

외부가압 공기윤활 지지베어링의 안정성에 관한 해석

신국미학기술원 임 중학 · 김 경웅

I. 서론

지지베어링으로 지지되고 있는 축 및 베어링 시스템에서 축이 고속으로 회전할 때, 어느 회전수 이상에서 시스템의 안정성이 깨어져 축의 진동진폭이 갑자기 커지는 Self-excited whirl 이라 불리우는 불안정 현상이 존재한다.

따라서 고속회전체에 적용되는 공기윤활 지지베어링에 있어서 안정성 문제는 설계 및 운전에 고려되어야 하는 지배적 요인 중의 하나가 된다.

Lund, Fleming 과 Cunningham, Mori 등은 외부가압형 공기윤활 지지베어링의 안정성을 이론적으로 해석하였으며 Pincus 는 Self-acting 형 공기베어링에서 편심율이 작은 경우 2-Lobe 베어링이나 3-Lobe 베어링이 원형베어링보다 강성도와 감쇠력이 더 크므로 안정성이 더 좋을 것이라고 정성적으로 예측했다.

그러나 외부가압 공기윤활 지지베어링의 안정성에 비원형 베어링의 유효성은 김 두훈, 김 규모, 박 중모 등에 의하여 실험적으로 제시되었다. 따라서 본연구는 외부가압형 공기윤활 지지베어링에서 Multi-lobe 형상의 베어링이 축 및 베어링 시스템의 안정성에 미치는 효과를 원형의 경우와 비교하여 이론적으로 해석하여 Multi-lobe 베어링의 유효성을 모이코 이에 적용 가능한 Programing을 하여 몇가지 경우에 대하여 계산을 비교해 본다.

II. 이 론

2-1 해석모델 및 기본방항

본 연구의 모델로 사용되는 축과 베어링 시스템의 지지 중심의 운동은 Cylindrical mode만을 생각하기로 한다.

문제해석의 순서는 다음과 같다.

- 1) 레이놀드 방정식으로부터 유막력을 구한다.
- 2) 축과 베어링 시스템의 운동방정식을 구한다.
- 3) 1)에서 구한 유막력을 2) 에 적용하여 Self-excited whirl이 발생할때의 Stability parameter 를 구한다.

2-2 레이놀드 방정식

이상기체론 운동방정 사용하며 등온조건에 레이놀드 방정식을 무차원화시키면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (H^3 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial \xi} (H^3 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \xi}) = 2\lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{P}H) + j + \gamma \lambda \frac{\partial}{\partial \xi} (\bar{P}H) \quad \text{--- ①}$$

$$\bar{P} = P/P_a \quad \lambda = \frac{6\mu\omega}{P_a} \left(\frac{R}{c}\right)^2 : \text{Bearing No.}$$

$$H = h/c \quad \gamma = v/\omega : \text{Whirl ratio}$$

$$j = \sqrt{-1} \quad \tau = j\omega t$$

지지베어링이 정상상태의 기준 중심으로부터 $Re(\epsilon_1 e^{j\omega t}), Re(\epsilon_0 \phi_1 e^{j\omega t})$ 만큼 Whirling 한다고 가정하고 이에 상응하는 유막두께의 1 차로 Perturb 된 압력을 다음과 같이 놓음으로써 베어링내의 압력을 지지베어링의 운동에 대하여 선형화시킨다

$$H = H_0 + \epsilon_1 e^{j\omega t} \cos \theta + \epsilon_0 \phi_1 e^{j\omega t} \sin \theta \quad \text{--- ②}$$

$$\bar{P} = \bar{P}_0 + \epsilon_1 \bar{P}_1 e^{j\omega t} + \epsilon_0 \phi_1 \bar{P}_2 e^{j\omega t} \quad \text{--- ③}$$

(2), (3) 식을 (1)식에 대입하고 ϵ_1 및 $\epsilon_0 \phi_1$ 의 2 차항이상을 무시하면 ϵ_1 및 $\epsilon_0 \phi_1$ 에 관한 일차식이 얻어지며 $\epsilon_1, \epsilon_0 \phi_1$ 의 계수들의 방정식을 0 으로 놓으면 $\bar{P}_0, \bar{P}_1, \bar{P}_2$ 에 관한 3 개의 미분방정식이 얻어진다. 이 미분방정식들의 해를 구하여 구해진 압력을 지지베어링에 대하여 성분파의 유막력을 구한다.

