# 다수의 광대역 신호의 입사각 추정을 위한 이차원의 적응선형예측 알고리즘

김태원*, 차일환, 윤대희
연세대학교 전자공학과
음향, 음성 및 신호처리 연구실

이장식, 오원천
진해 기계창.

Adaptive Two Dimensional Linear Prediction Algorithm For Estimating Incident Angles of Multiple Broadband Signals.

T.W. Kim, I.W. Cha, and D.H. Youn

J.S. Lee, W.C. Oh

ABSTRACT

An algorithm for estimating incident angles of multiple broadband signals is proposed. The method adopts semicausal model for two dimensional linear prediction filter coefficients such that the arithmatic average of the mean squared values of the forward and reverse prediction errors is minimized. Preliminary results demonstrating the performance of the proposed method are presented. Simulation results indicate that the performance depends on signal-to-noise ratio and prediction order in spatial demension.

## 1. 서 론

광대역 신호의 입사각을 찾는 문제는 소나 시스템을 비롯하여, 지진파의 검출을 위한 Geophone 어레이 등에 적용되는 중요한 문제이다.

단 하나의 광대역 신호의 입사각은 이미 많은 연구가 이루어진 시간지연추정 방법으로 찾을 수 있으며[1], 최근에는 다수의 광대역 신호의 입사각을 추정할 수 있도록 시간지연벡터를 추정하는 알고리즘[2]과 다변수 시스템 인식의 방법을 사용하는 알고리즘들[3,4,5]이 제시되었다. 한편 협대역 신호의 입사각의 추정에 적용되는 알고리즘들인 ML (Maximum-Likelihood) 방법, 선형예측 (Linear prediction) 방법[6], MUSIC (Multiple Signal Classification) 방법[7] 등을 다수의 광대역 신호의 입사각을 추정하기 위해 확장할 수 있다. 이미 MUSIC 방법와 근간을 이루는 신호부분공간(Signal Subspace) 개념을 활용한 알고리즘들이 연구되었다.[8,9]

본 논문에서는 다수의 광대역 신호의 입사각을 추정하기 위한 이차원의 적응선형예측 알고리즘을 제시하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 성능을 살펴보고자 한다. 적응 알고리즘으로 널리 사용되는 LMS 알고리즘을 사용한다.

그림 1 에서 M+1 개의 센서가 등간격 d로 배열된 선형어레이와 모습과 좌표축을 나타내었다. 첨자 m은 공간을 n은 시간을 의미한다. 각 센서는 모두 동일하게 전방향 특성과 평탄한 주파수 특성을 갖는다고 가정한다.

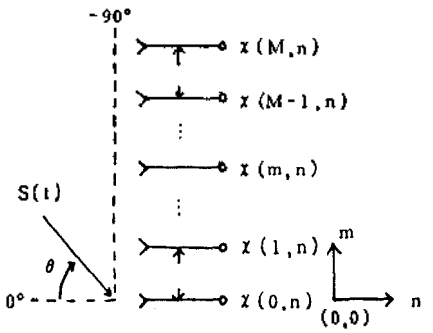


그림 1 선형어레이와 좌표축

L개의 광대역 신호원이 평면파로 진행하는 경우 시간 n에서 m번째 센서의 출력 $x(m,n)$은 다음과 같다.

$$x(m,n)=\sum_{l=1}^{L} S_l\left(n+\frac{md}{\lambda_s}\sin\theta_l\right)+\omega(m,n) \quad (1)$$
$$0\le m\le M,\ -90^\circ\le\theta_l\le 90^\circ$$

여기에서 $\theta_l$는 l번째 입사신호 $S_l(t)$의 입사각이고, $\omega(m,n)$은 시간 n에서 m번째 센서출력의 첨가잡음이며, $\lambda_s$는 샘플링 주파수 $F_s$에서의 파장을 나타낸다. 즉, $\lambda_s=\frac{C}{F_s}=CT_s$ 이고 $T_s$는 샘플링 간격이며 C는 신호의 전파속도이다.

