

An Adaptive Controller based on  
Zero-gain Prediction Approach

Se-Bong Yun    Hong-Seok Han    Hai-Won Yang  
 MyongJi University                      HanYang University

The paper proposes a class of discrete-time adaptive controller which may be applicable without sufficient a priori information. Against choices of the information, GPC<sup>1)</sup> algorithm may seem to be more robust than any other methods reported, but it is the method based on indirect approach. It is, therefore, reasonable to propose an algorithm via the zero-gain prediction<sup>[2]</sup>, in which the control parameters are directly estimated and calculated.

1. 서    론

제어 대상에 대한 사전정보가 불충분한 경우에도 적용될 수 있는 일반적인 제어기를 개발하는 것이 적응 제어의 당면 과제일 것이다. 이러한 목적으로 제한된 GPC<sup>1)</sup>법은 기존의 방법보다 강인하다고 생각되지만, 플랜트의 매개변수를 추정하여 제어매개변수를 예측영역까지 순차계산하는 것으로 적지 않은 노력이 소요된다.

본 논문에서는 다른 접근방법으로도 유사한 결과가 얻어 질 수 있음을 보인다. 즉, 예측차에 영 이득 예측법<sup>2)</sup>이 도입되어 잔류편차가 경감되고, 제어매개 변수는 확장영역 적응 제어 법<sup>3)</sup>과 같이 직접 추정되어서 최소 지연시간부터 예측영역까지 순차계산되어진다. 특히, 지연시간을 알 경우 직접제어적 GMV제어기로 된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서 제어의 모델화 및 제어 목적에 대해서 기술되고, 제 3장에서 제어매개 변수의 순차계산 및 미래출력의 최적예측법이 연구되며, 제 4장에서 제어측이 제안된다. 예제 플랜트가 모사되어 제 5장에서 그 결과가 검토되고, 제 6장에서 결론지어 진다.

2. 시스템의 모델화 및 제어의 목적

미지의 플랜트가 이산시간 모델

$$AY_t = BU_{t-d} + X_t \quad (2.1)$$

로 표현될 수 있다고 하자. 여기서  $Y_t, U_t, X_t$  및  $d$ 는 각각 출력, 입력, 외란 및 시간지연이고,  $A$ 는 단위 시간 지연 연산자  $q^{-1}$ 의  $na$ 차 모닉다항식이며,  $B$ 는 선두항이 영이 아닌  $nb$ 차 다항식이다. 또한 지연시간  $d$ 는 미지이거나 변하는 것으로, 최소한 한 범위는 아는 것으로 한다. 즉,

$$T_1 \leq d \leq T_2, \quad T_2 \geq 1$$

플랜트에 작용되는 외란은 부하 외란 등과 같이 일반적으로 영이 아닌 외란으로

$$DX_t = CN_t \quad (2.2)$$

로 모델화 되는 것이 타당할 것이다. 여기서  $N_t$ 는 랜덤프로세스 이고,

$$D = 1 - q^{-1}$$

$C$ 는  $n_c$ 차 모닉다항식으로서 이후 편의상  $C=1$ 이라 한다. 이들 관계로부터, 변형된 모델

$$A\tilde{Y}_t = B\tilde{U}_{t-d} + N_t \quad (2.3)$$

이 얻어진다.

미래의 기준치  $\{W_{t+k}, k=1, \dots\}$ 를 안다고 할때, 제어의 목적은  $t+T_0$ 의 시각에서 출력  $Y_{t+T_0}$ 가 기준치  $W_{t+T_0}$ 에 접근하게 되는 입력  $\{U_{t+i}, i=0, \dots, T_0-T_t\}$ 을 구하는 것이다. 여기서 예측영역  $T_0$ 는

$$T_0 \geq T_t + nb$$

로 주어진다. 오차신호를

$$V_{t+k} = \tilde{Y}_{t+k} - \tilde{W}_{t+k}, \quad k=T_t, \dots, T_0 \quad (2.4)$$

라 하고, 가중지수를  $\{\lambda_i\}$ 라 할 때 제어의 목적은 자승 평균 함수

$$J(T_t, T_0) = E \left\{ \sum_{k=T_t}^{T_0} V_{t+k}^2 + \sum_{i=0}^{T_0-T_t} \lambda_i \tilde{U}^2(t+i) \mid t \right\} \quad (2.5)$$

을 최소로 하는  $\tilde{U}(t+i)$ 을 구하는 것과 동가이다. 여기서  $\tilde{Y}_{t+k} = Y_{t+k} - Y_t, \tilde{W}_{t+k} = W_{t+k} - Y_t, \tilde{U}_t = U_t - U_{t-1}$ 이다.

