

레이다 추적을 위한 비선형 추정의 개선

박 의 장\*, 윤 현 보\*\*

\*한국기계연구소 대덕선박본소, \*\*동국대학교 전자공학과

An Improvement of Nonlinear Estimation for Radar Tracking

Hee Chang PARK\*, Hyun Bo YOON\*\*

\*KIMM Ship Research Station \*\*Dept. of Electronic Engineering Dongguk University

ABSTRACT

An improved algorithm by which the effects from the linearization of the radar measurement model equation can be significantly reduced is proposed.

This can be accomplished by using the updated azimuth, elevation, range to evaluate the azimuth, elevation, range residuals, respectively.

The accuracy of estimates obtained via the algorithm is shown to be superior to that of Miller's algorithm by the computer simulation.

1. 서론

레이다 추적 계통에서, 레이다로 측정한 range와 bearing으로부터 목표물의 위치, 속도를 계산해 내는 것은 비선형 추정 이론에서 문제시 되어 왔다.[1]

일반적으로 목표물의 이동은 직각 좌표계로 모델되어 왔으나, 레이다의 측정은 range, azimuth, elevation 등 극 좌표계로 행해진다. Kalman filter나 least squares 등 실제로 사용되는 추정기에서는 측정 계통이 선형이라고 가정하기 때문에 추정기가 동작하기 전에 직각 좌표계로 선형화 시켜야 한다.

그러나 선형화하는 과정에서의 오차는 range가 클수록 크게 누적되어 큰 오차를 발생 시키므로,

레이다 측정 자료를 선형화 시키는 과정에서의 오차를 줄이는 algorithm에 관한 연구가 Miller에 의해 진행된 바 있다.[2]

본 논문에서는 Miller가 제안한 비선형 추정기에서 직각 좌표계로 update 시키는 과정에서 range, azimuth, elevation을 매번 계산하는 방법을 도입하여 비선형 측정의 선형화에 의해 생기는 오차를 개선하였다.

2. 본론

Range, elevation의 2차원 레이다 측정의 경우를 보면

r = (x^2 + y^2)^1/2 + v\_r (1,a)

theta = arctan(y/x) + v\_theta (1,b)

이다.

Covariance matrix를 P\_e라 하고 {x\_e, y\_e}를 {x, y}의 추정값이라 한다면, EKF(Extended Kalman Filter)의 추정 방정식은[3]

[X\_e, Y\_e]^T = [X\_0, Y\_0]^T + P\_e H\_0^T R^-1 [(r - r\_0), (theta - theta\_0)] (2)

이 된다.

여기서

P\_e^-1 = P\_0^-1 + H\_0^T R^-1 H\_0 (3)

이고,

r\_0 = (x\_0^2 + y\_0^2)^1/2 (4)

theta\_0 = arctan(y\_0/x\_0) (5)

이며,

$$H_0 = \begin{bmatrix} -\cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ (\sin \theta_0)/r_0 & (\cos \theta_0)/r_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

이다.

(3) 식에서  $R^{-1}$  에 비해  $P_0^{-1}$  은 무시할 수 있으므로

$$P_i \approx H_0^{-1} R H_0^{-1} \quad (8)$$

이라 한다면

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} &\approx \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_0 \\ \sin \theta_0 \end{bmatrix} (r - r_0) \\ &+ \begin{bmatrix} -\sin \theta_0 \\ \cos \theta_0 \end{bmatrix} r_0 (\theta - \theta_0). \end{aligned} \quad (9)$$

이 된다.

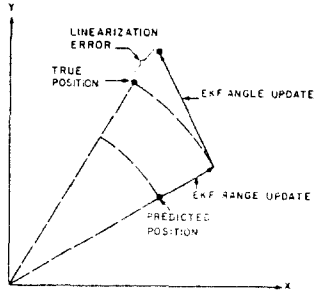


그림 1. EKF의 선형화에 의한 오차  
EKF linearization error.

그림 1에 의하면 range update vector 가 새로운 추정값인 range  $r$ 로 선을 따라 이동을 하나 elevation update 가 그 선에 직각으로 이동하게 되어 range update의 정확도는 보장을 할 수 없게 된다. 따라서 elevation update에 의해 발생한 추정 오차를 range residual 계산에 포함한다면 추정 오차를 줄일 수 있다. 즉,

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \theta_0 \\ \cos \theta_0 \end{bmatrix} r_0 (\theta - \theta_0).$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{bmatrix} (r - r_1).$$

(10)

으로 한다.

