

김 석 김 전 상 영 임 화 영
광 운 대 학 전 기 과

A Adaptive Scheme design for Identification and Control of
multivariable Systems

S. K. Kim S. Y. Chun W. Y. Yim

Dep. of Electrical Engineering Kwang Woon University

Abstract

General schemes for the adaptive control and identification of multivariable systems by model reference approach are developed. Lyapunov's direct method and LaSalle's theorem are employed to ensure the stability of these schemes. An added feature is the simplicity of the stable adaptive laws, which depend explicitly on the state variables of plant and model, and on the plant input. Computer simulation results of several examples illustrate the effectiveness of the proposed schemes.

시스템의 점근안정도(asymptotic stability)에 관심을 갖게 된다.

$$X = f(x, t) \quad f(x, t+T) = f(x, t) \quad (1)$$

(1)식의 점근안정도에 LaSalle의 다음 정리[3]가 직접 적용 필수 있음을 알았다.

정 리 1(LaSalle)

$V(t, x)$ 는 모든 (t, x) 에서 연속 1차 편도함수를 갖는 실수값 함수이고,

- a) $V(t, x) = V(t+T, x) \geq 0$, {모든 (t, x) 에서}
- b) $\dot{V}(t, x) = \partial V / \partial t + \nabla V^T f(x, t) \leq 0$, {모든 (t, x) 에서}

라 하고, E를 $\dot{V}(t_0, x^0) = 0$ 을 만족하는 모든 (t_0, x^0) 의 집합이라 하며, M을 $(t, x(t, t_0, x^0))$ 가 모든 t 동안 E내에 있는 집합이라 하면 bounded된 (1)식의 모든 해는 $t \rightarrow \infty$ 일때 M에 도달한다.

정 리 2

A는 $(n \times n)$ 의 안정한 행렬, D는 완전 자수(full rank)의 $(n \times m)$ 행렬, P는

$$A^T P + P A = -Q, \quad Q = Q^T > 0 \quad (2)$$

를 만족하는 정지(positive definite)행렬, Z(t)는 임의의 제한된(bounded) 시간함수인 $(r \times 1)$, $n \geq m \geq r$, 벡터라 하자.

그러면 $(n + mr)$ 개의 (3)식의 미분방정식 으로

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= A\epsilon + D\phi Z(t) \\ \dot{\phi} &= \Gamma D^T P \epsilon Z^T(t) \end{aligned} \quad (3)$$

나타내진 시스템은 안정하다. 더우기 벡터 Z(t)의 r개의 성분들이 다른 주파수성분을 갖는 신호라면 시스템 (3)은 항점근안정 하다.

1. 서 론

지금까지 많은 적응제어 기법이 제시 되었으나

- i) 전체 적응제어시스템의 안정도를 보장하면서 동시에 조정되어야만 하는 많은 수의 매개변수들,
- ii) 플랜트매개변수들의 변화에 관한 정확한 정보의

결여, iii) 플랜트출력을 측정하는데 존재하는

외란(noise)등의 어려움 때문에 다변수 시스템의 상태추종(identification)과 제어(Control)에 쓰일 수 있는 실제적인 방법은 드물었다.

본 논문에서는 Lyapunov의 직접 방법과 LaSalle의 정리를 이용하여 전체 상태벡터가 측정가능한 다변수 시스템의 적응제어와 상태 추종(identification)을 위한 일반구조를 개발했다.

본논문의 특징은 간략하고 안정한 적응법칙(Adaptive law)인데 특히 VTOL시스템을 제어하는데 매우 효과가 있는것으로 밝혀졌다.

