

RAYLEIGH FADING 영향에서의 M-ary PSK 와 QAM 의

성능 비교에 관한 연구

김 한 식 강 년 강

ERROR PERFORMANCE of M-ary PSK and QAM on
a RAYLEIGH FADING CHANNEL.

wan sik kim youn kang chin

ABSTRACT Many communication channels are subjected to fading which is normally due to multipath characteristics and will almost invariably result in an increase in the error probabilities. In this paper, the error probabilities of M-ary PSK and QAM are evaluated in terms of signal-to-noise ratio in a Rayleigh fading channel with an Additive White Gaussian Noise in the ideal conditions.

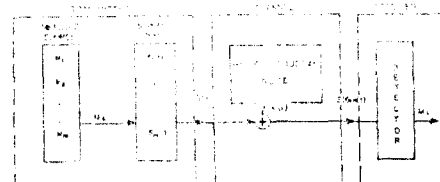
I. 서론

대량으로 늘어나는 정보와 데이터를 효과적으로 전송하기 위한 많은 변조 방식들이 유선 또는 무선에서 사용되고 있다. 특히 무선채널을 통해 신호를 전송할 경우 전송채널의 특성이 불규칙적으로 변화하므로 채널을 통과하는 신호에 영향을 미치게 되어 시스템의 전체성능을 저하시키게 된다. 특히 fading 현상은 디지털 무선통신에 많은 영향을 준다. [1, 2, 3] 이러한 페이딩 영향에 대한 디지털 무선변조방식의 성능비교를 위하여 여러가지 페이딩 채널모델이 제시되어 있다. 그 몇가지로 Rummel의 two-path (또는 three-path) model [4], m -distributed (또는 nakagami) channel model [5], Rayleigh (또는 Ricean) channel model [6] 등을 들 수 있다. 위의 각 채널모델들은 사용되는 여건이나 시스템의 계반 요인에 따라서 사용하기에 적합한 모델을 선택하여 시스템 성능을 평가하는데 사용할 수 있다. 본 논문에서는 error performance를 구하는데 Rayleigh fading channel model을 채택하였으며, 변조 방식으로는 multi-level modulation technique로 많이

쓰이고 있는 M-ary PSK와 QAM을 사용하여 symbol error (또는 bit error)관점에서 살펴 보았다.

II. 시스템 해석 모델

정보 전송의 통신모형에서 발생하는 잡음과 페이딩영향에 의한 오율특성을 구 해내기위해 (그림 1)과 같은 시스템모델을 사용하였다. Message source에서는 M_1, M_2, \dots, M_M 개의 equally likely 한 message를 생성하게 되며, 이 Message는 wave form generator로 들어가 각 신호구간 T_s 초 동안 서로 다른 M 개의 파형중 M_i 에 해당하는 $S_i(t)$ 를 생성하게된다. 본 논문에서는 Gaussian잡음과 페이딩이 오율특성에 미치는 영향에 대하여 고려하고 있으므로 송신기와 수신기가 완전히 동기된 이상적인 통신시스템으로 가정한다.



System Analysis Model

III. Gaussian 잡음에서의 오출계산

1) M-ary PSK

M-ary PSK 신호를 일반적으로 표현하면 식(1)과 같다.

$$S_m(t) = A_c \cos[\omega_c t + \frac{2\pi}{M} (m-1)]$$

$$m = 1, 2, \dots, M \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

(1)식의 cosine항을 전개하면 (2)식으로 쓸 수 있다.

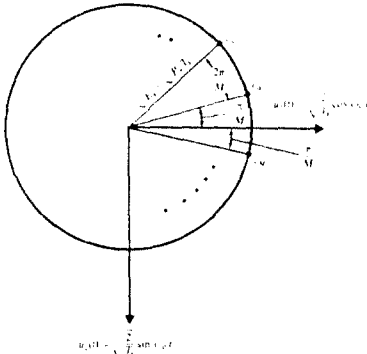
$$S_m(t) = A_{cm} \cos \omega_c t - A_{sm} \sin \omega_c t$$

$$A_{cm} = A_c \cos \left[\frac{2\pi}{M} (m-1) \right]$$

$$A_{sm} = A_c \sin \left[\frac{2\pi}{M} (m-1) \right] \quad (2)$$

(1)식 또는 (2)식으로 쓸 수 있는 M-ary PSK를 신호공간위의 점으로 표시하면

(그림 2)와 같다.

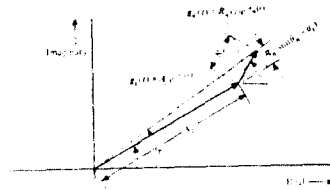


(그림 2) M-ary PSK 신호의 신호공간상 표현
Signal Space representation of M-ary PSK

(그림 3)과 같은 M-ary PSK의 복조기를 사용할 경우 위상검파기의 출력은(그림 4)의 BT(t)에 비례하여 나타난다. 여기서 신호성분과 잡음성분은 식(3)과 (4)와 같다.