문제는 다음 식으로 나타나는 이차원의 선형예측을 이용하여 각 신호의 입사각 $\theta_l$을 나타내는 공간 스펙트럼을 추정하는 것이다.

$$e(m,n)=x(m,n)+\sum_{i,j\in W}\sum a_{i,j}\,x(m-i,n-j) \quad (2)$$

여기에서 $a_{i,j}$는 i,j 번째 이차원의 선형예측계수이며, $e(m,n)$은 선형예측오차이고, W는 예측창(Prediction Window)으로서 $x(m,n)$을 선형예측하기 위해 사용되는 데이터 영역을 규정한다. 공간영역의 예측차수를 P라 할 때, 일반적으로 L개의 입사각을 추정하기 위해서는 P가 L보다 커야하며, 반면 P는 M보다 클 수 없다.

다음 장에서 최적 선형예측계수 $\{a_{i,j}\}$를 추정하기 위한 이차원의 적응선형예측 알고리즘이 제시된다.

최적 선형예측계수로 부터 입사각 $\theta$, 주파수 f 에서의 이차원의 선형예측 스펙트럼 $G(\theta,f)$는 다음과 같다.

$$G(\theta,f)=\frac{Ge}{|H(\theta,f)|^2} \quad (3)$$

여기에서, $H(f,\theta)$는 이차원의 선형예측오차필터의 전달함수로서

$$H(\theta,f)=1+\sum_{m,n\in W}\sum a_{m,n}\exp\{-j2\pi fT_s(n+\frac{md}{\lambda_s})\sin\theta)\} \quad (4)$$

이고, Ge는 선형예측오차의 전력밀도스펙트럼으로서 예측창W의 선택에 따라서 상수 또는 MA(Moving Average) 스펙트럼으로 주어진다.[10] 다수의 광대역 신호의 입사각을 나타내는 공간 스펙트럼 $S(\theta)$는 선형예측오차필터 $H(f,\theta)$를 주파수 영역에서 평균하여 얻어지며, 공간영역에서의 선형예측이 Causal 모델이면 공간 스펙트럼 $S(\theta)$의 분자항은 상수이다. 즉,

$$S(\theta)=\frac{k_0}{|\sum_f H(\theta,f)|^2} \quad (5)$$

여기서 $k_0$는 정규화 상수이다.

## 2. 이차원의 적응선형예측 알고리즘

이차원의 선형예측은 Causal, Semicausal, Noncausal 모델을 취할 수 있으며, 그림 2 에서 각 모델에서의 예측창의 예를 보였다. 또, 표 2 에서는 그림 2 에서 보인 예측창을 사용했을 경우 각 이차원의 스펙트럼을 Z 변환을 사용하여 나타내었다.[10]

표 2. 각 모델에서의 스펙트럼 ($a_{0,0}=1$, $\sigma_e^2=E\{|e(m,n)|^2\}$)

| | |
|---|---|
| Qp 예측창 (Causal) | $Gc(Z_1,Z_2)=\dfrac{\sigma_e^2}{\left\|\sum_{m=0}^{P}\sum_{n=0}^{q} a_{m,n}Z_1^{-m}Z_2^{-n}\right\|^2}$ |
| SHP예측창 (Semicausal) | $G_s(Z_1,Z_2)=\dfrac{\sigma_e^2\sum_{n=-q}^{q} a_{0,n}Z_2^{-n}}{\left\|\sum_{m=0}^{P}\sum_{n=-q}^{q} a_{m,n}Z_1^{-m}Z_2^{-n}\right\|^2}$ |
| FP 예측창 (Noncausal) | $G_N(Z_1,Z_2)=\dfrac{\sigma_e^2}{\sum_{m=-P}^{P}\sum_{n=-q}^{q} a_{m,n}Z_1^{-m}Z_2^{-n}}$ |

광대역 신호의 공간 스펙트럼을 추정할 때, QP(Quarter Plane)의 예측창을 사용하면 입사각의 부호에 따라 심한 영향을 받는 단점이 있고, FP(Full Plane)의 예측창을 사용하면 음인 아닌 공간 스펙트럼을 보장받을 수 없고 가운데 센서를 예측하기 때문에 해상도는 좋지만 바이어스가 생기는 단점이 있다. 따라서 본 논문에서는 Semicausal 모델을 사용하며, 그림 2 (b)의 SHP(Symmetric Half plane)의 예측창을 $W_s$로 나타내기로 한다.