2-2-1 경계조건

레이놀드 방정식을 풀기 위하여 다음과 같은 경계조건들을 사용하였다.

- 1) 축방향으로 베어링 양쪽의 압력은 대기압과 같다.
- 2) 원주방향의 주기성

3)외부가압 경계조건

Fig.1 에 개략적인 공급구에 대한 그림이 나와있다. 축방향으로 베어링의 중심면에 지름 d 인 공기공급구가 원주방향으로 N 개 있다.

1 개의 오리피스를 통한 공급기계의 질량유동 m 은 다음과 같다.

$$\bar{P}_0/\bar{P}_s \cong \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} ; \bar{m} = \frac{m\sqrt{RT}}{\pi d \bar{P}_s C_H} = \alpha \left(\frac{2k}{k+1}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad \begin{matrix} P_s: \text{공급구 바로 아래의 유압압력} \\ P_0: \text{공급압력} \\ k: \text{공기의 비열비} \\ R: \text{공기의 기체상수} \end{matrix}$$

$$\bar{P}_0/\bar{P}_s \cong \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} ; \bar{m} = \alpha \left(\frac{2k}{k+1}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\bar{P}_0}{\bar{P}_s}\right)^{\frac{1}{k}} \left[1 - \left(\frac{\bar{P}_0}{\bar{P}_s}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]^{\frac{1}{2}}$$

원주방향으로 N 개의 오리피스를 통한 유량공급을 원주방향으로 고르게 분포되어 있는 선공급원 (Line source)으로 가정한다. 선공급원으로부터 베어링안으로 공급되는 유량은 선공급원 바로 아래의 베어링 틈새에서 축방향으로 빠져나가는 유량과 같다고 하여 유량과 공급구압력 사이의 관계를 나타낼 수 있다.

$$H^2 \frac{\partial \bar{P}^*}{\partial S} = -\Lambda + \bar{P}_s \bar{m} \quad \Lambda_c = \frac{6\sqrt{RT} \Lambda N d}{P_s C^*} \quad \text{: Feeding parameter}$$

\bar{m} 도 H, \bar{P} 와 마찬가지로 $\epsilon_1, \epsilon_0 \phi_1$ 에 관하여 Perturb 시키지 지어널중심의 운동에 대하여 선형화한다.

$$\bar{m} = \bar{m}_0 + \epsilon_1 e^{j\omega t} \left. \frac{\partial \bar{m}}{\partial \epsilon_1} \right|_{\text{steady state}} + \epsilon_0 \phi_1 e^{j\omega t} \left. \frac{\partial \bar{m}}{\partial (\epsilon_0 \phi_1)} \right|_{\text{steady state}}$$

2-3 운동방정식

Rotor 는 Rigid 하며 질량 Unbalance 는 무시한다. 지어널중심이 정상상태위치를 중심으로 Perturb 되는 양은 2 차항 이상을 무시할 수 있을 정도로 작다

Self-excited whirl이 발생하는 순간에 지어널중심이, 전적인 평형위치로부터 이탈하여 다음과 같은 운동을 한다고 가정한다.

$$\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_1 e^{j\omega t}$$

$$\phi = \phi_0 + \phi_1 e^{j\omega t}$$

이것을 고려하여 운동방정식은 다음과 같이 정리된다. 여기서 γ 는 Whirl ratio 로서 Self-excited whirl이 발생할 때 지어널 중심의 Whirling frequency 와 지어널회전속도의 비이다.

$$\left(\bar{K}_{RR} + j\delta \bar{C}_{RR} - \bar{M} \delta^2\right) \epsilon_1 + \left(\bar{K}_{RT} + j\delta \bar{C}_{RT}\right) \epsilon_0 \phi_1 = 0 \quad \begin{matrix} K, C: \text{강성계수 및 감쇠계수} \\ \bar{M} = \frac{Mc\omega^2}{P_s L D} \end{matrix}$$

$$\left(\bar{K}_{TR} + j\delta \bar{C}_{TR}\right) + \left(\bar{K}_{TT} + j\delta \bar{C}_{TT} - \bar{M} \delta^2\right) \epsilon_0 \phi_1 = 0$$

