

로봇용 내접 유성식 감속기의 설계에 대한 연구

(A study on the design of planocentric gear reducer
used in industrial robots)

이 성철, 오 박근, 권 오관*

(* 한국 과학기술원, 기계공학부)

1. 서론

간질 로봇을 위시한 각종 매니퓰레이터 장치의 간질 구동부는 모터와 감속기의 조합으로 구성되어 있다. 최근에는 감속기를 내재하지 않는 직접구동 방식이 연구중이지만 모터는 고속 회전용 시키는 것이 동력밀도가 크기 때문에 대부분 감속기를 사용하여 회전속도를 감속하고 도모크를 증대하여 매니퓰레이터를 구동시키고 있다.

로봇용 감속기는 첫째 고감속을 필요로 하고 있다. 감속비가 클수록 큰 도모크를 얻을 수 있으며, 시보센서를 위치센서로 사용하는 경우 위치의 본연능력이 높아져 위치제어의 정도가 향상되는 잇점이 있다. 둘째, 도모크의 자중을 경감하고 안정성을 확보할 수 있도록 소형, 경량의 특성이 요구되고 셋째, 운동의 정도를 보증할 수 있도록 로스트 모션이 적어야 한다. 이와 같은 특성을 충족시키기 위하여 소치수차 방식의 내접 유성식 감속기와 주축식 감속기가 로봇의 관절에 대부분 사용되고 있다. 내접 유성식은 그 부아를 요하는 도모크 몸체 및 주관절의 구동 부분에 사용되고 주축식은 큰 부아를 요하지 않는 간질과 손목부위에 사용된다.

본 연구에서는 내접 유성식 감속기의 국산화를 도모하기 위하여 원동임 민을 내치차 치형으로 사용한 내접 유성식 감속기의 설계 기술을 개발하였다. 치형 수평계수를 도입하여 수평계수 변화에 대한 치형의 변화와 접촉 마찰 및 응력의 변화를 검토하고 도모크 전달시 기구에 작용되는 마찰을 분석하여 내접 유성식 감속기의 설계 기법을 제시하였다.

2. 내접 유성식 감속기의 치형설계

2.1. 감속기의 구조

내접 유성식 감속기의 주요구조는 아우징에 고정된 내치차, 편심 회전운동을 하는 밀 및 출력장치로 구성되어 있다. 감속기의 기구학적 특징은 밀이 입력축과 베어링으로 분리되어 편심되어 장착되기 때문에 입력축 회전은 밀의 중심 위치 회전에 기여하게 되고 베어링의 마찰을 무시하면 밀은 병진운동만 한다. 밀의 병진운동으로 밀과 내치차는 직접접촉을 하게 되며 치수의 차에 의하여 밀은 입력축 반대 방향으로 감속된 회전운동을 한다. 내치차의 치수를 Z_p 라고 하고 밀의 치수를 Z_t 라고 하면 감속비는 다음식으로 구해진다

$$g = Z_t / (Z_p - Z_t)$$

이와같이 내접 유성식 감속기의 감속비는 치수차에 의해서 결정되므로 큰 감속비를 얻이하게 얻을 수 있다. 그러나 인볼류트 치형을 사용하면 치수차를 적게 하였을 때 치간섭 발생을 피할 수 없으므로 내치차는 원동임 민을 사용하고 밀은 이와 상대되는 치형으로 채택한다.

2.2. 치형의 설계

기어 전동에 있어서 치형곡선의 가장 중요한 조건은 물음 법칙으로 기여와 모든 물림위치에서 두 기어의 각속도 비가 일정해야 한다는 것이다. 이러한 조건을 만족시키기 위해서는 접촉점에서 새운 공통접선이 위치를 동각하여야 한다. 내접 유성식 감속기는 밀의 중심이 내치차 중심에 대하여

외전을 하기 때문에 미치린 자체가 외전을 하게 된다. 이와 같은 경우에는 두 미치린의 굴림운동이 원할이 이루어질 수 있는 기하학적 조건으로 치령을 선택하는 것이 기어의 물음 법칙을 만족하게 된다.