[11]에서, 협대역 신호의 공간 스펙트럼을 추정하기 위해 Causal 모델에서 전방(Forward)과 후방(Backward) 선형예측오차의 평균자승값들의 산술평균을 최소화하는 적응선형예측 알고리즘을 제시하였고, 이

알고리즘이 전방 선형예측오차의 평균자승값만을 최소화하는 알고리즘보다 분해능(Resolution)이 우수하고 바이어스가 적음을 밝혔다.

다음에서 광대역 신호의 공간 스펙트럼을 추정하기 위해 Semicausal 모델에서 순방향(Forward)과 역방향(Reverse) 선형예측오차의 평균자승값들의 산술평균을 최소화하는 적응선형예측 알고리즘을 유도한다.

순방향 선형예측오차를 다음과 같이 정의한다.

$$e^f(m,n) = \sum_{i=0}^{P}\sum_{j=-q}^{q} a_{i,j}(m,n)\, x(m-i,n-j)$$

$$, p \leq m \leq M,\ a_{0,0} = 1 \quad (6)$$

여기에서 $a_{i,j}(m,n)$ 은 공간과 시간 $(m,n)$에서 $i,j$ 번째 순방향 적응선형예측계수를 나타낸다. 또 역방향 선형예측오차는 다음과 같이 정의된다.

$$e^r(m,n) = \sum_{i=0}^{P}\sum_{j=-q}^{q} a^r_{i,j}(m,n)\, x(m-P+i,n+j)$$

$$, P \leq m \leq M,\ a^r_{0,0} = 1 \quad (7)$$

여기에서 $a^r_{i,j}(m,n)$ 은 공간과 시간 $(m,n)$에서 $i,j$ 번째 역방향 적응선형예측계수를 나타낸다.

이차원의 데이터 샘플이 시간과 공간영역에서 모두 Stationary 특성을 갖는다면 순방향과 역방향의 선형예측은 동일한 통계적 정보를 다루기 때문에 두 선형예측계수들 사이에는 공액 복소수의 관계가 성립한다. (7)식의 역방향 선형예측오차를 순방향 선형예측계수로 나타내면,

$$e^r(m,n) = \sum_{i=0}^{P}\sum_{j=-q}^{q} a^{r*}_{i,j}(m,n)\, x(m-P+i,n+j)$$

$$, P \leq m \leq M,\ a_{0,0} = 1 \quad (8)$$

이다.

이들 순방향과 역방향 선형예측오차의 평균자승값들의 산술평균을 최소화하는 Steepest Descent 방법의 공간과 시간 $(m,n)$에서 $i,j$ 번째 예측계수에 대한 기울기는 다음과 같이 구해진다.

$$\nabla_{i,j}(m,n) = \frac{1}{2}\,\frac{\partial E\{\,|e^f(m,n)|^2 + |e^r(m,n)|^2\}}{\partial a_{i,j}}$$

$$, P \leq m \leq M,\ i,j \in w_s \quad (9)$$

LMS 알고리즘에서는 평균자승오차 대신에 순간자승오차를 사용한 다음의 근사기울기를 사용한다.

$$\hat{\nabla}_{i,j}(m,n) = \frac{1}{2}\,\frac{\partial(|e^f(m,n)|^2 + |e^r(m,n)|^2)}{\partial a_{i,j}}$$

$$, P \leq m \leq M,\ i,j \in w_s \quad (10)$$

(6)식과 (8)식을 (10)식에 대입하여 미분하면 근사기울기는

$$\hat{\nabla}_{i,j}(m,n) = e^f(m,n)x^*(m-i,n-j) + \{e^r(m,n)x^*(m-P+i,n+j)\}^*,\ P \leq m \leq M,\ i,j \in w_s \quad (11)$$

이다. 이와같이 두개의 근사기울기를 평균함으로써 근사기울기의 오차가 줄어들기 때문에 예측계수가 보다 정확한 값에 수렴한다.

공간 스펙트럼의 추정을 위한 이차원의 적응선형예측 계수를 시간축으로만 다시 계산한다면 공간축으로 적응선형예측 계수들은 모두 동일하고 그 계산식은 다음과 같다.

$$a_{i,j}(n) = a_{i,j}(m,n),\quad P \leq m \leq M$$

$$a_{i,j}(n+1) = a_{i,j}(n) - \mu \sum_{m=P}^{M} \hat{\nabla}_{i,j}(m,n),\ i,j \in w_s \quad (12)$$

여기에서 $\mu$는 수렴율이다.

