

창 립
40주년학술대회
논문 87-B-20-5

개인용 컴퓨터를 이용한 비선형 제어 시스템의
해석 및 설계에 관한 연구
남 문 현 정 철
건국대학교 전기공학과

A Study on the Analysis and Design of Nonlinear
Control Systems using Personal Computer

Moon-Hyun, Nam and Cheol, Jeong
Dept. of Electrical Engineering, Kon-Kuk University, Seoul

ABSTRACT

The objective of this paper is to develop computer programs to aid in the design and analysis of control systems in which nonlinear characteristics exist.

Control systems are dynamic systems, which can be described using various mathematical models. A convenient model for digital computer simulation is the state model in which described using a set of linear and non linear first order differential equations.

The digital simulation was performed on a IBM PC/XT personal computer, and the computer language was BASIC.

There are four possible configurations from which a user may choose. When running a program, the user is asked to enter the system parameters according to a specified control system configurations are:

1. A control system with a nonlinear element followed by a plant in a feedback configuration(NLSVF1).
2. A control system with a nonlinear device situated between two plants in a feedback configuration(NLSVF2).
3. A control system with a nonlinear element followed by a plant, followed by a time delay in feedback configuration(TLAG).
4. A motor and load with a backlash nonlinearity between dynamic portions of the motor/load configuration(BACKLASH).

The matrix form state equations are integrated using combination the trapezoidal method and fixed point iteration. Several cases which have nonlinearity were implemented on the computer and the results were discussed.

I. 서론

일반적으로 비선형 제어 시스템의 설계절차는 매우 복잡하고 번거롭다. 때로는 실험과 오차 검증법, 또는 그래픽 방법의 컴퓨터 프로그램 기술이 필요하다. 잘 알려진 비선형 해석의 전통적인 기술들은 기술 함수법, 위상 평면법, Liapnov 법 등을 들 수 있다. 그러나 이 방법들은 수학적 제한이나 계산상의 어려움으로 인해 그 적용에 한계가 있다. 예를 들어, 기술 함수법은 어떤 시스템의 안정성은 나타낼 수 있으나 그 적용이 2차 시스템으로 제한된다. Liapnov의 제 2 방법은 어떤 시스템의 안정성 해석에는 응용할 수는 있으나 그 방법식을 구하는데 어려움이 있어 제한이 따른다.

본 연구에서는 시스템 차수에 관계없이 어떤 시스템을 해석할 수 있고, 선형, 비선형 시스템의 안정성과 시간 응답을 도시할 수 있는 컴퓨터 프로그램 패키지를 개인용 컴퓨터를 이용하여, 수치 해석적 방법으로 연구한 결과를 소개하고자 한다.

II. 시스템의 형태

본 논문에서 고찰한 선형과 비선형 시스템은 아래와 같다.

1. 선형 시스템
2. 비선형 제어가 있는 선형 플랜트
3. 상대변수 피드백이 있는 선형 시스템
4. 상대변수 피드백이 있는 비선형 제어기와 선형 플랜트
5. 상대변수 피드백이 있는 연결된 2개의 플랜트 사이에서 생기는 비선형 디바이스
6. 비선형 제어기, 선형 플랜트, 시간 지연과 하나의 피드백 경로가 있는 시스템
7. 플랜트가 갖는 시스템(점성과 관성을 갖는 경우도 고려한다.)

1항부터 4항까지의 시스템에 있어서 비선형 현상은 어떤 형태의 에너지 저장도 없고 시스템의 플랜트 부분에서 에너지 저장 소자는 완전히 분리된 것으로 간주한다. 따라서 동특성은 정특성과 같은 것이 된다. 7항에서 비선형 특성은 에너지 저장 소자와 분리되지 않으므로, 동특성과 정특성은 다른 것이 된다. 그림 1은 선형 및 비선형 요소의 전달 특성으로서, 본 연구에서 개발한 프로그램 패키지 내에 포함되는 대표적인 형태들이다.