위 식이 nontrivial해를 갖기 위해서는 determinant 가 0이어야 한다.

$$\text{실수부: } \left(\bar{K}_{RR} - \bar{M} \delta^2\right) \left(\bar{K}_{TT} - \bar{M} \delta^2\right) - \gamma \bar{C}_{RR} \delta \bar{C}_{TT} - \bar{K}_{RT} \bar{K}_{TR} + \delta \bar{C}_{RT} \delta \bar{C}_{TR} = 0$$

$$\text{허수부: } \bar{M} = \frac{\bar{K}_{RR} \delta \bar{C}_{TT} + \bar{K}_{TT} \delta \bar{C}_{RR} - \bar{K}_{RT} \delta \bar{C}_{TR} - \bar{K}_{TR} \delta \bar{C}_{RT}}{\gamma^2 (\delta \bar{C}_{RR} + \gamma \bar{C}_{TT})}$$

구해진 M 은 임계강각으로부터, 계산조건으로 운전되는 시스템에서 Rotor 의 질량에 해당하는 무차원강각이 M 이상에서 시스템을 불안정하다고 판단한다.

III. 결과 및 고찰

외부가압형 공기베어링의 특성 Parameter 등은 L/D, Λ , Λ_c , $\bar{W}(\epsilon_0)$, \bar{P}_s 등이며 Lobe베어링은 여기에 Preload factor, Load angle ratio, Offset factor 등이 추가된다. 본 계산에서 L/D, Preload factor, Load angle ratio, Offset factor 등은 각각 1, 1/3, 1/2, 1/2 로 고정시켜서 계산하였다.

하중 Parameter 또는 실제 운전되는 상태의 비교라는 관점에서 편심률보다는 하중을 택하였다. 그리고 원형베어링과 Lobe베어링의 형상의 차이에 따르는 비교기준은 원형베어링에서 정의된 모든 무차원수의 c 가 Lobe베어링에서는 c_m 으로 정의되었으므로 같은 무차원수에서 비교하면 지어널 반지름이 같을 때 동심상태 최소강각이 같은 경우, 즉 Lobe베어링의 내접원径이 같은 크기의 원형베어링과 Lobe베어링을 비교하는 것으로 생각할 수 있다. 이와 같은 비교기준

에서는 동심상태의 베어링간극은 원형베어링이 항상 같거나 작다.

위에서 정한 비교기준에 따라 임계질량 \bar{M} 를 주어진 조건에서 Bearing number Λ 에 대하여 나타내었다. 그림의 윗부분이 안정영역이고 아랫부분이 불안정영역이 된다. Rotor 의 질량이 일정하고 베어링의 형상이 주어진 경우를 생각하면, Rotor 의 질량에 해당하는 \bar{M}_c 에서 속도 증가(Λ 증가)에 따라 수평방향의 오른쪽으로 이동하다가 경계선과 만나는 곳의 \bar{M} 로부터 불안정 시작 속도를 구할 수 있다.

Fig.4-1 의 경우는 Λ 혹은 \bar{M}_c 에 따라 크게 3 구간으로 나눌 수 있다. Λ 가 작은 범위 혹은 \bar{M}_c 가 큰 범위에서는 2 Lobe, 원형, 3 Lobe의 순서로 안정하며 중간구간에서는 원형, 2 Lobe, 3 Lobe의 순이며 마지막 구간에서는 원형, 3 Lobe, 2 Lobe의 순이다. 다시 말하면 \bar{M}_c 가 클 때, 즉 c/R 혹은 \bar{M}_c 가 클 때 2 Lobe베어링의 안정성이 가장 뛰어나다는 것을 의미한다. 모든 베어링에서 Λ 가 증가함에 따라 \bar{M}_c 는 감소하고 있다.

