

선형 이산-시 시스템의 Fault-Tolerant 제어기 설계

김 이 곤 임 준 흥

한국항공대학 전자공학과

Design of a Fault-Tolerant Controller for Linear Discrete-Time Systems.

L. G. KIM J. LIM

Depat. of Avionics, Hankuk Aviation College

Abstract: It is well-known that the poles of a controllable linear discrete-time system can be arbitrarily assigned by a full-state feedback. However, the system may become unstable if some sensors are malfunctioning. To accommodate sensor failures, a method of designing a fault-tolerant controller is proposed in which the exact state reconstruction scheme is utilized. A simulation example is provided to show the validities of the proposed method.

1. 서론

제어 시스템에서 사용되는 Actuator와 센서등의 Instrument가 노화나 고장에 의해 정상적인 동작을 하지 못하게 될 수 있다. 이러한 Instrument 고장은 시스템의 동작에 있어 심각한 안정도 문제를 야기할 수 있게 되므로 이에 대한 고장검출, 진단 및 보상 문제가 기술적으로나, 경제적으로 매우 중요한 문제로 제기된다. 이 문제에 대한 가장 직접적이고 자연적인 접근 방식은 Hardware Redundancy를 이용하므로써 해결할 수 있지만, 이 방법을 이용할 경우 가장 이상적인 방법은 Voting Scheme으로써 같은 신호에 대하여 적어도 3개 이상의 센서가 필요하게 되며, 어느 하나가 고장이 발생하더라도 간단한 스위칭 동작에 의하여 정상적인 동작을 하는 나머지 둘 중의 하나가 작동하게 한다[1,2]. 그러나 이와같은 Voting구조는 3개의 센서가 완전히 같은 성질을 갖기 어렵고, 만일 3중 하나가 고장일 경우, 나머지 둘로써 Voting구조를 이룰 수 없으므로 정상적인 동작이 불가능해진다. 또한

Hardware Redundancy는 시스템의 무게와 크기, 그리고 전력소비가 증가하고, 특히 가장 중요한 시스템비용이 커지는 단점을 갖게 된다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 해석적 여유도(A analytical Redundancy)를 이용하는 방식들이 있다 [3, 4]. 그러나 대부분의 연구들은 고장의 감지 및 고장부위검출에 관한 것들이고, 고장발생시 이를 보상하는 연구는 미비하다. 최근에 Joshi[5]는 Actuator에 고장이 발생하였을 때에도 시스템이 안정하게 유지되는 조건을 유도하였다. 또한 Luenberger Observer를 이용하여 고장을 진단하고, 고장시 이를 이용하여 보상하는 방법이 제시되었으나[6], Observer 자체가 점근적인 것이므로 사용하는 데 한계가 있다.

본 논문에서는 센서 고장이 발생하였을 경우 고장의 감지 및 보상을 위한 제어기 설계시 State Reconstruction[7]을 이용하는 방식이 제시되었다. State Reconstruction 방식은 점근적인 것이 아니고 정확한 상태 변수를 재생하는 것이므로, 센서의 고장이 감지되었을 경우 재생된 상태 변수를 이용하여 쉽게 고장에 대한

영향을 보상해 줄 수 있다.

2. 문제설정

다음과 같이 주어진 선형 이산-시 시스템을 고려하자.

$$x(k) = A x(k) + B u(k), \quad (1)$$

여기서 $x \in R^n$ 은 시스템의 상태변수이고 $u \in R^m$ 은 입력 벡터이다. 그리고 A, B 는 차원이 각각 $n \times n, n \times m$ 인 상수 행렬이다. 이 시스템이 controllable이고 모든 상태 변수가 측정 가능 하면