2. 본 론

2-1 다변수 시스템의 적응제어

다변수 시스템에 적응제어구조를 적용하는데 있어서 결국은 (1)식과 같은 주기비선형시변(periodic nonlinear time-varying) 미분 방정식 으로 나타나는

다변수시스템의 상태식별과 제어를 위한 안정한 적응구조의 설계

2-2 다변수시스템의 적응제어구조

다음의 미분방정식으로 나타내진 플랜트 와 모델을

생각 해보자.

$$\begin{aligned} \dot{X}_p &= [A_p + B_p Q F] X_p + [B_p Q] U ; \text{플랜트} \\ \dot{X}_m &= A_m X_m + B_m U \quad ; \text{모 델 (4)} \end{aligned}$$

여기서 A_m 은 안정한 행렬 이다.

모델이 정확하게 플랜트를 추종하게 된다면

$$\begin{aligned} B_p Q^* &= B_m \\ A_p + B_m F^* &= A_m \end{aligned} \quad (5)$$

과 같은 행렬 Q 와 F 가 존재 한다.

상태오차벡터 $e = [X_m - X_p]$ 는 미분방정식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_m e + [A_m - A_p - B_p Q F] X_p + [B_m - B_p Q] U \\ &= A_m e + B_m \phi X_p + B_m Q [U + F X_p] \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $\phi = [F^* - F(t)]$ 이고 $\phi = [Q^1(t) - Q^*]$ 이다.

경리2를 이용하면 $\{e, \phi, \psi\}$ 공간에서의 안정도는

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &\text{ 와 } \dot{\psi} \text{ 가} \\ \dot{\phi} &= -\gamma_1 B_m^T P e X_p^T \\ \dot{\psi} &= -\gamma_2 B_m^T P e (U + F X_p)^T Q^T \end{aligned} \quad (7)$$

로 선택되면 보장된다. 여기서

가) P 는 $A_m^T P + P A_m = -R$, $R = R^T > 0$ (8-1) 를 만족하는 정치행렬이고

나) $\gamma_1 = \gamma_1^T > 0$, $\gamma_2 = \gamma_2^T > 0$ (8-2)

그로 결과적인 적응제어법칙은 (9)식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} F &= \gamma B_m P e X_p \\ Q &= Q^T B_m P e (U + F X_p) Q \end{aligned} \quad (9)$$

(9)식과 같은 적응제어법칙을 적용할때 (6)식과

(7)식으로 주어진 전체 비선형시스템의 안정도는

$$V = 1/2 [e^T P e + \text{tr}(\phi^T \gamma_1^{-1} \phi + \psi^T \gamma_2^{-1} \psi)] \quad (10)$$

가 Lyapunov함수인 영역에서만 보장된다.

$\det |Q(t)| = 0$ 일때 는 제한되지 않으므로

이 구조에 대한 필요조건은 $\text{sgn}[\det |Q(t_0)|] = \text{sgn}[\det |Q^*|]$ (11)

가 된다. 더우기 안정도는

$$\begin{aligned} V &= 1/2 [e^T P e + \text{tr}((F^* - F)^T \gamma_1^{-1} (F^* - F) \\ &\quad + (Q^{*-1} - Q^{-1}) \gamma_2^{-1} (Q^{*-1} - Q^{-1}))] = \text{상수} \end{aligned} \quad (12)$$

로 주어진 상수 V 표면이 폐구간(closed)인

$\{e, F, Q\}$ 공간의 영역에서만 보장되므로 e, F 와

Q 의 초기값은 이영역 안에 있어야 한다. (12)식에서

마지막항은 Q 의 역행렬을 내포하므로 이 영역이

전체 $\{e, F, Q\}$ 공간을 내포하는 것은 아니다.

그로 전체 시스템이 안정하려면 필요조건으로서 $e,$

F 와 Q 의 초기값이 부등식 (13)을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} V(t_0) &= 1/2 [e^T(t_0) P e(t_0) \\ &\quad + \text{tr}((F^* - F(t_0))^T \gamma_1^{-1} (F^* - F(t_0)) \\ &\quad + (Q^{*-1} - Q^{-1}(t_0))^T \gamma_2^{-1} (Q^{*-1} - Q^{-1}(t_0)))] \\ &< 1/2 \text{tr}[(Q^*)^T \gamma_2^{-1} Q^*] \end{aligned} \quad (13)$$

2-3 다변수시스템의 상태식별구조

기존 모델 제어에서 상태식별문제는 현전적으로

적응제어의 문제이다. 역활은 모델의 미계변수가

플랜트의 미계변수를 추적하도록 바뀌게된다.