3. 미래출력의 최적예측

평가함수에 포함된 미래의 출력은 최적 예측치로 대신 되도록 영 이득예측법에 의해서 다음과 같이 구해 진다. 플랜트 매개변수와 제어매개변수와 관계가 Diophantine 식

$$1 = E_k A + q^{-k} F_k, \quad k = T_t, \dots, T_0 \quad (3.1)$$

으로 주어질 때, 식(2.3)에서 최적 예측은

$$\tilde{Y}_{t+k}^* = G_k \tilde{U}_{t+k-T_t} + F_k \tilde{Y}_t, \quad k = T_t, \dots, T_0 \quad (3.2)$$

여기서  $G_k = E_k B, \tilde{Y}_{t+k}^* = Y_{t+k}^* - Y_t$ 이다. 영 이득 예측자

## 영 이득 예측법에 의한 적응 제어기

(3.2)는  $d, c$  성분이 제거된 데이터에 의해 잔류편차가 없는 제어 매개 변수를 추정하게 한다. 식 (3.2)에서  $k = T_s, \dots, T_0$ 에 대한 각각의  $G_k, F_k$ 를 구해야 되는 것은 많은 노력이 소요되게 하므로 적응제어의 관점에서 다음과 같은 순차계산법을 강구한다 (부록참조).

$$\begin{aligned} e_k &= 1 + f_0^{k-1} \\ G_k &= G_{k-1} + G_{T_s, e_k} q^{-k+1} \\ F_k &= \sum_{i=0}^{k-1} (f_i^{T_s-1} + e_k f_i^k) q^{-i} \\ k &= T_s + 1, \dots, T_0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

이 순차 계산법의 초기치로서,  $k = T_s$ 에서 추정된 다항식

$$\begin{aligned} G_{T_s} &= g_0^{T_s} + g_1^{T_s} q^{-1} + \dots + g_{T_s-1}^{T_s} q^{-T_s+1} \\ F_{T_s} &= f_0^{T_s} + f_1^{T_s} q^{-1} + \dots + f_{T_s-1}^{T_s} q^{-T_s+1} \end{aligned} \quad (3.4)$$

이 사용된다. 그러나, GPC법에서는  $k = T_s$ 에서 추정된  $A, B$ 로부터 제어매개 변수  $G_k, F_k$ 가  $k = 1, \dots, T_0$ 에 대해서 계산되어야 하고,  $F_k$ 의 차수는  $n_a$ 이다. 특히  $d$ 를 정확히 알 때, 본 논문제어법은 직접제어식 GMV법으로 된다.

### 4. 제어 축

식 (3.2)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\hat{Y}^* = G\tilde{U}^* + H\tilde{U} + F\tilde{Y} \quad (4.1)$$

여기서

$$\begin{aligned} \hat{Y}^* &= [\hat{Y}_{T_s, T_s}, \dots, \hat{Y}_{T_s, T_0}]', (T_0 - T_s + 1) \times 1 \\ \tilde{U}^* &= [\tilde{U}_{T_s}^*, \dots, \tilde{U}_{T_s, T_0 - T_s}^*]', (T_0 - T_s + 1) \times 1 \\ \tilde{Y} &= [\tilde{Y}_1, \dots, \tilde{Y}_{T_s - n_a + 1}]', (n_a) \times 1 \\ \tilde{U} &= [\tilde{U}_{T_s-1}, \dots, \tilde{U}_{T_s - n_a - T_s + 1}], (nb + T_s - 1) \times 1 \end{aligned}$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & & & & 0 \\ g_1 & g_0 & & & \\ \vdots & \vdots & & & \\ g_{T_0 - T_s} & g_{T_0 - T_s - 1} & \dots & g_0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} (T_0 - T_s + 1) \\ \times (T_0 - T_s + 1) \end{matrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} g_1^{T_s} & g_2^{T_s} & \dots & g_{n_a}^{T_s} \\ g_2^{T_s+1} & g_3^{T_s+1} & \dots & g_{n_a}^{T_s+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{T_0 - T_s}^{T_s} & g_{T_0 - T_s + 1}^{T_s} & \dots & g_{n_a}^{T_0 - T_s} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} (T_0 - T_s + 1) \\ \times (nb + T_s - 1) \end{matrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} f_0^{T_s} & f_1^{T_s} & \dots & f_{n_a-1}^{T_s} \\ f_0^{T_s+1} & f_1^{T_s+1} & \dots & f_{n_a-1}^{T_s+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_0^{T_0} & f_1^{T_0} & \dots & f_{n_a-1}^{T_0} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} (T_0 - T_s + 1) \\ \times (n_a) \end{matrix}$$