$$u(k) = K x(k), \quad (2)$$

의 state feedback 으로 close-loop시스템의 극점들을 임의로 할수있다. 여기서 K 는 $m \times n$ 상수 행렬이다. 이 행렬 K 를 최적 제어이론이나 Pole Assignment 등[8]의 방법으로 결정하여 우리가 원하는 특성을 갖게할수있다. 설계된 regulator는 만약 i 번째 상태 변수값 $x_i(k)$ 를 측정하는 sensor에 고장이 발생하면 오동작을 하게된다. 고장의 형태가 예를 들어 $x_i(k)=0$ 이라는 값을 준다면, 그 효과는 K 의 i 번째 열(Column)이 모두 0으로 되는 것과 같아 Closed-Loop 시스템의 극점들이 바뀌므로 시스템이 불안정해질 수 있다. 본 논문에서는 식(1)과 같이 주어진 시스템에 대해 센서의 고장이 발생하여도 이 고장을 감지하여 보상해 주므로써 원래의 동작을 할수있도록 하는 Fault-Tolerant제어기를 설계하고자 한다.

3. State Reconstruction을 이용한 Fault-Tolerant 제어기

i 번째($i=1,2,\dots,n$) 센서의 고장을 진단하기 위해 $n-1$ 차원의 벡터 y^i 를

$$y^i = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)^T \quad (3)$$

로 정의하자. 여기서 Superscript T는 transpose를

뜻한다. 또 행렬 C_i 를 $n \times m$ identity 행렬에서 i 번째 열(row)를 들어낸 $(n-1) \times n$ 행렬로 정의하면

$$y^i = C_i x(k), \quad (4)$$

로 된다. $[C_i, A]$ pair가 observable이고 A^{-1} 가 존재하면 다음과 같이 정의된 $(n-1) \times m$ 행렬 P_i 의 Rank는 n 이 된다.

$$P_i = \begin{bmatrix} C_i \\ C_i A^{-1} \\ \vdots \\ C_i A^{-(n-1)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

State Reconstruction 방법[7]을 이용하면 식 (1), (4), (5)로 부터 i 번째 상태변수 $x_i(k)$ 를 재생할수있다. 이렇게 재생된 상태변수를 $\hat{x}_i(k)$ 라 하면

$$\hat{x}_i(k) = (P_i^T P_i)^{-1} P_i \begin{bmatrix} y^i(k) \\ y^i(k-1) + CA^{-1}Bu(k-1) \\ \vdots \\ y^i(k-(n-1)) + \sum_{j=1}^{n-1} CA^{-(n-j)}Bu(k-j) \end{bmatrix} \quad (6)$$

로 된다. 여기서 $x_i(k)$ 는 i 번째 센서를 제외한 센서들의 출력치 y^i 와 입력 u 만을 이용하여 구해진다. 따라서 i 번째 센서의 출력치 $x_i(k)$ 와 재생된 $\hat{x}_i(k)$ 를 비교하여 고장을 진단할수있다. 즉 $x_i(k) \neq \hat{x}_i(k)$ 이고 나머지 $n-1$ 개의 상태는 정상이면 i 번째 센서가 고장임을 알수있다. 이를 이용하여 그림1과 같은 Fault-Tolerant 제어기를 설계한다. 폐환이득 행렬 K 는 정상적인 동작에서 설명한 것과 같이 하고, 제어 입력 U 는

$$u(k) = K x_f(k) \quad (7)$$

로 한다. $x_f(k)$ 의 i 번째 변수 ($i=1,2,\dots,n$)는 만약 고장이 아니면 센서의 측정치 $x_i(k)$ 를 이용하고 고장이 발생하면 $\hat{x}_i(k)$ 로 대체한다. 이렇게 하므로써, 고장이 발생해도 정상적인 센서들의 출력을 이용하여 고장 센서의 출력치를 재생하여 feedback 시킴으로 정상적인 동작을 할수있다.

4. 예 제

3절에서 제시한 방법의 타당성을 보이기 위하여 다음의 시스템을 생각한다.