(11) 식을 사용하여 반복적으로 구한 최적 예측계수들을 (4)식과 (5)식에 대입하면 공간 스펙트럼 $S(\theta)$가 얻어진다.

## 3. 시뮬레이션 결과

시뮬레이션을 위해 사용된 두개의 신호원은 백색 가우시안 랜덤신호를 다음과 같은 필터를 통과시켜 얻은 실수 데이터를 사용한다.

$$\text{신호원 1} : H_1(Z) = \frac{1}{1+0.371\,Z^{-1}+0.36\,Z^{-2}}$$

$$\text{신호원 2} : H_2(Z) = \frac{1}{1+0.433\,Z^{-1}+0.49\,Z^{-2}}$$

이들의 중심 주파는 모두 0.3Hz 이고 그림3에서 그 전달함수의 크기를 보였다.

센서의 수는 5개와 7개인 경우를 시뮬레이션 하

며, 이때 공간영역의 예측차수 P는 최대의 차수를 갖도록 4와 6으로 하였다. 즉 P=M인 경우이다.

신호원 1은 +3°로 신호원 2는 -3°로 입사되며, 신호대잡음비가 10dB인 경우와 0dB인 경우에 대하여 공간영역의 예측차수 P를 4와 6으로 변화시켜 시뮬레이션 하였다. 이때 센서간의 간격 $d/\lambda_s$는 5로, 시간영역의 예측차수 q는 4로, 수렴률 $\mu$는 0.001로 고정하며, n=2,000 일때의 수렴된 계수로 부터 공간 스펙트럼을 추정하여 그림4에 나타내었다. 공간 스펙트럼은 신호원의 전력밀도 스펙트럼을 모를 경우를 가정하여 전체 주파수 영역을 20등분하여 각 주파수 밴드를 평균하여 구하였다.

시뮬레이션의 결과로 부터 선형예측에 의한 공간 스펙트럼의 추정은 공간영역의 예측차수와 신호대잡음비에 영향을 받음을 알 수 있다.

## 4. 결 론

다수의 광대역 신호의 입사각을 추정하기 위한 이차원의 적응선형예측 알고리즘을 제시하고 그 성능을 확인하였다. 제시된 알고리즘에서는 Semicausal의 예측모델을 적용하였고, 순방향과 역방향의 선형예측오차의 자승평균값들의 산술평균을 최소함으로써 보다 정확한 공간 스펙트럼을 얻었다.

제시된 알고리즘은 신호원이 천천히 움직일 경우 따라갈 수 있으며, 신호부분 공간의 접근 방식을 사용하는 다른 알고리즘에 비해 계산량이 매우 적은 장점을 지니고 있다.

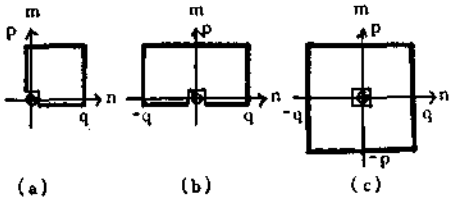


그림 2. 예측창의 예

(a) Quarter Plane (Causal)

(b) Symmetric Half Plane (Semicausal)

(c) Full Plane (Noncausal)

## 5. 참고문헌


1)C.H. Knapp and G.C. carter, "The generalized correlation method for estimation of time delay," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol.ASSP-24, pp. 320-327, Aug. 1976.

2)L.C. NG and Y.B. Shalom, "Mutisensor multitarget time delay vector estimation," IEEE Trans. Acourst., Speech, Signal Processing, Vol.ASSP-34, pp. 669-678, Aug. 1986.

3)B. Porat and B. Friediander, "Estimation of spatial and spectral parameters of multiple sources," IEEE Trans. Informat. Theory Vol.IT-29, pp. 412-425, May 1983.

4)A. Nehoai, S. Su, and M. Morf, "Estimation of time differences of arrival by pole decomposition," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-31, pp. 1478-1491,Dec.1983.

5)G. Su and M. Morf, "Modal decomposition signal subspace algorithms," IEEE Trans. Acoust., Speech Signal Processing, Vol.ASSP-34, No.3, 1986.

6)D.H. Johnson, "The Application of Spectral Estimation Method to Bearing Estimation Problems," Proc. IEEE, Vol.70, Sep. 1982.

7)R.O. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," IEEE Trans. Antenn. Propag. vol.AP-34, Mar. 1986.