Fig.5-1 은 다른 조건이 모두 일정할 때 하중 변화가 안정성에 미치는 영향을 나타내고 있다. \bar{W} 가 0.02에서 1.0 으로 증가할 때 모든 베어링에서 \bar{M}_c 가 증가하였다. 각 베어링 간의 상대적인 증가폭은 2 Lobe베어링이 가장 크다 외부가압 효과를 나타내는 Λt 와 공급압력 \bar{P}_0 를 각각 증가시킬 때 모든 베어링에서 안정성이 향상되었다.(Fig.6-1.7-1)

Self excited whirl 발생 경계점에서 저어널중심의 주파수와 저어널 회전속도의 비인 Whirl ratio 도 Λ 에 대하여 나타내었다. 계산된 모든 경우에서 0.5 보다 작았고 2 Lobe베어링이 가장 낮았으며 \bar{W} 가 0.02에서 1.0 으로 증가할 때 모든 베어링에서 감소하였고 $\bar{P}_0, \Lambda t$ 가 증가하였을 때에는, 계산범위 내에서 2 Lobe베어링은 감소하였으며 원형과 3 Lobe는 증가하였다. 베어링의 형상에 관계없이 Bearing number 가 증가함에 따라 증가하였으며 0.5 에 수렴할 것으로 생각된다.

IV. 결 론

1. 하중증가가 베어링의 안정성을 증가시킨다.
2. Self-excited whirl이 발생할 때 2 Lobe 베어링이 원형 베어링이나 3 Lobe베어링보다 낮은 Whirl ratio 를 갖는다.
3. 베어링 Number가 낮은 곳 혹은 높은 임계질량값에서 2 Lobe베어링의 안정성이 뛰어나며, 그 반대인 곳에서는 원형베어링이 뛰어나다.
4. 하중이 증가함에 따라 2 Lobe베어링의 안정영역이 확대된다.

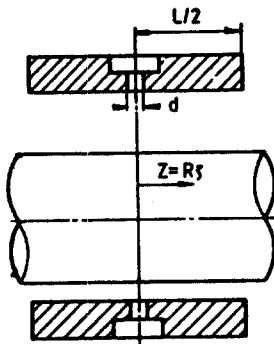


Fig. 1 Geometry of externally pressurized journal bearing

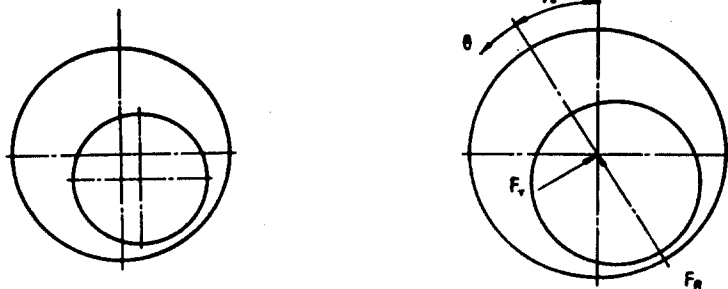


Fig. 2 Notation and coordinate

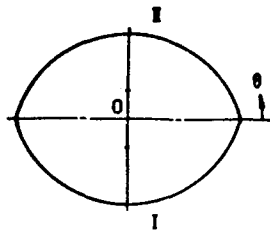


Fig. 3-1 Geometry of the two lobe bearing

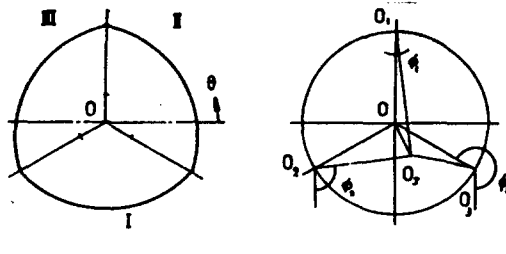
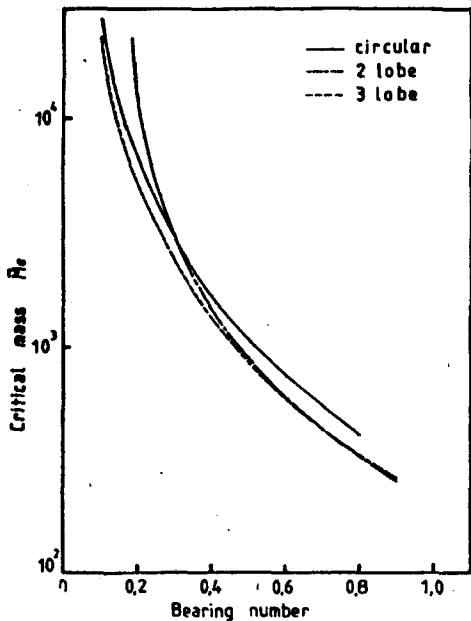