Fig. 1 에서 내접하는 두 미치린의 반경을 r_1, r_2 라 하고 반경 r_h 인 아우징에 민이 위치하였을 때 미치린의 굴림운동으로 두 미치린의 상대치령 즉, 윗의 치령이 결정된다. 실제의 운동은 내치차가 고정되고 미치린 r_1 이 운동을 하게되나 민에 상당하는 치령을 구하기 위해서 윗의 미치린을 고정시키고 내치차 미치린이 회전하는 것으로 한다.

미치린의 접점이 A_0 에서 원 r_2 의 굴림운동에 의해서 A 로 이동하였다고 하면 다음과 같은 기하학적 조건을 만족하여야 한다.

$$r_1 \phi = r_2 \theta \quad \dots\dots\dots \text{식(1)}$$

Fig. 1 에 표시한 각도들의 기하학적 관계는 다음과 같으며

$$\alpha = \phi - \theta = \frac{e}{r_1} \theta$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\beta = \theta - \beta' \quad \dots\dots\dots \text{식(2)}$$

민 중심의 궤적은 다음식으로 구해진다.

$$\begin{aligned} x_p &= r_h \cos \beta' - e \cos \theta \\ &= r_h \sin\left(\frac{e}{r_1} \theta\right) - e \cos\left(\frac{r_2}{r_1} \theta\right) \\ y_p &= r_h \sin\left(\frac{e}{r_1} \theta\right) - e \sin\left(\frac{r_2}{r_1} \theta\right) \quad \dots\dots \text{식(3)} \end{aligned}$$

식(3)의 궤적곡선과 임의의 위치에서 곡률은 식(4)로 구해지며

$$\rho(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)^2}} \quad \dots\dots\dots \text{식(4)}$$

여기서

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

이로부터 이볼류유드는 식(5)로 계산된다.

$$\begin{aligned} x_e &= x_p + \rho(\theta) \cos \gamma \\ y_e &= y_p + \rho(\theta) \cos \gamma \quad \dots\dots\dots \text{식(5)} \end{aligned}$$

여기서

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{d^2y/ds^2}{d^2x/ds^2} \right)$$

치령은 민 중심의 궤적에 대한 등거리 곡선이 되어야 기어의 물음법칙이 만족되므로 식(5)의 이볼류유드에 대한 이볼류유드로 채택하면 된다. 따라서 민의 반경을 r_p 라 할 때 민 중심궤적 곡선의 오차를 고려하여 치령곡선을 구하면 다음과 같게된다.

$$\begin{aligned} x_w &= x_e - \{ \rho(\theta) + S r_p \} \cos \gamma \\ &= x_p - S r_p \cos \gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_w &= y_p - S r_p \cos \gamma \quad \dots\dots\dots \text{식(6)} \\ \text{여기서 } S &= 1 \text{ 볼록 (convex)} \\ &= -1 \text{ 오목 (concave)} \end{aligned}$$

식(3)과 식(6)은 식(5)의 이볼류유드에 대한 두 개의 이볼류유드로 서로 팽팽하여 r_p 만큼 떨어진 곡선이 된다. 식(6)은 기하학적으로 Fig.1에서 B 점의 궤적이 된다.

치령의 중심 조건을 살펴보면 식(3)의 궤적이 초기의 P_0 위치에서 어긋나지 않아야 한다. 즉, Fig.1에서 θ 가 2π 일때 좌측에 있는 민이 P_0 의 위치로 이동하여야 하므로, α 가 민의 등분각이 되어야 한다.

$$\alpha_p = \frac{e}{r_2} 2\pi$$

따라서 민의 갯수는 다음과 같아야 한다.

$$z_p = r_2 / e \quad \dots\dots\dots \text{식(7)}$$

원에서 형성되는 하나의 치령은 민 중심의 궤적이 두 미치린 중심의 연장선상에 위치하여야 하므로 θ 가 2π 회전하였을 때가 되며, 치의 갯수는 다음과 같이 구해진다.

$$z_f = r_1 / e \quad \dots\dots\dots \text{식(8)}$$

민 의 갯수가 많은 고감속의 감속기에서는 식(7)로 계산되는 갯수로 내치차를 구성하면 민의 크기가 매우 작아지므로 민의 갯수를 실만으로 줄여 민을 하나씩 건너가면서 재가하기도 한다. 그러나 기본설계는 동일하고 원이 전 구간에서 접촉을 일으키는 조건은 없다.