$(x_0, y_0)$ 으로 (1b) 식을 선형화하고, 다음에 EKF를 사용하여  $(x_1, y_1)$ 을 추정한다. 그리고 다시  $(x_1, y_1)$ 으로 (1a) 식을 선형화 한다.

Miller에 의한 EKF의 수치 모델을 보면, 추정값의 update로서

$$\hat{x}_n(t_n) = \hat{x}(t_{n-}) + L_n(t_n)[a(t_n) - \hat{a}(t_{n-})]$$

$$\hat{x}_{nn}(t_n) = \hat{x}_n(t_n) + L_{nn}(t_n)[e(t_n) - \hat{e}(t_n)]$$

$$\hat{x}_{nnn}(t_n) = \hat{x}_{nn}(t_n) + L_{nnn}(t_n)[r(t_n) - \hat{r}(t_n)]$$

(11)

이 되나, 본 논문에서는 위의 correction term에서  $\hat{\alpha}(t_{n-})$ ,  $\hat{\epsilon}_a(t_n)$ ,  $\hat{\epsilon}_{ae}(t_n)$ 으로 매번 update 시킨 값을 사용하므로써 최종적인 오차가 줄어드는 개선된 algorithm을 제시한다.

이와 같이 3차원 측정으로 확장해 보면,

$(x, y, z)$ 를 레이더를 중심으로한 직각 좌표계에서 목표물의 위치라 하고  $\{x_0, y_0, z_0\}$ 를  $\{x, y, z\}$ 의 바이어스가 없는 초기 추정값이라 하면 range, azimuth, elevation으로 된 레이더 측정은 다음과 같이 된다.

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} + v_r,$$

$$a = \arctan(y/x) + v_a,$$

$$e = \arcsin(z/r) + v_e,$$

(12)

여기서  $v_r, v_a, v_e$ 는 서로 상관 관계가 없는 zero-mean noise process이고 분산은  $\sigma_r^2, \sigma_a^2, \sigma_e^2$ 이다.

EKF에서 azimuth, elevation, range의 순으로 선형화하고 그 순간에 해당하는 측정 모델의 위치를 계산하면 선형화에 의한 오차를 줄일 수 있다. 즉,

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos e_0 \sin a_0 \\ \cos e_0 \cos a_0 \\ 0 \end{bmatrix} r_0 (a - a_0)$$

$$\begin{bmatrix} x_{se} \\ y_{se} \\ z_{se} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin e_s \cos a_s \\ -\sin e_s \sin a_s \\ \cos e_s \end{bmatrix} r_s (e - e_s)$$

$$\begin{bmatrix} x_{seo} \\ y_{seo} \\ z_{seo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{se} \\ y_{se} \\ z_{se} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos e_{se} \cos a_{se} \\ \cos e_{se} \sin a_{se} \\ \sin e_{se} \end{bmatrix} (r - r_{se})$$

(13)

으로 한다.

Range, azimuth, elevation 중 process 하는 순서는 6가지 형태가 있게 되는데, 그중 azimuth, elevation, range의 순이 가장 정확도가 좋았다.

### 3. 시뮬레이션 결과

시뮬레이션하기 위해 대기권에 진입하는 목표물을 모델로 하였다. 대기권에 진입하는 목표물은 다음과 같은 방정식으로 표현된다.<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= u \\
\dot{y} &= v \\
\dot{z} &= w \\
\dot{u} &= -GMx/R^3 - (\mu A/2m)C_D |V_x| (u + \omega_y) \\
\dot{v} &= -GMy/R^3 - (\mu A/2m)C_D |V_x| (v - \omega_x) \\
\dot{w} &= -GMz/R^3 - (\mu A/2m)C_D |V_x| (w)
\end{aligned}
\tag{14}$$

여기서  $(x, y, z)$ 는 각각 좌표계에서 목표물의 위치이고,  $(u, v, w)$ 는  $(x, y, z)$ 의 속도이다.

위 식을 벡터 미분 방정식으로 쓰면,

$$\dot{X}(t) = f(X(t), t) \tag{15}$$

이고, 레이더 측정에 zero-mean Gaussian noise가 섞인다고 가정하면

$$z_n = h(X(t_n), t_n) + v_n \tag{16}$$

이다.

여기서

$$z_n^* = \{r(t_n), \alpha(t_n), e(t_n)\} \tag{17}$$

$$h^*(X(t_n), t_n) = \{\rho(t_n), \alpha(t_n), \varepsilon(t_n)\} \tag{18}$$

$$v_n^* = \{v_r, v_\alpha, v_\varepsilon\} \tag{19}$$

이다. Error covariance는

$$\mathbb{E}v_n v_n^* = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\varepsilon^2 \end{bmatrix}$$

으로, 서로 상관 관계가 없다고 가정하고

$$\sigma_r = 0.2m, \sigma_\alpha = \sigma_\varepsilon = 0.005^\circ$$

으로 한다.