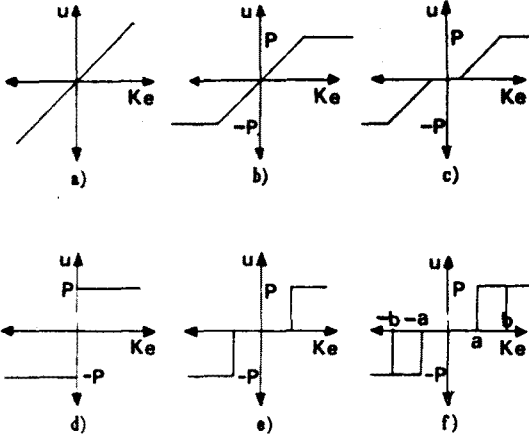


그림 1. 선형 및 비선형 요소의 전달 특성

- a) 선형
- b) 포화
- c) 포화와 부동작대
- d) 이상 리레이
- e) 부동작대를 갖는 리레이
- f) 부동작대, 포화 및 히스테리시스

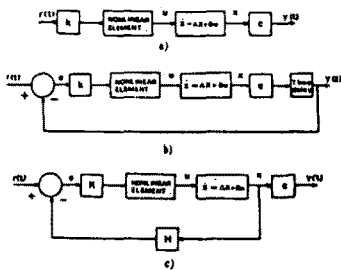


그림 2. 시스템 형태 a) 1항, b) 2항, c) 3항

III. 컴퓨터의 구성

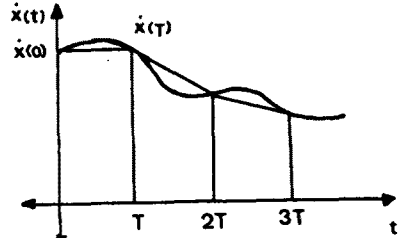
본 연구에서 프로그램은 IBM-XT 개인용 컴퓨터와 BASIC 언어로 개발했으며, 시뮬레이션 결과는 위상-평면 도시와 시스템 변수대 시간도시로 나타낼 수 있도록 하였다. 결과를 출력할 수 있는 주변기기는 모니터, 프린터, X-Y 플로터이다.

IV. 알고리즘

본 논문의 계산 알고리즘은 시스템에 따라 세가지이다. 11 절의 1항부터 6항까지의 형태에서 시스템의 선형 부분은 사다리꼴 적분 알고리즘(벡터-행렬식으로) 적용했으며, 피이드백 구성에 비선형 특성이 주어질 때는 고정점 반복법을 추가하였다. 첫번째 해석 기술로, 시스템의 선형 부분은 아래와 같은 상태 모델로 나타낼 수 있다.

$$\dot{X} = AX + Bu \quad \text{-----(1)}$$

여기서 사다리꼴 기술을 보이기 위하여 임의의 시간에서 $X(t)$ 의 그래프를 생각해 보자.



$$t = nT, \quad X(t) = X(nT)$$

여기서 $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

그림 3. 임의의 상태 모델 그래프

임의의 시간 $t = nT$ 에서 $(n+1)T$ 까지의 시간 간격은 T 이며, 여기서 사다리꼴 면적은 T 와 $X(nT), X((n+1)T)$ 로 결정할 수 있다.

$$\frac{T}{2} [X(nT) + X((n+1)T)] \quad \text{-----(2)}$$

$X((n+1)T)$ 는 $X(nT)$ 에 (2)식의 사다리꼴 면적을 합한 것이 된다.

$$X_{n+1} = X_n + \frac{T}{2} [X_n + X_{n+1}] \quad \text{-----(3)}$$

여기서 상태변수, 상태모델을 행렬식으로 나타내면,

$$X_n = AX_n + Bu_n, \quad X_{n+1} = AX_{n+1} + Bu_{n+1} \quad \text{-----(4)}$$

이되고, (4)식을 (3)식에 대입하여 정리하면,

$$X_{n+1} = [I - \frac{T}{2}A] \{ [I + \frac{T}{2}A] X_n + B [u_n + u_{n+1}] \} \quad \text{-----(5)}$$

여기에 피이드백이 있으면,

$$X(t) = AX(t) + BK\{r(t) - HX(t)\} \quad \text{-----(6)}$$

가 되고, $A - KBH = A'$ 으로 놓으면,

$$X(t) = A'X(t) + BKr(t) \quad \text{-----(7)}$$

따라서, 피이드백을 갖는 시스템도 아래와 같이 단순한 시스템으로 표현할 수 있다.

$$X_{n+1} = X_n + \frac{T}{2} [A'X_n + Bu_n + A'X_{n+1} + Bu_{n+1}] \quad \text{-----(8)}$$