8)S. Su, and M. Morf, "Signal subspace approach for multiple wide-band emitter location," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol.ASSP-31, pp. 1502-1522, Dec. 1983.

9)H. Wang and M. Kaveh, "Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wideband sources," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol.ASSP-33, No. 4, 1985.

10)A.K. Jain, "Advances in Mathematical Models for Image Processing," Proc. IEEE, vol.69, May 1981.

11)W.C. Lee, I.W. Cha, W.K. Kim, and D.H. Youn, "An adaptive spatial domain prediction and bearing estiamation," IEEE Region 10 Conference, 1987


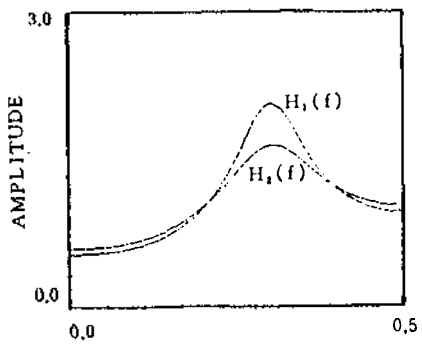


그림 3 사용된 빈더의 크기 전달함수

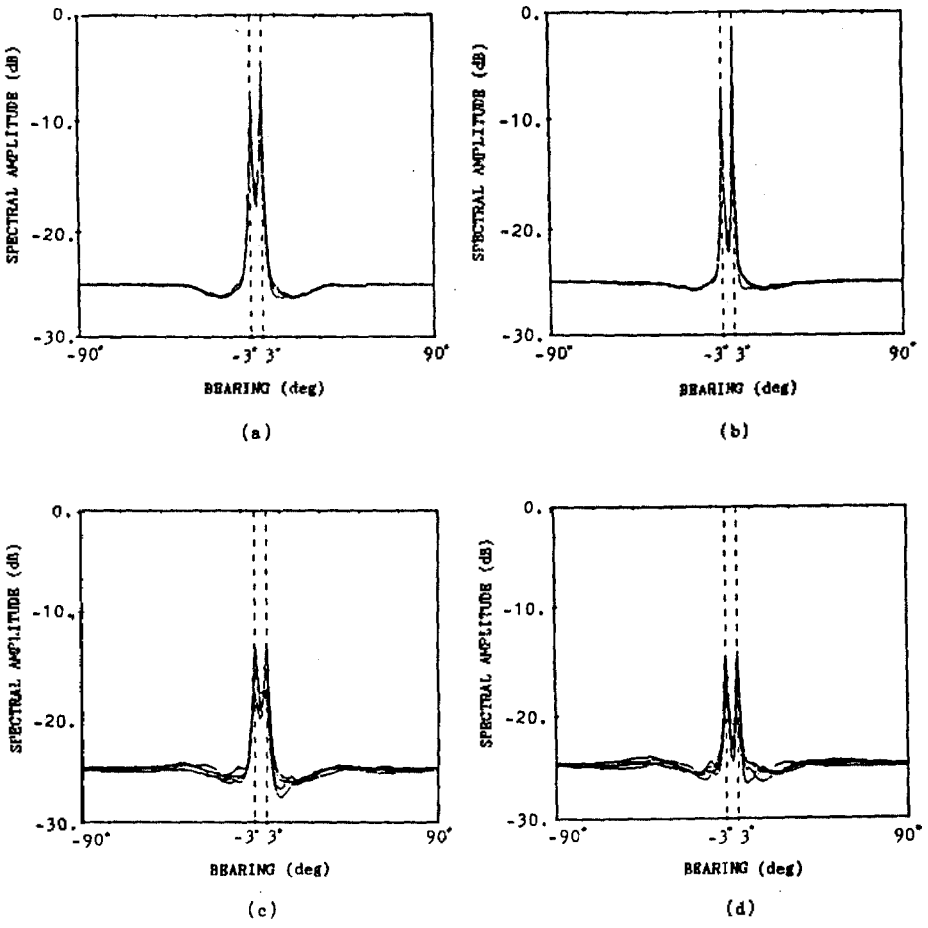


그림 4. 추정된 공간 스펙트럼

(a) SNR = 10dB, p = 4　　(b) SNR = 10dB, p = 6

(c) SNR = 0dB, p = 4　　(d) SNR = 0dB, p = 6