(그림 3) 위상변조의 복조기
Receiver for phase modulated signal



(그림 4) 위상변조의 벡터도
Vector diagram for phase modulation

$$g_s(t) = A_c \cos \theta_s(t) + A_c \sin \theta_s(t)$$

$$= X_s + Y_s \quad (3)$$

$$n(t) = A_m \cos \theta_m(t) + A_m \sin \theta_m(t)$$

$$= X_m + Y_m \quad (4)$$

여기서 n(t)는 분산 $\sigma_n^2 = 2EN_0$ 을 갖는 복소 가우시안 랜덤변수이다. 그러므로 한성 신호 성분은 식 (5)와 같다.

$$g_T(t) = g_s(t) + n(t)$$

$$= X_s + X_m + Y_s + Y_m \quad (5)$$

$X = X_s + X_m$ 과 $Y = Y_s + Y_m$ 으로 정의하면 X와 Y는 결합 가우시안 랜덤 변수가 되며 결합 확률 밀도는 식 (6)이 된다. 여기서 $\sigma^2 = 2EN_0$ 를 가르킨다. 위상 검파기의 출력 $\theta_T(t)$ 는 $\theta_T = \arctan(Y/X)$ 가 되며 θ_T 의 확률 밀도함수를 얻기 위해 식 (7)의 변수변환을 한다.

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} Y/X \quad (7)$$

이로부터 R과 θ 에 대한 결합확률 밀도함수 p(r, θ)를 얻는다.

$$p(r, \theta) = \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp \left[-\frac{r^2 + R_s - 2(r\cos\theta X_s + r\sin\theta Y_s)}{2\sigma^2} \right] \quad (8)$$

r의 전영역에 대해 적분하면 marginal pdf p(θ)를 얻는다.

$$p(\theta) = \int_0^\infty p(r, \theta) dr \quad (9)$$

그러므로 부호오율은 식(10)과 같이 된다.

$$P_M = 1 - \int_{-\frac{\pi}{M}}^{\frac{\pi}{M}} p(\theta) d\theta \quad (10)$$

ii) Multilevel QAM

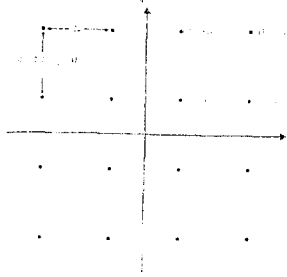
multilevel QAM을 일반적으로 쓰면 식(11)과 같이 쓸 수 있다.

$$S(t) = A_I \cos \omega_c t + B_Q \sin \omega_c t$$

$$A_I, B_Q \in \{ \pm a, \pm 3a, \dots, \pm (\sqrt{M}-1)a \}$$

$$0 \leq t \leq T \quad (11)$$

가우시안 잡음이 OAM에 미치는 영향을 계산하기 위해 (그림 5)의 신호공간을 이용한다. 그림에서 볼 수 있는 것과 같이 잡음성분을 x축 성분과 y축 성분으로 분해하면 식(12)와 같다. 여기서 x와 y는 서로 독립인 가우시안 밀도함수를 갖는다.



(그림 5) OAM의 신호공간
Signal space for OAM

$$\begin{aligned} m(t) &= N \cos(\omega_c t + \theta_m) \\ &= N \cos \theta_m \cos \omega_c t - N \sin \theta_m \sin \omega_c t \\ x &= N \cos \theta_m \quad y = N \sin \theta_m \end{aligned} \quad (12)$$

수신신호의 최대진폭을 S라 할때, 부호잡간의 최소거리 d은 식(13)과 같다

$$d_M = \frac{\sqrt{2} S}{\sqrt{M-1}} \quad (13)$$

또한 M-ary OAM의 평균전력 P_{av}는 식(14)와 같이 된다.

