터 기억 용량의 제한을 받으며 계산실행시간을 지연시키는 요인이 된다.

위의 문제를 해결하기 위하여 시스템의 특성을 이용하여 SEE공분산행렬을 밴드행렬로 근사화시키고, 자코비행렬을 분할하고 일차원배열로 구성함으로써 신속하고 효율적인 계산을 수행한다.

### (1) SEE공분산행렬의 밴드행렬특성

상태추정오차공분산행렬  $P$ 의 요소  $P_{ij}$  ( $P_{ij} = E[(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j)^T]$ )는 상태변수  $x_i$ 와  $x_j$  사이의 상관계수를 나타낸다. 따라서 상태변수  $x_i$ 와  $x_j$ 의 관계가 적다면 거의 영이 될 것이다. 전력계통의 측정계기는 각 모선에 유효·무효전력과 모선전압 그리고 선로의 양단에 선로전력을 측정한다.  $i, j$  모선의 측정값(위상각  $\theta_i, \theta_j$ )은 위상학적으로 그 모선으로부터 멀리 떨어진 모선의 부하변동, 발전량의 변화 혹은 사고발생등에 의해 크게 변하지 않는 아주 작은 상관관계를 갖는다. 또한 모선 전압도 같은 성질이 나타난다. 인접한 모선의 상태변수가 상관계수가 높도록 배열하면 SEE공분산 행렬의 대각요소주변값이 비대각요소값보다 현저히 큰 값을 갖는다. 즉 비각요소값은 무시할 수 있다. 따라서 SEE공분산행렬의 대각요소주변의 값만 취하여 그림1과 같이 밴드행렬로 만들므로서 근사화가 가능하다.



'x'는 비영요소의 위치를 표시한다.

그림1. 밴드행렬로 근사화된 SEE공분산행렬

SEE공분산행렬  $P$ 의 밴드행렬특성을 이용함으로서 측정점선정 알고리즘 수행에서 대부분 계산시간이 소요되는 감도계산이 신속히 계산된다. 즉 컴퓨터 시뮬레이션에서 계산시간을 대폭 절감할 수 있다.

컴퓨터 시뮬레이션을 통해 얻어진 SEE공분산행렬의 특성을 보면 다음과 같다.(그림2, 참조) 6모선의 경우 대부분 모선이 인접하여 있다. 따라서 각 모선간의 상관계수는 적고, SEE공분산행렬의 대각선 주변요소의 값이 비대각선 주변요소의 값에 비해 큰 차이가 없다. 14모선의 경우 SEE공분산행렬 각 행에서 약 4-5개의 대각요소가 비대각요소에 비해 10<sup>1</sup>

사이가 나타나는 것을 확인했다. 그리고 57보선의 경우 SEE공분산행렬 각 행에서 약 5-6개의 대각요소가 비대각요소에 비해 약  $10^{-43}$  차이를 가져 100%에 가까운 균사화를 볼 수 있었다.(그림2참조) 위의 결과로 예측해 볼 때 계통이 커짐에 따라 SEE공분산행렬의 밴드폭은 약간씩 증가시키면 더욱 정확한 균사화할 수 있을 것으로 예상된다.

6보선계통 14보선계통 57보선계통

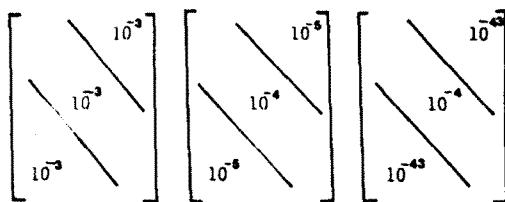


그림 2. SEE공분산행렬요소의 밴드행열특성

## (2) 소요기억용량 감축

분할방법(Decoupled Method)에 의하여 SEE공분산행렬과 자코비행렬의 소요기억용량을 감소시켰으며, 일자원배열법으로 분할된(Decoupled) 자코비행렬의 소요기억용량을 대폭 감소시켰다.