목표물의 초기값으로

$$r_0 = 150 \text{ Km}, \alpha_0 = 63^\circ, e_0 = 28^\circ$$

으로 하고, 속도는 6.8Km/s로 한다. Sampling 주기는 10Hz로 하고, 25s 동안 행한다.

초기 추정값은 오차를 2Km, 5m/s로 하고, 초기 error covariance는 2Km, 2Km/s로 한다.

그림 2는 Miller에 의해 추정된 상태 벡터의 추정 오차  $X(t_n) - \hat{x}(t_n)$ 의 절대값을 보였고, 그림 3은 제시된 algorithm에 의한 추정 오차의 절대값을 보였다. 그림 4는 Miller에 의한 residual  $z_n - h(\hat{x}(t_n), t_n)$ 을 보였고, 그림 5는 제시된 algorithm에 의한 residual을 보였다.

### 4. 결론

레이더 추적 계통에서 측정 모델의 선형화 과정에 의해 발생하는 오차를 줄이는 algorithm을 제시하였다.

비선형 추정기에서 각각 좌표계로 선형화 시키는 과정에서 range, azimuth, elevation을 매번 update 시키므로서 비선형 측정의 선형화에 의해 생기는 오차를 개선하였다.

시뮬레이션에 의하여 Miller의 algorithm으로 구하는 것보다 정확한 추정을 할 수 있었다.

### REFERENCE

1. R. J. Fitzgerald, "Divergence of the Kalman filter" IEEE Transactions on Automatic Control, Dec. 1971, AC-16, 736-747
2. K. S. Miller, D. M. Leskiw, "Nonlinear estimation with radar observations", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-18, No.2 Mar. 1982
3. A. Gelb, Applied Optimal Estimation, Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1974
4. P. R. Escobal, Methods of Orbit Determination, New York: Wiley, 1965