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.97097 & 0.20142 \\ 0.20142 & 1.07168 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.108236 \\ 0.113250 \end{bmatrix} \cdot u(k) \quad (8)$$

이 시스템에서 $C_1 = [0 \ 1]$, $C_2 = [1 \ 0]$ 이므로 $\{C_1, A\}$ 와 $\{C_2, A\}$ 가 Observable임을 쉽게 알 수 있다. 식 (8)의 시스템 극점을 0.8, 0.686에 있게 하는 궤환이득 상수행렬 K는 Pole Assignment방법[8]에 의해

$$K = [-2 \quad -3] \quad (9)$$

으로 구할 수 있다. 그림 2.에 고장이 없는 경우 이 Closed-Loop System의 상태변수 x_1, x_2 를 보였다. 간편화를 위하여 센서2의 State Reconstruction을 예로 들면, $y^2(k) = x_1(k)$ 이고

$$P_2 = \begin{bmatrix} C_2 \\ C_2 A^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1.07168 & -0.20142 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$z(k) = \begin{bmatrix} y^2(k) \\ y^2(k-1) + 0.09318 u(k-1) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

이다. 그러므로

$$\hat{x}_2(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5.32063 & -4.964758 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y^2(k) \\ y^2(k-1) + 0.09318 u(k-1) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

로 된다.

시뮬레이션중 센서2의 고장을 $x_2(k)=0$ 로 인위적으로 선정하였으며 센서2의 고장시 그 영향은 시스템의 극점을 0.771322, 1.05486로 바꾸게 되어 불안정한 시스템이 된다.

따라서 고장발생시 $\hat{x}_2(k)$ 는 Feedback하므로써 시스템이 안정화 된다. 그림3.에서 10 Step에서 고장이 발생하였어도 보상하지 않았을 경우의 시스템 응답이고 그림4.는 이를 보상하였을 경우의 응답이다. 그림2.와 4.를 비교하면 고장이 발생하였어도 원래의 응답과 거의 일치함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 State Reconstruction을 이용하여 고장의 감지와 위치판별, 재생된 상태변수를 이용하는 Fault-Tolerant 제어가 실행을 다루었다. 이 방법은 센서의 출력치와 재생된 상태변수의 값으로 여유도를 줌으로써 고장을 보상해준다. 따라서 고장이있어도 원래의 시스템응답과 일치되는 응답을 얻을 수 있다. 본 논문에서는 1개의 센서고장을 다루었으나, 여러개의 센서가 동시에 고장이 있는 경우의 확장도 가능하리라 사료된다.

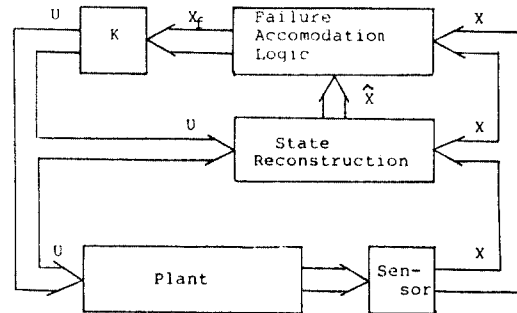


그림 1. 폴트-톨러란트 제어기의 블록 다이어그램.

Block diagram of fault-tolerant controller.

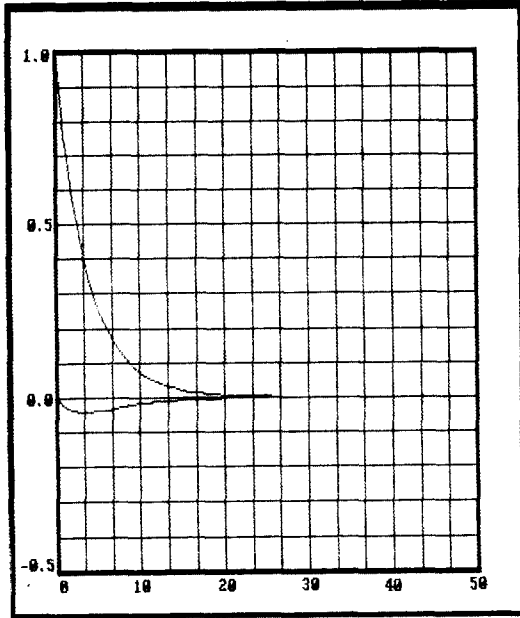


그림 2. 고장이 없는 시스템의 스텝 응답.
Step response of system without failure.