여기서 '는 전치를 나타내고,  $g_i^k = g_i, i = 0, \dots, k-1$ 인 관계가 있으며  $g_i = 0, i < d - T_s$ 이다.

식 (4.1)의 관계를 이용 평가함수 (2.5)를 다시 쓰면

$$J = E\{(\hat{Y}^* - \tilde{W})'(\hat{Y}^* - \tilde{W}) + \lambda \tilde{U}^{*'} \tilde{U}^* | \mathcal{I} \} \quad (4.2)$$

여기서,  $\tilde{W} = [\tilde{W}_{T_s, T_s}, \dots, \tilde{W}_{T_s, T_0}]'$ 이다. 이 평가함수의 최소화는  $\partial J / \partial \tilde{U}^* = 0$ 을 만족하는 해

$$\tilde{U}^* = (G'G + \lambda I)^{-1} G'(\tilde{W} - H\tilde{U} - F\tilde{Y}) \quad (4.3)$$

에 의해서 달성될 수 있다.

제어축 (4.3)은 제어 영역을

$$1 \leq T_u < T_0$$

로 선정하고

$$\tilde{U}_{T_s, k}^* = 0, k > T_u \quad (4.4)$$

라 할 수 있다. 제어 영역  $T_u$ 는 간단한 플랜트의 제어시에 1로 선정하여 평활한 제어 및 제어축의 스칼라 양 계산이 되게 하지만, 개루프 불안정한 계나 진동하는 계의 제어에는 불안정한 극 또는 진동하는 극의 수이상으로 하는 것이 바람직스럽다.

### 5. 결과 및 검토

본 논문의 알고리즘 성능을 확인하기 위한 시뮬레이션을 시행하고 그 결과를 검토하였다. 예제 시스템으로, 부하의란이 존재하는 미지의 이산시간 플랜트

$$(1 - q^{-1})X_t = N_t$$

$$(1 - 1.2q^{-1} + 0.11q^{-2})Y_t = (0.1 + 0.2q^{-1})U_{t-d} + X_t$$

$$d = \begin{cases} 1, t \leq 125 \\ 2, t > 125 \end{cases}$$

가 선정되어

$$(1 + a_1 q^{-1})Y_t = (b_0 + b_1 q^{-1})U_{t-2} + X_t$$

로 모형화 되고 250 샘플동안 모사되었다. 제어 매개 변수의 추정은 표준RLS추정자가 이용되었고, 이때 접근 샘플길이는 100이었다. 예측영역  $T_e = 4$ 로 하고 receding control을 하였다. 제어 영역  $T_u$ 는 처음 75샘플은 1로 다음 50샘플마다 교대로 2, 1, 2로 하였고 가중치수  $\lambda$ 는 0.9로 하였다.

그림은 GPC시스템과 본 논문시스템이 모사된 결과로 양자가 유사한 성능을 보여줬다. 계산 노력은 본 논문시스템이 약 8% 경감되었지만, 예측영역과 제어영역 및 계의 차수가 커짐에 따라 그 백분율도 증가될 것이다. 이 플랜트의 모사외에도 여러개의 것을 모사하고 실제치수 또한 변경시켰을 때, 개루프 불안정한 계나 진동이 심한 계는 예측영역을 크게 선정할 경우 개루

프의 특성이 개루프의 것과 같아져 가므로 바람직스럽지 못한 결과가 얻어질 수 있으며, 또한 제어영역을 크게 선정할 경우 성능이 민감해짐에 따라 바람직스럽지 못한 결과가 얻어 질 수도 있었다.