2.3. 치령의 수정

아우징과 내치차, 미치린의 반경을 같게 하여 설계한 경우를 미수정 치령이라고 하며, 아우징의 반경을 미치린 반경보다 크게 설계한 치령을 수정 치령이라 한다.

치임의 수정계수를 다음과 같이 정의하고

$$\chi = \frac{r_h - r_s}{r_h} \dots\dots\dots \text{식(9)}$$

식(7), (8)의 조건을 대입하면 미치원 반경은 다음식으로 구해진다.

$$\begin{aligned} r_s &= r_h (1 - \chi) \\ r_i &= r_s Z_f / Z_p \\ e &= r_s - r_i \dots\dots\dots \text{식(10)} \end{aligned}$$

이 식에서 수정계수의 증가는 미치원의 크기와 편심량을 감소시키는 것을 알 수 있다. 수정계수에 따른 곡률반경의 변화를 검토한 것이 Fig. 2에 주어지 있다. Fig. 2에서 좌측부분은 민중심 궤적의 곡률반경이고 우측은 치임곡선의 곡률반경 변화를 나타내고 있으며, 음의 부호는 볼록한 곡률, 양의 부호는 오목한 곡률을 표시한다. 오목한 부분의 치임은 민과 내접접촉을 하고 볼록한 부분은 외접접촉을 하게 된다. 치임의 곡률에 있어서 주의해야 할 사항은 민 중심 궤적의 곡률이 오목한 경우에는 민의 반경을 더한 것이 치임의 곡률반경이 되므로 접촉에 문제가 없지만 볼록한 경우에는 민의 반경을 감한 것이 치임의 곡률 반경이 되기 때문에 경우에 따라 음의 값을 나타내기도 한다.

Fig. 2에서 미수점 치임에서 이러한 현상이 나타나는 것을 볼 수 있는데 그 의미는 Fig. 1에서 B 점의 궤적을 치임으로 아있을 때 치간섭이 발생하는 것을 뜻한다. 따라서 치임설계시에는 적당히 값의 수정계수를 설정하여 치간섭을 방지해야 한다.

3 출력장치의 설계

3.1. 밀의 운동

밀 중심의 회전운동과 치접촉으로 인하여 밀은 병진운동과 회전운동을 동시에 하게 되므로 병진운동을 흡수하고 회전운동만 전달할 수 있는 출력장치의 설계가 필요하다. 밀의 민심운동에 의한 충격을 감소시키고 부이용량을 증대하기 위하여 밀은 2개를 180° 위상차가 되도록 장착하여 사용되므로 출력장치 설계시 위상차가 있는 밀의 상대운동을 고려하여야 한다.

Fig. 3 은 두개의 밀을 위상차 180° 되도록 장착한 그림이며, 여기서 O는 아우징의 중심, W_f는 전면에 위치한 밀의 중심, W_r은 후면 밀의 중심을 표시한다. 아우징 중심과 밀 중심을 연결한 선상에 위치하고 각각의 밀 중심에서 d가 떨어진 F와 R 점의 운동을 살펴보면 다음과 같다.

F 점의 운동궤적 방정식은 입력축의 회전 각속도를 θ 밀의 감속된 각속도를 α 라 하면 다음식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} x_f &= e \sin \theta - d \sin \alpha \\ y_f &= e \cos \theta + d \cos \alpha \dots\dots\dots \text{식(11)} \end{aligned}$$

마찬가지 방법으로 R 점의 운동궤적은 다음식으로 구해진다.

$$\begin{aligned} x_r &= -e \sin \theta - d \sin \alpha \\ y_r &= -e \cos \theta + d \cos \alpha \dots\dots\dots \text{식(12)} \end{aligned}$$