Fig. 3-2 Geometry of the three lobe bearing

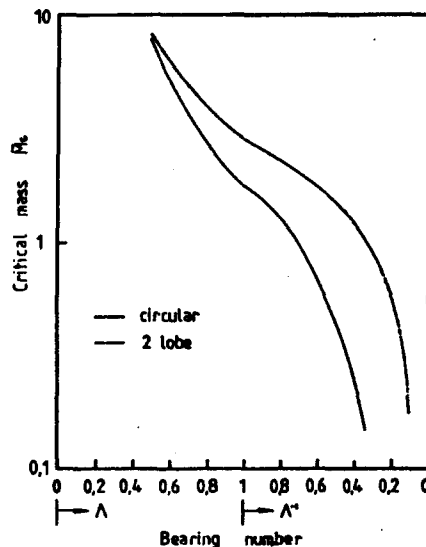


Fig. 6 Critical mass vs. bearing number for self-acting type bearing ($\bar{W} = 0.04$)

Fig. 4-1 Critical mass vs. bearing number ($\bar{W} = 0.04$, $\bar{P}_s = 5$, $A_c = 1.0$)

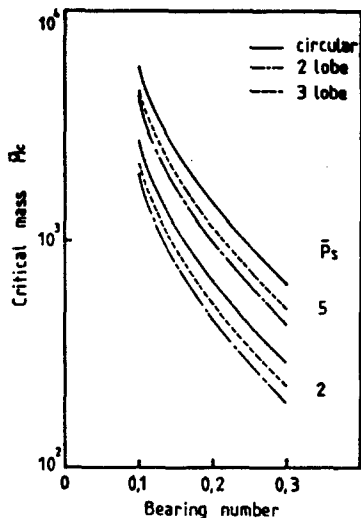
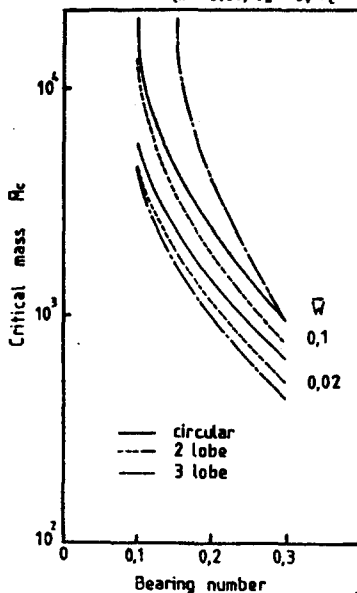


Fig. 6-1 The effect of supply pressure on stability ($\bar{W} = 0.02$, $A_c = 0.145$)

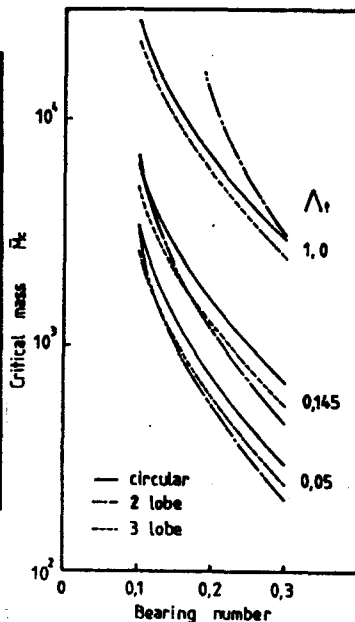


Fig. 7-1 The effect of feeding parameter on stability ($\bar{W} = 0.04$, $\bar{P}_s = 5$)

Fig. 5-1 The effect of load on stability ($\bar{P}_s = 5$, $A_c = 0.145$)