플랜트 와 플랜트파라미터를 추적할 모델이 (14),

(15)식과 같은 미분방정식으로 되었다 하자.

$$\dot{X}_p = A_p X_p + B_p U \quad (14)$$

$$\dot{X}_m = C X_m + [A_m(t) - C] X_p + B_m(t) U \quad (15)$$

여기서 C 는 안정한 행렬이고 $A_m(t)$ 와 $B_m(t)$ 는

조정될 수 있는 성분을 가진 행렬이다.

상태오차벡터 $e(t) = X_m - X_p$ 는 미분방정식

$$\dot{e}(t) = C e + \phi X_p + \psi U \quad (16)$$

를 만족 한다. 여기서,

$$\phi = [A_m - A_p], \quad \psi = [B_m - B_p] \quad (17)$$

로 정의 되고 적응법칙

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= -\gamma_1 P e X_p^T \\ \dot{\psi} &= -\gamma_2 P e U^T \end{aligned} \quad (18)$$

는 P 가

$$C^T P + P C = -Q, \quad Q = Q > 0 \quad (19-a)$$

를 만족하는 정치행렬이고

$$\gamma_1 = \gamma_1^T > 0, \quad \gamma_2 = \gamma_2^T > 0 \quad (19-b)$$

일때 안정도가 보장되고 실제수행에서의 상태식별

법칙은 (20)식 과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{A}_m(t) &= -\gamma_1 P e X_p^T \\ \dot{B}_m(t) &= -\gamma_2 P e U^T \end{aligned} \quad (20)$$

2-4 시변모델을 가진 적응제어구조

앞에서 소개한 안정도조건이 실제상황에서 만족되는

것은 매우 제한 되어 있으므로 적응제어구조의 적응

성을 높이기 위하여 다음의 개선된 구조를 제시하

했다. 개선된 구조에서의 적응제어는 모델과 플랜트 파라미터를 동시에 조정하게된다. 플랜트 파라미터가 시간에 따라 변하는 실제 시스템에서 어느 파라미터가 시스템의 평가함수에 어떤 영향을 미치는가가 알려져있는 경우, 시스템 파라미터는 sensitive 한것과 insensitive한것으로 분류될 수 있다.

다음에서 점자 s는 sensitive 파라미터를 나타내며 i는 insensitive 파라미터를 나타낸다. (21)식과 같은 플랜트를 생각해 보면

$$\dot{X}_p = (A_p + BF)X_p + BU \quad (21)$$

$$A_p \text{는 } A_p = A_{ps} + A_i \quad (22)$$

로 나누어질수 있다. 귀환행렬 BF가 (23)식과 같이 분리된다면

$$BF = (BF)_s + (BF)_i \quad (23)$$

허락될수 있는 모델의 집합 S는 (24)식과 같이 정의 된다.

$$\dot{X}_m = [A_m + (BF)_i]X_m + BU \quad (24)$$

여기서 (BF)_i의 비제로성분은 임의로 선택될수 있다. 적응목적을위해서 (25)식과 같은 시변모델을 구했다.

$$\dot{X}_m = CX_m + [A_m + (BF)_i - C]X_p + BU \quad (25)$$

여기서 C는 안정한 행렬이고 (26)식을 만족하는 F가 존재 한다고 가정하였다.

$$A_p + (BF)^*s = A_m$$

이 조건은 (5)식보다 매우 완화된 조건임을 4-3에서 보이겠다. 모델을 이렇게 선택했을때 모델과 플랜트상태 사이의 오차는 (27)식의 미분방정식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Ce + [A_m + (BF)_i - A_p - BF]X_p \\ &= Ce + [(BF)^*s - (BF)s]X_p \\ &= Ce + X\phi \end{aligned} \quad (27)$$

여기서

$$\phi = \{ (f_1 - f_1^*)^T, (f_2 - f_2^*)^T, \dots, (f_n - f_n^*)^T \}^T$$

이고 {f_i}는 F의 열벡터이다.