F와 R의 중심점인 H의 운동궤적은 식(11)과 (12)로부터

$$\begin{aligned} x_h &= (x_f + x_r) / 2 = -d \sin \alpha \\ y_h &= d \cos \alpha \dots\dots\dots \text{식(13)} \end{aligned}$$

따라서 H 점의 운동은 아우징을 중심으로 하고 입력축 회전과 반대방향으로 밀의 감속된 회전만 나타내고 있음을 알 수 있다. F와 R의 상대위치 변화를 살펴보면 두 점의 거리 S는 편심량의 두배로 항상 일정하고

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{(x_f - x_r)^2 + (y_f - y_r)^2} \\ &= 2e \dots\dots\dots \text{식(14)} \end{aligned}$$

RF가 연결선과 이루는 각 β 는

$$\begin{aligned} \tan \beta &= \frac{x_f - x_r}{y_f - y_r} \\ &= \tan \theta \dots\dots\dots \text{식(15)} \end{aligned}$$

입력축 회전각 θ 와 같게 된다.

3.2. 출력기구

두 윗의 대응하는 두 점 F 와 R 의 운동은 H 점을 중심으로 회전운동을 하며, H 점은 감속된 윗의 회전운동을 하게 되므로 Fig.4 와 같이 캐리어 민을 사용하면 캐리어 민으로 윗의 회전운동을 추출하고 캐리어 민 삽입 구멍을 크게 하여 윗의 상대운동을 이용할 수 있다. 전면 윗과 후면 윗의 상대운동을 제어하지 않기 위해서 Fig.4에서 각 제원은 다음의 조건을 만족시켜야 한다.

$$r_e - r_d = e, \\ r_c = d \quad \dots\dots\dots \text{식(16)}$$

식(16)에서 치임의 수정도 출력장치에 중요한 영향을 미치는 것을 알 수 있다. 즉, 동일한 크기의 캐리어 민 구멍에 대하여 편심량이 적어질수록 캐리어 민의 크기가 커지기 때문에 치임의 수정은 직접측 특성을 개선할 뿐만 아니라 출력기구의 부작용량도 증가시키게 된다.

4. 강도 분석

4.1. 민에 분배되는 아중

내접 유성식 감속기는 윗과 민이 진 구 간에서 직접측을 하게 되므로 민에 아중이 분배하게 된다. 직접측 윗과 민이 원형을 유지한다고 가정하면 집중짐에, 분배되는 아중은 Fig.5에 도시한 바와같이 오멘트 아암의 길이에 비례하게 된다. 따라서 민에 작용하는 최대 아중은 오멘트 아암의 길이가 위치한 반경 r_1 이 될 때이며, 각 민에 작용하는 아중은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$P_a = P_m (l_a / r_1) \quad \dots\dots\dots \text{식(17)}$$

여기서 $l_a = \frac{r_1 r_2}{d} \sin \alpha$

$$d_a^2 = r_h^2 + r_c^2 - 2r_h r_c \cos \alpha$$

윗이 전달하는 오멘트는 각 민의 작용 아중으로 부터 다음과 같이 구해지며

$$M = \sum_{i=1}^{z_p/2} P_a l_i \\ = \frac{P_m}{r_1} \sum l_i^2 \quad \dots\dots\dots \text{식(18)}$$

아우짐에 작용하는 압력은 다음식으로 계산된다.

$$P_x = \sum P_a \sin \beta_a = \frac{M}{r_1} \\ P_y = \sum P_a \cos \beta_a = K_y \frac{M}{r_1} \quad \dots\dots\dots \text{식(19)}$$

여기서 $K_y = \frac{\sum P_a l_i \cos \beta_a}{\sum P_a l_i}$

$$\sin \beta_a = \frac{r_h}{d_a} \sin \alpha$$

최대아중이 작용하는 위치는 Fig.1에서 L 이 r_1 일 때가 되므로 다음과 같이 구해진다.

$$\theta = \cos^{-1} \frac{r_h}{r_1} \quad \dots\dots\dots \text{식(20)}$$

치임에 작용하는 최대 접촉응력은 등가 탄성계수를 E, 등가 곡률반경을 R, 윗의 두께를 f 라 하면 다음 식으로 계산된다.

$$S = \sqrt{\frac{P_m (l_a / r_1) E}{2\pi f R}} \quad \dots\dots\dots \text{식(21)}$$

이 식에서 상수를 정리하면

$$S = C \sqrt{\frac{l_a}{R}}$$

따라서 최대 접촉응력이 발생하는 위치는 l/R 이 최대인 점이 되고 l/R 은 θ 와 복잡한 함수 관계에 있기 때문에 컴퓨터를 사용하여 수치해석으로 구해야 한다.