여기서 그림 2 C)와 같이 부수프에 비선형 디바이스가 있으면 함수 $u(t)$ 는 $HX(t)$ 와 입력 $r(t)$ 의 함수로 표현할 수 있다.

$$u_n = f(r_n - HX_n), \quad u_{n+1} = f(r_{n+1} - HX_{n+1}) \quad \text{-----(9)}$$

윗 식에서 u_{n+1} 과 X_{n+1} 은 서로의 함수가 되어 일반적인 방법으로는 이 항이 분리되지 않는다. 따라서 이 방정식의 해를 구하기 위하여 고정점 반복법이 필요하게 된다.

여기서 u 의 함수를 변형시켜 다룰 수 있는 비선형은 그림 2 와 같다. 그림 4 와 같은 백래시를 갖는 전동기 제어 시스템 에도 사다리꼴 알고리즘을 적용할 수 있다. 그러나, 여기서는 모델이 소자의 상대적인 위치에 따라 변하므로, 구간선형을 통하여 문제를 해결할 수 있다. 치차가 처음 결합되어 있지않다면, 부하의 동작은 초기에 저장된 에너지에 의해서만 결정된다. 그러나 치차를 결합할 경우 모델은 바뀌게 되며, 새로운 초기상태를 설정해야 한다. 치차에서 생기는 마찰 손실은 부하의 속도가 0 이 될 때 구할 수 있으며, 이 때 출력치차는 운전치차의 부하를 받지 않는다. 따라서 부하 토오크의 부호 변화도 알 수 있는 결합 모델의 최종 상태는 결합되지않은 모델의 초기 상태와 같은 것이 된다.

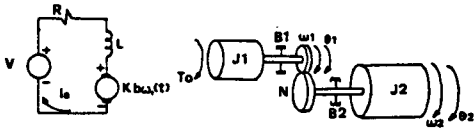


그림 4. 전동기 구동 시스템

V. 결과 및 고찰

그림 5 부터 10 까지는 전동기, 리레이등의 시스템 설계 및 해석에 본 연구에서 개발한 소프트웨어 패키지를 이용하여 얻은 결과의 일부이다. 그림 5 는 부동작대를 갖는 지연 제어 시스템을 이용한 2차 위치 제어 시스템의 계단 응답에 대한 위상-평면 도시(phase-plane plot)이다.

그림 6 과 7 은 관성과 점성마찰 부하를 고려한 위치 제어 시스템의 백래시를 시뮬레이션한 결과이다. 그림 6 에서 백래시 소자가 연결되지 않았을 때는 출력부에서 관성 부하의 동적 변화를 가져오므로 이는 명백한 백래시 특성은 아니다. 이 그림들은 임의로 확대한 백래시 각을 갖는 시스템의 계단 입력에 대한 응답을 나타낸 것이다.

그림 8 부터 10 까지는 정지 돌동 마찰을 갖는 위치 제어 시스템에 대한 해석 및 설계 결과이다. 비선형 마찰의 크기는 그 결과를 확실히 보기 위하여 임의로 확대하였다. 정현파 입력에 대한 응답은 그림 8과 같으며, 그림 9 는 시스템 형태 1 에서의 입력에 대한 응답처럼 큰 정상상태 오차를 갖는다. 설계과정에서 이런오차를 줄이는 데는 여러가지방법을 사용할 수 있다. 그 예로 푸우프 이득을 증감시키거나 제어하고자하는 값에 수렴할 수 있도록 어떤 작은 신호나 펄스를 만들어 넣는 것 등이다. 이런 방법들을 이용하여 개선한 응답이 그림 10 과 같다.

본 연구에서 여러가지 복잡한 비선형 현상을 갖는 시스템의 모델링에 개인용 컴퓨터의 이용이 다소 불편함은 있었으나, 이를 개선하면 대용량 컴퓨터와 버금가는

결과를 얻을 수 있음을 알았다. 제어계산(하드웨어나 소프트웨어를 고려한)에 있어서 본 연구에서 사용한 사다리꼴 및 고정점 반복 알고리즘은 매우 유용함이 증명되었다.

본 연구 결과를 사용자의 용도에 따라 비선형 특성을 입력하면, 여러가지 시스템의 해석 및 설계에 응용할 수 있으리라 생각한다. 특히 생체 시스템의 모델링에는 종래의 선형화 과정을 생략하고도 높은 차수의 모델링이 가능함을 알았다.