## 1) 분할방법

상기 (1)식의 측정모델은 다음과 같이 분할된 분할선형측정모델(decoupled linearized measurement model)화하여 사용한다.

$$\begin{bmatrix} \underline{z}_p \\ \underline{z}_o \\ \underline{z}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_p(\theta, \underline{y}) \\ h_o(\theta, \underline{y}) \\ h_v(\theta, \underline{y}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{v}_p \\ \underline{v}_o \\ \underline{v}_v \end{bmatrix}$$

그 다음, 자코비행렬  $H$ 는 분할방법(Decoupled Method)을 사용하여 균사화시킬 수 있다. 즉,

$$H = \begin{bmatrix} H_p & 0 \\ 0 & H_o \\ 0 & H_v \end{bmatrix}$$

$$\text{단, } H = \frac{\partial h}{\partial \theta}, \quad H = \frac{\partial h}{\partial V}, \quad H = \frac{\partial h}{\partial V}$$

SEE공분산행렬도 다음처럼 분할하여 소요기억용량을 줄인다.

$$P = \begin{bmatrix} P_p & 0 \\ 0 & P_v \end{bmatrix}$$

$$\text{단, } P_p = E[(\hat{\theta} - \bar{\theta})(\hat{\theta} - \bar{\theta})^T] = [H^T H]^T$$

$$P_v = E[(\hat{V} - \bar{V})(\hat{V} - \bar{V})^T] = [H_o^T H_o + H_v^T H_v]^{-1}$$

자코비행렬  $H$ 를 기억하는 대신 분할방법을 사용하여  $H_p$ ,  $H_o$ ,  $H_v$ 를 기억한다. SEE공분산행렬  $P$ 의 경우도  $P$  대신  $P_p$ ,  $P_v$ 로 기억시킨다. 따라서 자코비행렬과 SEE공분산행렬  $P$ 의 기억용량을 감축할 수 있었다.

## 2) 일자원배열법

자코비행렬의 요소는 시스템의 연결상태 및 특성을 나타낸다. 따라서 보선에 해당하는 행(row)은 많아야 5개의 비영요소를 갖고 선로에 해당하는 행은 단지 두 요소만이 비영요소이므로 소(sparse)함을 알 수 있다. 자코비행렬  $H$ 는 소함으로 비영요소에 대해서만 그 위치와 그 값을 기억시켜 둘으로써 소요기억용량을 대폭 줄일 수 있다. 100보선 150선로계통의 경우 자코비행렬  $H$ 는 약 180K 바이트의 기억용량이 필요하다. 그러나 일자원배열법을 사용하면 약 8K바이트의 기억용량밖에 요구되지 않는다. 이것은 전의 방법보다 기억용량을 96.6% 절감할 수 있다.

## 3. 샘플계통에 대한 적용

앞에서 제시한 밴드행열을 이용한 최적화 알고리즘을 6-보선계통에 적용함으로써 그 효율성을 예시하고자 한다. 그림3은 6-보선 샘플계통을 나타낸다. 모든 보선에 보선주입유효전력, 보선주입무효전력, 유효전력조류, 무효전력조류 및 보선전압 절대치의 측정계기가 놓여있다. 그리고 측정점번호가 부여되어 있으며 측정계기위치는 으로 표시되어 있다. 사각형 내의 원판번호는 유효전력측정번호이고 오른쪽번호는 무효전력 측정번호이다. 그리고 삼각형내에 있는 번호는 전압 절대치 측정을 나타낸다. 여기서 모든 측정계기 각각의 유용도(availability)는 0.95/년인 것으로 가정했다. 각 측정계기  $K$ 에 대한 측정오차가 정규분포(normal Gaussian distribution)를 갖고 각 측정점오차공분산은  $\sigma_k^2 = 10^{-2}$ 로 가정하였다. 그리고, 상태변수를 관심량(interesting quantities)으로 간주하여  $y=x$ 로 보았다. 각 측정계기의 설비투자비용은 모든 계기에 대해 동일한 것으로 가정했다.

6-보선 계통에 대한 상태추정정확도의 요구조건은 모든 상태변수들에 대한 상태추정오차 공분산행렬의 평균트레이스값(average of Trace P :  $\hat{J} = 3.764 \times 10^{-3}$ )과 같거나 그 이하가 되어야 한다.