4.2. 캐리어 민에 작용하는 아중

캐리어 민의 변형시 단면이 원형을 유지한다고 가정하고 캐리어 민을 미소각 $\delta\alpha$ 회전시키면 캐리어 몰과의 중심 거리 변화는 Fig.6 에서 다음과 같이 표시된다.

$$\delta C = e \sqrt{1 + \frac{1}{e} [2r_c \delta\alpha \sin \alpha + (r_c \delta\alpha)^2 / e]} - e$$

여기서 미소각을 무시하면 근사적으로 다음과 같이 정리된다.

$$\delta C = r_c \delta\alpha \sin \alpha \quad \dots\dots\dots \text{식(22)}$$

캐리어 민의 위치한 상에 무한개의 민이 존재한다고 가정하고 작용하는 최대 아중을 q_m 이라 하면 임의의 α 위치에서 아중과 오멘트 아암은 다음과 같게 되며

$$q = q_m \sin \alpha, \quad l = r_c \sin \alpha$$

모멘트는 다음 식으로 구해진다.

$$M = \int_0^{\pi} \rho_m r_c^2 \sin^2 \alpha \, d\alpha$$

$$= \frac{\pi}{2} \rho_m r_c^2 \dots \dots \dots \text{식(23)}$$

캐리어 띠에 의해서 율이 받는 총 아중은 분포 아중 Q 를 식(23)을 대입하면 계산되고

$$Q = \int_0^{\pi} \rho_m \sin^2 \alpha \, r_c \, d\alpha$$

$$= \frac{4}{\pi} \frac{M}{r_c} \dots \dots \dots \text{식(24)}$$

작용 방향은 아우징 중심과 율 중심을 지나는 선과 평행한 방향이다.

각 캐리어 띠에 작용하는 아중은 띠의 갯수를 Z_c 라 하고 캐리어 띠이 이루는 각을 α 라 하면 아중을 캐리어 위치원 단의 길이당의 띠원 갯수 $(Z_c/2\pi r_c)$ 로 나누어 구해진다.

$$Q_i = \frac{4M}{r_c Z_c} \sin^2 \alpha \dots \dots \dots \text{식(25)}$$

캐리어 띠에 작용하는 최대 아중은 $\alpha = \pi/2$ 일 때이며, 위의 식에 대입하면 다음과 같다.

$$Q_m = \frac{4M}{\pi Z_c} \dots \dots \dots \text{식(26)}$$

4.3. 베어링에 작용하는 아중

베어링이 받게 되는 아중은 띠의 반력과 캐리어 띠의 반력의 합성력으로 식(19)와 (24)로부터 다음과 같이 계산된다.

$$R_b = \frac{M}{r_c} \sqrt{1 + \left(\frac{4}{\pi} \frac{r_c}{r_c} + k_g\right)^2}$$

\dots \dots \dots \text{식(27)}

아중의 작용방향이 아우징 중심과 율 중심을 연결한 선으로부터 이루는 각 θ_b 는

$$\theta_b = \sin^{-1} \frac{P_2}{R_b}$$

로 정점에서 회전방향 쪽으로 치우쳐 있다. 내접 유성식 감속기에서 베어링은 구조적으로 크기가 제한되고 아중을 받는 부분이 항상 일정한 위치가 되기 때문에 손상의 발생빈도가 가장 크다.