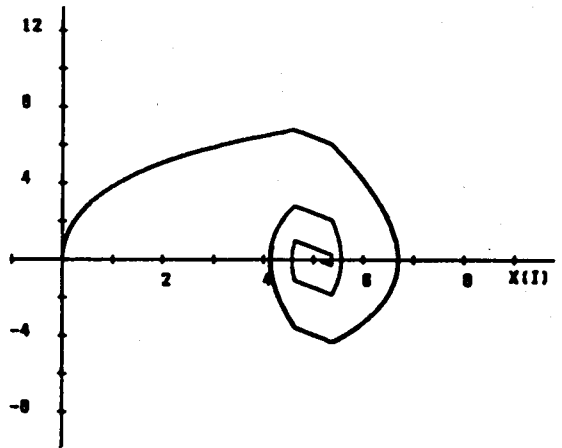


그림 5. 리레이 제어 시스템의 계단응답에 대한 위상-평면 도시

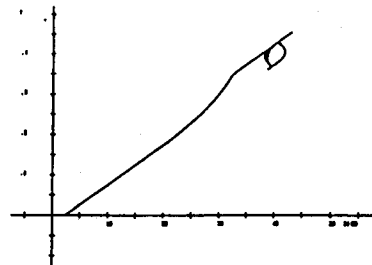


그림 6. 백래시를 갖는 제어 시스템의 출력각도 대 운전각도 도시

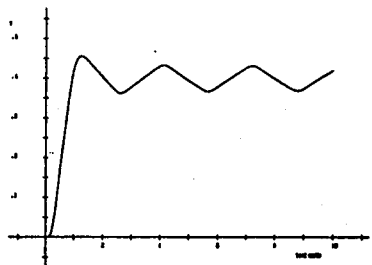


그림 7. 백래시를 갖는 제어 시스템의 출력 대 시간 도시

참 고 문 헌

- [1] 남문현, 자동제어 시스템, 자유 아카데미, pp.161-164, 1985.
- [2] S. L. S. Jacoby and J. S. kowalik, J. T. Pizzo, Iterative Method for Nonlinear Optimization Problems, Prentice-Hall, pp.28-48, 1972.
- [3] Samuel D. Conte and Carl de Boor, Elementary Numerical Analysis, McGraw-Hill, pp.72-98, 208-232, 268-274, 1980.
- [4] 남문현, 자동제어 계산법, 동명사, pp.25-67, 1985.
- [5] William L. Brogan, Modern Control Theory 2nd edition, Prentice-Hall, pp.324-, 1985.
- [6] Lisa M. Unuvar, "Nonlinear System Simulation using Personal Computers," IECON'85, pp.582-587, 1985.
- [7] Truxal, J. G., Control System Synthesis, McGraw-Hill, New York, 1955.

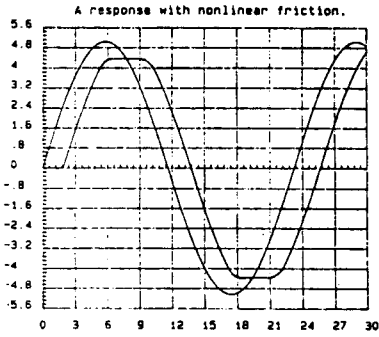


그림 8. 비선형 마찰을 갖는 제어 시스템의 응답

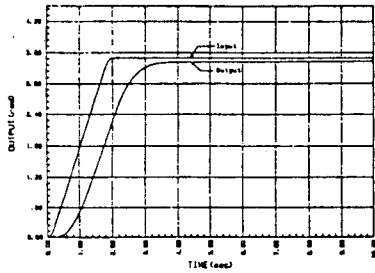


그림 9. 정상상태 오차를 갖는 시스템의 응답

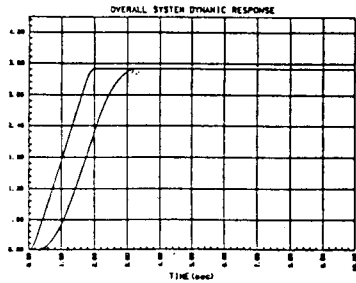


그림 10. 그림 9의 시스템을 개선시킨 시스템 응답