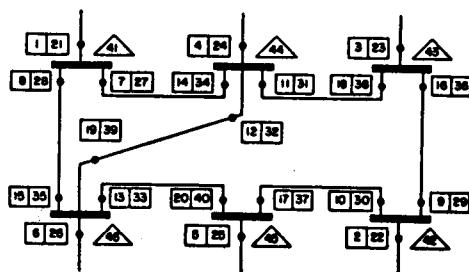


그림3. 측정점 세트를 가진 6-보선 셈플계통

밴드행렬을 이용한 최적화 알고리즘에 따른 최종 선정된 측정세트는 표1.에 나타났다.

표1. 밴드행렬을 이용한 알고리즘 적용에  
의한 최종 측정점 세트

측정 보선번호	( 3,23) ( 4,24)( 5,25) ( 6,26)
측정 선로번호	(11,31) (12,32) (18,38) (19,39)
전압 측정보선	41,42,43,44,45,46

본 알고리즘을 컴퓨터 시뮬레이션 한 결과는 다음과 같다. 밴드행렬을 이용한 알고리즘과 제거 알고리즘[1]에 의한 최종측정세트는 4개의 측정 지점에서 차이가 나타났다. 밴드행렬을 이용하여 계산된 SEE공분산행렬의 평균 트레이스값( $3.764 \times 10^{-2}$ )은 제거 알고리즘에 의해 계산된 SEE공분산행렬의 평균트레이스값( $2.03 \times 10^{-2}$ )과 차이가 있다. 그 이유는 그림2.를 보면 알 수 있듯이 6보선의 경우 대각주변요소가 그 밖의 요소보다 훨씬 크지 않기 때문에 나타난 오차라고 생각된다. 그리고 14보선이나 57보선 등 대규모 계통으로 갈수록 대각주변요소가 비대각요소보다 큰 값을 갖으므로(그림2. 참조), 위의 두 알고리즘 사이의 정확도 차이는 해결될 것으로 생각된다.

### III. 결론

본 연구에서 밴드행렬을 이용하여 전력계통 상태추정을 위한 최적측정점선정을 한 결과 다음과 결론을 얻었다.

- (1) 상태추정오차공분산 행렬을 밴드행열로 근사화시켜 측정계기의 감도계산을 종래의 방법보다 신속하게 수행하여, 소요계산시간을 대폭 단축시켰다.
- (2) 대규모 계통일수록 근사화가 정확하여 밴드행열을 이용하지 않은 방법과 거의 같은 상태추정 정확도를 갖는다.
- (3) 단일 계기고장이 발생 하더라도 가관측성이 보장된다.
- (4) 자코비행열의 분할과 일차원배열법을 적용하여 대폭 소요기억용량을 절감하였다.
- (5) 정보행열의 소요기억용량 절감으로 마이크로 컴퓨터로 약 100보선 정도의 전력계통의 측정점을 쉽게 할 수 있다.

### 참고문헌

- (1) Young Moon Park, Jae Chul Kim, Young Hyun Moon, Jin Boo Choo, Tae Won Kwon, Optimal Meter Placement for state Estimation, IFAC SYMPOSIUM, 1986.
- (2) H. J. Koglin, "Optimal Measuring System for State Estimation", Proc. PSCC Conference, paper 2.3/12, Cambridge, Sept. 1975.
- (3) K. Phua, T. S. Dillon, "Optimal Choice of Measurements for State Estimation", PICA Conference, 1977.
- (4) S. Aam, L. Holten, O. Gjerde, "Design of the Measurement System for State Estimation in the Norwegian High-Voltage Transmission Network", IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-102, No.12, Dec. 1983, pp.3769-3777.
- (5) E.E. Fetzer, P.M. Anderson, "Observability in the State Estimation of Power System", IEEE Transactions on Pas, Vol. PAS-94, Nov./Dec. 1975, pp.1981-1988.
- (6) 한국전력공사, "전력계통 상태추정을 위한 측정점선정에 관한 연구"(최종보고서), 1987. 3. pp. 48-133.