5. 내접 유성식 감속기의 설계

5.1. 치형 수정계수가 미치는 영향

본 연구의 설계에서 사용한 감속기의 기본 개념은 Table 1에 주어지 있다. 수정계수에 대한 율의 치형곡선과 치면에 작용하는 아중 및 접촉응력의 변화는 Fig. 7 과 같다. 여기서 점 및 아중의 위치는 입력축이 $2\pi/Z_p$ 간격으로 회전하였을 때의 접촉 위치를 표시하고 있다. 설계 계산에서는 수정계수를 0.0에서 부터 0.02씩 증가시키면서 검토하였는데 0.0-0.16의 수정계수에서는 치간섭을 나타냈다. Fig. 7에서 수정계수가 증가하면 아중의 변화상태가 양모양에서 치형의 변곡점, 최대아중 및 응력 작용점의 위치가 치치 부근으로 이동하고 치 접촉점이 본산되는 경향을 보여주고 있다. 수정계수가 적은 경우에는 치형의 곡률 변화가 크고 최대 응력 작용점은 곡률이 작기 때문에 접촉 응력이 급격하게 변화되는 것을 볼 수 있다.

Table 2 는 수정계수에 대한 강도분석 결과도 수정계수가 커지면 동일한 모멘트 전달시 띠에 작용하는 아중과 베어링에 걸리는 아중이 증가되고 베어링의 수명이 급격하게 저하된다. Table 2 에서 베어링의 수명은 수정계수가 0.18일 때를 100%로 하여 각 수정계수에서의 수명을 백분율로 표시한 것이다. 수정계수와 편심량의 관계는 Table 3 에 제시되어 있으며, 수정계수 증가에 따라 편심량은 감소하고 캐리어 띠의 크기는 커지게 된다.

5.2. 치형 수정계수의 선정

동일한 모멘트를 전달하는 것으로 가정하고 수정계수의 증가가 미치는 영향을 검토하면

1. 띠에 받는 아중이 증가한다.
2. 치형의 곡률이 커지므로 최대 접촉응력은 감소된다.
3. 베어링에 작용하는 아중이 커져 베어링 수명은 급격히 저하된다.
4. 아중변화가 완만해진다.
5. 편심량이 적어지므로 상대적으로 가공오차 범위가 좁아진다.

감속기의 크기가 큰 경우에는 베어링 보다 띠에서의 강도가 제한을 받으며, 치형의 응력이 커지고 편심량도 비교적 큰 값을 갖기 때문에 가공상의 제약이 줄어들어 수정계수를 크게 할 수도 있으나 수명이 고 감속 장치에서는 베어링이 취약하게 되고 치형과 편심량의 정밀가공이 가장 중요한 문제가 되므로 수정계수를 적은 값으로 선정해야 한다.

5.3. 설계 예

감속기의 설계에 있어서 수정계수는 치간섭이 발생하지 않는 최소 값 0.18로 선정하였다. 그러나 이때 편심량이 0.656mm가 되므로 편심량을 0.65mm 결정하여 설계에 사용한 수정계수는 0.1875로 하였다. 감속기의 설계 데이터는 Table 4에 제시한 바와 같이 계산되었으며, 여기서 강도해석은 재료의 물성치와 밑에 작용하는 모멘트에 대한 계수로 구하였다.

Fig. 8은 컴퓨터 그래픽 도면으로 감속기의 조립된 상태를 도시하고 Fig. 9는 식(3) - (6)으로 계산한 편 중심의 계적, 시뮬류우즈와 치임곡선을 나타낸다. Fig. 10은 접촉 응력의 분포를 도시한 것으로 a가 1번 민이 접촉하는 위치일 때 b, c, d는 각각 2, 3, 4번 민이 접촉하는 위치를 나타낸다.

6. 결론

내접 유심식 감속기와의 치임설계와 감속기구의 구조적 설계 방법을 제시하였다. 치임 수정계수가 미치는 영향을 검토한 결과 감속기의 사용 용도에 의하여 수정계수를 선정해야함을 규명하였다. 본 연구의 설계 방법에 의하여 감속비 59:1의 고감속 장치들 설계하였다.