6. 결 론

본 논문에서 영 이득 예측법에 의한 이산시간 적응 제어기를 제한하였다. GPC 법과 다른 접근방법 즉, 매개변수가 직접 추정되어 예측영역까지 순차계산되고 영 이득 예측법이 도입되는 방법으로도 그 성능이 유사함을 보였고, 경우에 따라서는 계산노력도 경감되었다. 그러나 양자가 공히 예측영역 및 제어영역이 적절하게 선정되지 못할 경우, 안정도가 보장되지 못할 수도 있으며, 또한 계산노력이 기존의 방법보다 큰 것은 결점이 된다.

참 고 문 헌

- [1] Clarke, D.W., et al, "Generalized Predictive Control-Part I," *Automatica*, Vol.23, No.2, pp.137-148, 1987.
- [2] 한홍석, 양해원, "Adaptive Controllers with Integral Action," *대한전기학회 논문집*.
- [3] Ydstie, B.E., "Extended Horizon Adaptive Control," *IFAC 9th World Congress, Budapest, Hungary*.

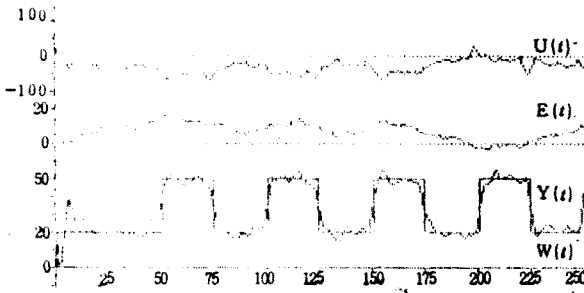


Fig.1 Simulation results of GPC system  
그림 1. GPC계의 모사 결과

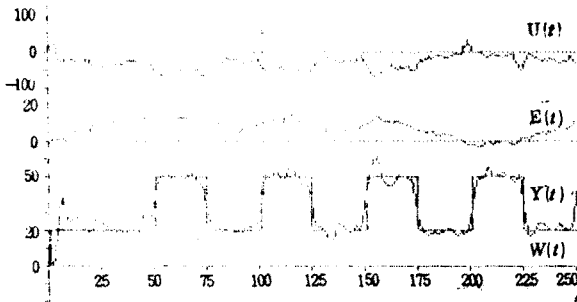


Fig.2 Simulation results of the system  
in this paper  
그림 2. 본 논문 제어계의 모사 결과

부 록 : 제어매개변수의 순차계산법

식 (3-1)의 관계로부터  $G_k, F_k$ 를 순차적으로 계산하는 방법을 고안한다.

$k = 1$ 일때,

$$E_1 = 1, F_1 = q(1-A) \quad (A. 1)$$

의 관계가 얻어 질 수 있다. 또한  $k + 1$ 일때 등가식에서  $k$ 일때 등가식을 빼고 정리하면,

$$0 = q^{-k}(q^{-1}F_{k+1} - F_k - 1) - (E_{k+1} - E_k)(1 - q^{-1}F_k) \quad (A. 2)$$

여기서  $E_{k+1} - E_k$ 는  $K$ 차다항식이므로

$$E_{k+1} - E_k = \bar{E} + \epsilon_k q^{-k} \quad (A. 3)$$

로 나누어 쓸 수 있고, 이를 대입한 (A. 2)는

$$0 = \bar{E}(1 - q^{-1}F_k) + q^{-k}(q^{-1}F_{k+1} - 1 + \epsilon_k - F_k - q^{-1}\epsilon_k F_k) \quad (A. 4)$$

여기서  $\bar{E} = 0$ 이 되므로

$$F_{k+1} = q(1 - \epsilon_k + f_0^k) + q(F_k - f_0^k) + \epsilon_k F_k \quad (A. 5)$$

의 관계를 얻는다. 이 등가식이 성립되기 위해서는

$$\epsilon_k = (1 + f_0^k) \quad (A. 6)$$

$$f_0^{k+1} = f_0^k + \epsilon_k f_0^k, \quad i = 0, \dots, na - 1 \quad (A. 7)$$

의 관계가 만족되어야 한다.

본 논문에서, 제어 매개변수는 직접 추정되므로 추정된 매개변수 (3.4)를 순차계산의 초기치로 사용하여

$$G_k = G_{k-1} + G_T (1 + f_0^k) q^{-(k-1)}$$

$$F_k = \sum_{i=1}^{na-1} f_i^k q^{-i}, \quad i = 0, \dots, na - 1$$

$$k = T_s + 1, \dots, T_s \quad (A. 9)$$

를 얻을 수 있다.