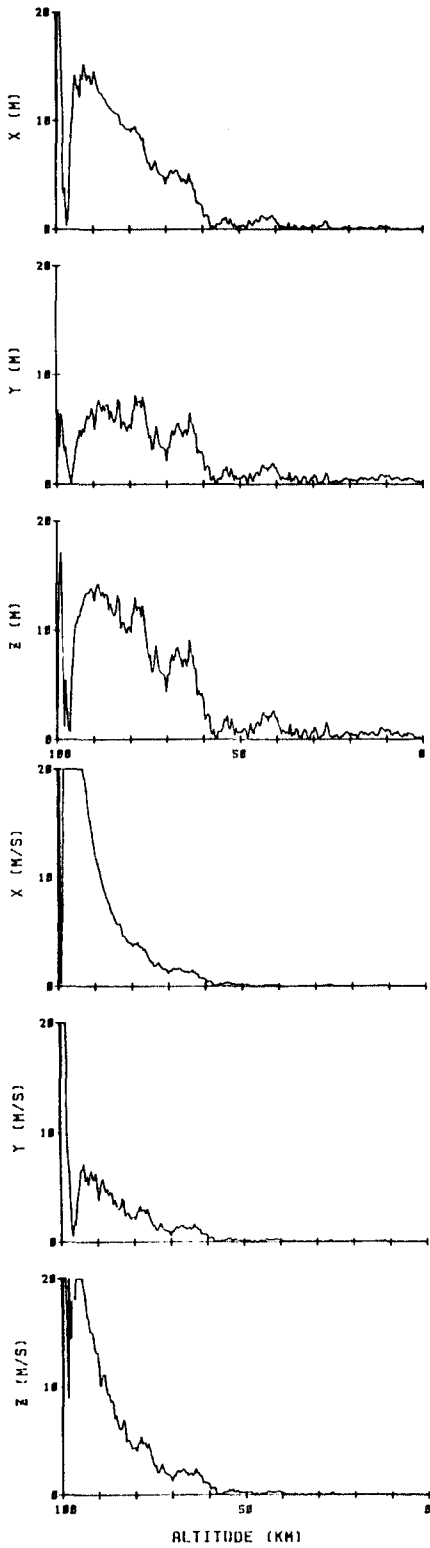


그림 2. Miller의 algorithm에 의한 추정 오차  
Estimation errors of Miller's

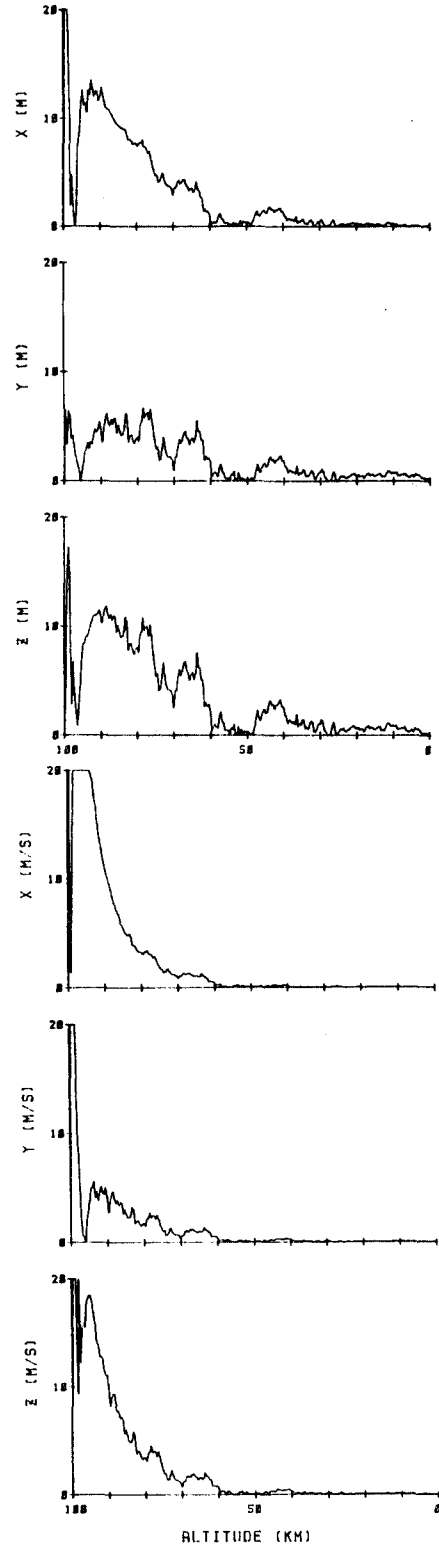


그림 3. 제안된 algorithm에 의한 추정 오차  
Estimation errors of proposed algorithm

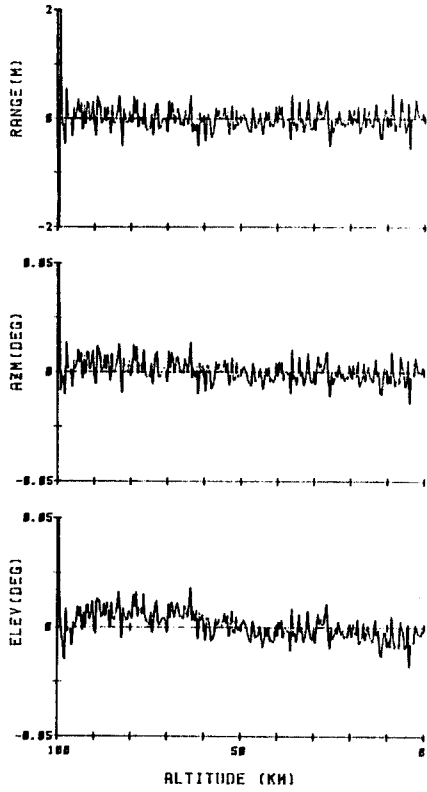


그림 4. Miller의 algorithm에 의한 residuals  
Residuals of Miller's

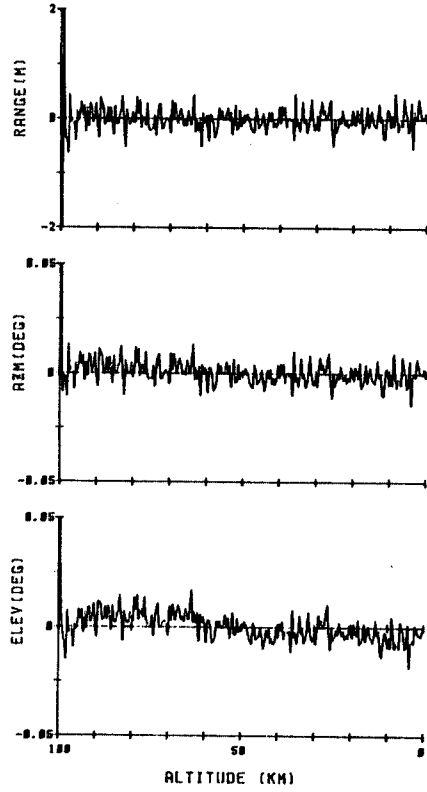


그림 5. 제안된 algorithm에 의한 residuals  
Residuals of proposed algorithm