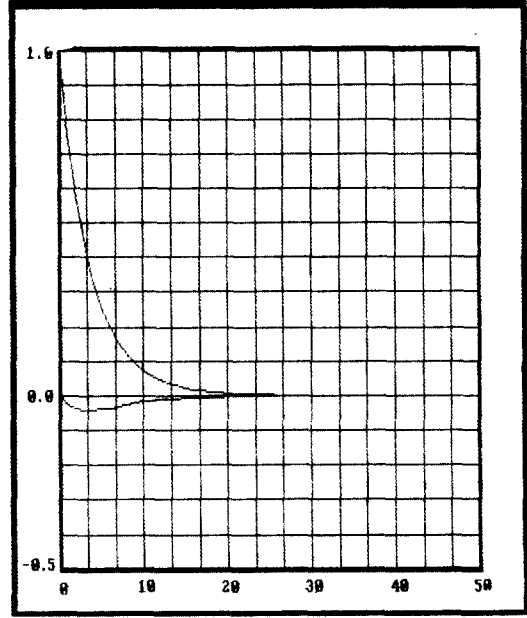


그림 4. 보상된 시스템의 스텝 응답.
Step response of system with compensation.

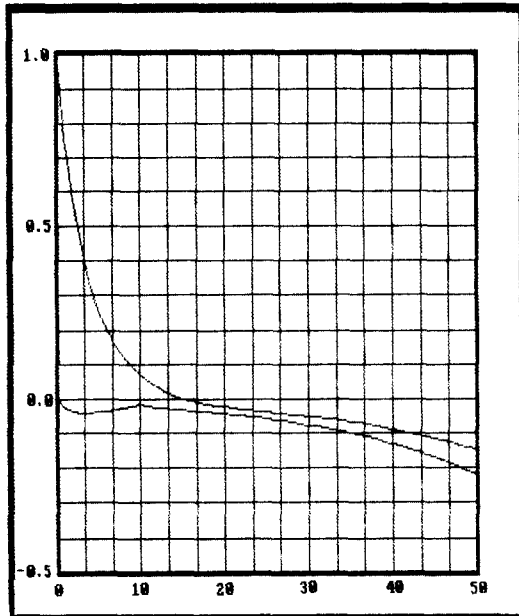


그림 3. 10 스텝에서 고장이 있는 시스템의 스텝 응답.
Step response of system with failure at 10 step.

참고 문헌

- [1] A.S.Willsky, "A Survey of Design Methods for failure detection in dynamic systems", *Automatica* 12, 1976.
- [2] J.C.Deckert, M.N.Desai, J.J.Deyst, and A.S.Willsky, "F-8 DFBW sensor failure identification using Analytic Redundancy", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol.AC-22, No.5, October, 1977.
- [3] E.Y.Chow and A.S.Willsky, "Analytical Redundancy and the Design of Robust Failure Detection Systems", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC-29, No. 7, July, 1984.
- [4] X.C.Lou, A.S.Willsky, and G.C.Vershese, "Optimally robust redundancy relations for failure detection in uncertain systems", *Automatica* 12, 1986.
- [5] S.M.Joshi, "Design of failure-Accommodating Multi-Loop LOG-TYPE Controller", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol.AC-33, No.8, August, 1987.
- [6] M.Saif and F.E.Villaseca, "Sensor failure detection in optimally controlled systems", *Proc. of ACC*, 1986.
- [7] D.H.Chyung, "State Variable Reconstruction", *Int. J. of Control*, Vol.39, No.5, 1984.
- [8] K.J.Asrrom and B. Wittenmark, *Computer Controlled Systems*, Prentice Hall, Inc., 1984.