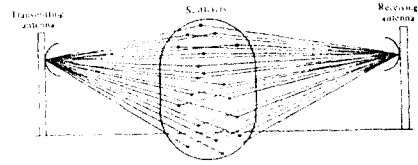
$$P_{av} = \frac{(N-1) S^2}{6(\sqrt{M}-1)^2} \quad (14)$$

OAM신호가 잡음의 영향을 받을때, 신호성분과 잡음성분의 합성신호가 인접 부호잡간의 거리의 1/2이상을 넘게되면 부호오류가 발생 하게된다. 즉 부호 오류는 식(14)와 같이 볼 수 있다.

$$\begin{aligned} P_M &\approx 2 \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3 Y_{av}}{2(M-1)}} \right) \\ Y_{av} &= \frac{P_{av}}{N_0} \end{aligned} \quad (15)$$

IV. 페이딩에 의한 영향

무선 통신로를 통해 전송되는 신호는 채널의 불규칙한 상태 변화에 의해 영향을 받게된다. 이러한 채널의 불규칙한 상태변화는 지구자기활동(geomeric activity), 태양풍(solar storm), 태양활동(solar activity), 핵폭발등에 의한 채널의 물리적인 상태변화에 기인한다. 이러한 채널의 특성변화에 의해 송신단에서 전파되어 수신측에 도달한 수신신호의 위상과 진폭이 random한 변화를 하게된다. 이것을 scattering 채널 모델을 사용하여 나타내면 (그림 6)와 같다.



(그림 6) Scattering 채널모델

여기서 K번째 scatter에 의해 반사된 신호는 식 (16)으로 쓸 수 있다.

$$S_k(t) = A_k m(t - \tau_k) \cos[\omega_c(t - \tau_k)] \quad (16)$$

상대적인 시간지연인 signal duration T_s에 비해 충분히 작다고 가정하면 식 (17)으로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} S_k(t) &= A_k m(t) \cos(\omega_c t - \theta_k) \\ \theta_k &= \omega_c \tau_k \end{aligned} \quad (17)$$

잡음이 없다고 가정한 수신복합 신호는 식 (18)로 쓸 수 있다.

$$S(t) = \sum_k S_k(t) = A m(t) \cos(\omega_c t - \theta) \quad (18)$$

잡음을 포함시키면 식 (19)와 같다.

$$\begin{aligned} r(t) &= A m(t) \cos(\omega_c t - \theta) + n_w(t) \\ n_w(t) &; \text{AWGN} \end{aligned} \quad (19)$$

식 (19)에서 A와 θ는 서로 독립이며, A는 Rayleigh pdf, θ는 uniform pdf를 각각 갖을 경우 이와 같은 채널을 Rayleigh-fading channel이라 한다. Rayleigh fading channel에서는 각 path로 전송되는 성분신호가 똑같이 수신신호의 에너지에 기여하는 경우에 해당하며 한 특정의 path에 의한 에너지가 두드러질 경우 A의 확률 밀도는 Rician 분포를 갖게된다. 앞에서 기술한 M-ary PSK와 OAM변조방식을 사용한 신호가 Rayleigh fading channel을 통과 할 경우의 오류특성을 구하기 위하여, n-분포 페이딩 채널에서 n=1인 경우를 채택한다.

$$P_e(M\text{-ary PSK}) = \int_0^{\infty} P_{e1} \cdot \frac{R}{\alpha^2} \exp\left(-\frac{R^2}{2\alpha^2}\right) dR \quad (20)$$

$$P_e(M\text{-ary OAM}) = \int_0^{\infty} P_{e2} \cdot \frac{R}{\alpha^2} \exp\left(-\frac{R^2}{2\alpha^2}\right) dR \quad (21)$$

P_{e1}; AWGN에서의 M-ary PSK 오류

P_{e2}; AWGN에서의 M-ary OAM 오류

▽ 결론

디지털 통신에서 무선채널을 통해 정보를 수신할 경우 채널의 multipath fading 현상에 의해 error probability 가 높아지게 된다. 본 논문에서는 Additive White Gaussian Noise 뿐 포함하는 Rayleigh fading channel 에서의 M-ary PSK 와 QAM 의 error performance 를 구하였다. 그 결과를 S/N 비에 대하여 그래프로 그려서 두 변조방식의 Rayleigh fading 효과에서의 성능을 비교할 수 있게 하였다.

REFERENCE

1. Curtis A. Siller, Jr. "Multipath Propagation." IEEE Communication Magazine, Vol. 22, No.2, PP.6-15, Feb. 1984
2. M.Liniger, R.P. Coutts, W.D. Rumler, "Multipath fading Channel Models for Microwave Digital Radio ." IEEE Communications Magazine ol.24, No.11, November . 1986 .
3. W. D. Rumler, " More on the Multipath Fading Channel Model", IEEE Trans. on Comm., Vol.COM-29, No.3, PP.346-352, March 1981
4. W. D. Rumler, "A New Selective fading Model : Application to Propagation Data." Bell Sys.tech. Jour., vol.58, no.5, pp.1037-1017, May/June 1979 .
5. Y. Miyogaki, . Morinaga and T. Namekawa, "Error Probability Characteristics for CPSK Signal through M-distributed Fading Channel", IEEE Trans. on Comm., Vol.COM-26, No.1, PP.88-100, Jan. 1978
6. John C. Proakis, "Digital Communications ", McGraw-Hill, 1983