정리2를 이용하면 (28)식의 적응법칙에서 안정도는 보장된다.

$$d/dt [f_1^T, f_2^T, \dots, f_n^T]^T = -\gamma X^T P e \quad (28)$$

여기서 P는 (19)식을 만족하며 $\gamma = \gamma^T > 0$ 이다.

3. 컴퓨터 시뮬레이션

3-1 2차 플랜트의 적응제어

가) 플랜트

$$\begin{aligned} \dot{X}_p &= [A_p + Bp_qf]X_p + Bp_qU \\ A_p &= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -6 & -7 \end{bmatrix} \quad B_p = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

나) 모델

$$\begin{aligned} \dot{X}_m &= A_m X_m + B_m U \\ A_m &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -5 \end{bmatrix} \quad B_m = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

다) 적응제어법칙

$$\dot{f} = \gamma X p e^T P B_m$$

$$\dot{q} = \gamma e^T P B_m q^3 (U + f^T X_p)$$

$$P = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \gamma = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} \quad \Upsilon = 9.$$

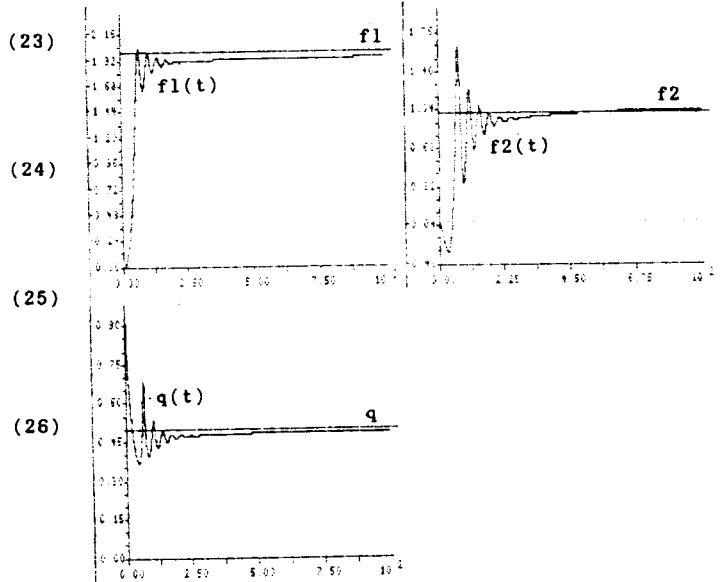


그림1. 3-1의 컴퓨터 연산결과

3-2 4차 플랜트의 상태식별

가) 플랜트

$$\begin{aligned} \dot{X}_p(t) &= A_p X_p(t) + B_p u(t) \\ A_p &= \begin{bmatrix} -0.0366 & 0.0271 & 0.15 & -0.19 \\ 0.0482 & -1.01 & 1.06 & -1.9 \\ a_{31} & 0.368 & a_{33} & -1.9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0.4422 & 0.1761 \\ b_{21} & 7.59 \\ -5.52 & 4.49 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

여기서 a₃₁, a₃₃, b₂₁은 미지의 파라미터이다.

나) 모델

$$\dot{X}_m(t) = C X_m(t) + [A_m(t) - C] X_p(t) + B_m(t) u(t)$$

다변수시스템의 상태식별과 제어를 위한 안정한 적응구조의 설계

$a_{31}(0) = 0.1002, a_{33}(0) = -2.35, b_{21}(0) = 3.54$
 $a_{31}(t) = -\alpha_1 [Pe]_3 X_p, a_{33}(t) = -\alpha_2 [Pe]_3 X_p$
 $b_{21}(t) = -\beta_1 [Pe]_2 u,$
 $a_{31}^* = 0.2, a_{33}^* = -1.95, b_{21}^* = 5.$
 $k = 30, \alpha_1 = 0.27, \alpha_2 = 1.0, \beta_1 = 1.0$

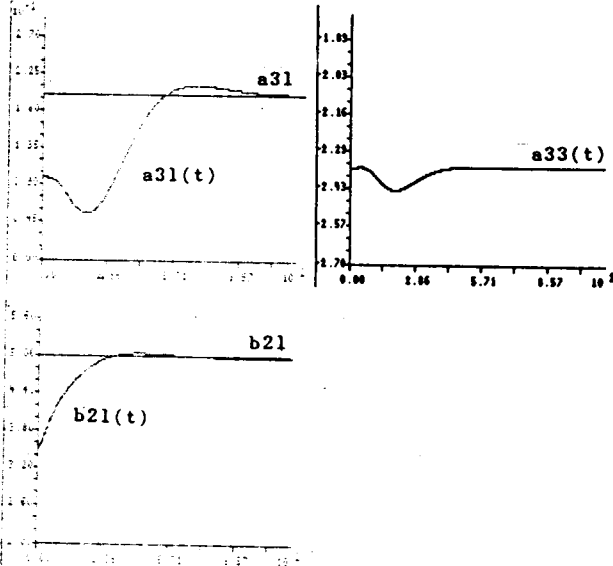


그림2. 3-2의 컴퓨터 연산결과

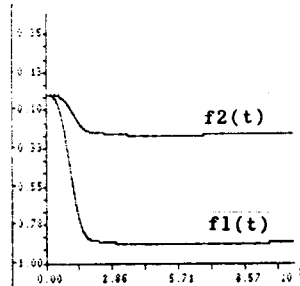


그림3 3-3의 컴퓨터 연산결과

4. 결 론

본 논문에서는 LaSalle의 경리와 Lyapunov의 직접 방법을 이용하여 종전 기준모델적응제어에서 만족해야 했던 완전 모델 추종조건을 완화한 적응제어 구조를 설계하였다. 이 구조의 본트블러방정식은 매우 간단하고 안정함을 알수 있었고 VTOL시스템을 비롯한 몇가지 예에 이 구조를 적용시켜본 결과 다변수 시스템의 적응제어와 상태식별에 있어서 그효용성이 비교적 양호함을 알수있었다.

References

1. Yoan D. Landau, "Adaptive Control" the model reference approach, Marcel Dekker, Inc.
2. P. C. Parks, "Liapunov redesign of model reference adaptive controlsystems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-11, PP. 362-367, July 1966.
3. J. P. LaSalle, "Asymptotic stability criteria," in Proc. Symposium Applied Mathematics, vol. 13 (Hydrodynamics Instability), Amer. Math. Soc., pp. 229-307, 1962
4. N. Rouche, J. Mawhin, "Ordinary Differential Equations" Stability and Periodic Solutions, Pitman Advanced Publishing Program
5. L. P. Grayson, "Design via Lyapunov's second method," in Proc. Fourth Joint Conf. on Automatic Control, 1963, pp. 589-595.

3-3 135 knot/h로 비행하는 VTOL비행기에 대한

적응제어

가) 플랜트

$$\dot{X}_p = [A_p + BF]X_p + Bu$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -0.0366 & 0.0271 & 0.0015 & -0.0375 \\ 0.0482 & -1.01 & 0.0002 & -0.3310 \\ 1.217 & a_{p32} & -0.707 & a_{p34} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0.0364 & 0.0145 \\ 0.2918 & -0.625 \\ -5.52 & 4.49 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & f_1 & 0 & f_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{X}_p = [A_p + BF]X_p + Bv \quad v = u + GX_p$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.324 & 0.602 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

나) 모델

$$\dot{X}_m = CX_m + [A_m + (BF)_i - C]X_p + Bv$$

$$C = -10I$$

$$f_1 = -5.5271x_2e_3, \quad \tau_1 = 10$$

$$f_2 = -5.5272x_4e_3, \quad \tau_2 = 2.5$$