우 기

본 연구는 과학기술 저에서 시행한 특정연구 개발 사업으로 수행 되었음을 밝히며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Igor Aleksander, Robot components and system : Robot technology V.4. Plentice-Hall, Inc., 1983.
2. George W. Michalec, Precision gearing : Theory and practice. John Wiley & Sons, Inc., 1966.
3. 仙波正莊, 齒率 第十卷, 日刊工業新聞社, 1977.
4. 飯倉省一, "ロボット開發におけるアクチュエータの問題點", 日本ロボット学会誌, 2卷4號, 1984年8月.
5. 飯倉省一, "減速裝置とトルク傳達", 機械設計, 第30卷, 第8號, 1986.
6. 林野, "齒車機構", 機械設計, 第28卷, 第8號, 1984.
7. Nicholas P.Chironis, Gear design and application, McGraw-Hill Book Company, New York, 1967.

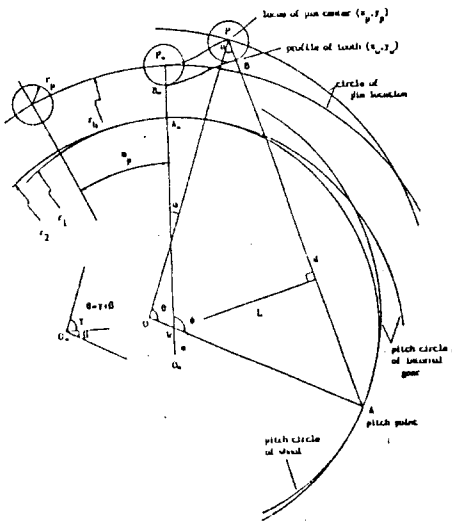


Fig. 1 Gear tooth generation

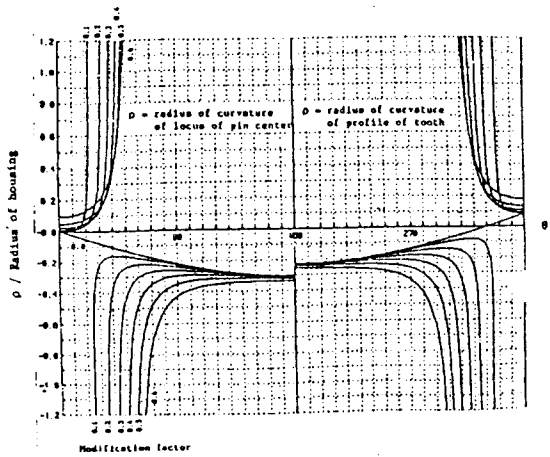


Fig. 2 Variations of dimensionless radius of curvature ($r_h=100, r_p=8, z_p=12, z_t=11$)

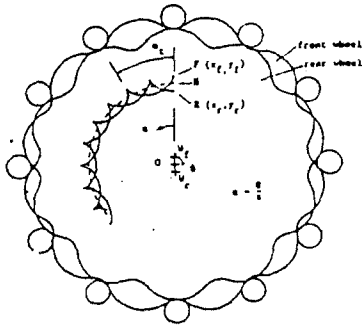


Fig. 3 Relative motion from front and rear wheel
(F on front, R on rear wheel, $r = (F+R)/2$)

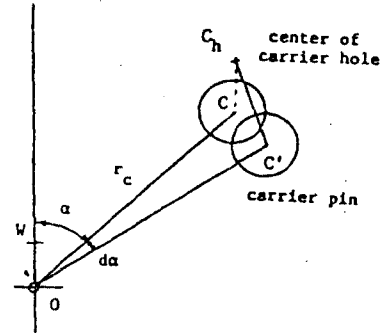


Fig. 6 Infinitesimal displacement of carrier pin

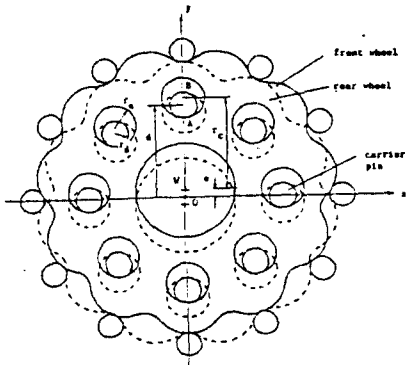


Fig. 4 Output device of planocentric gear

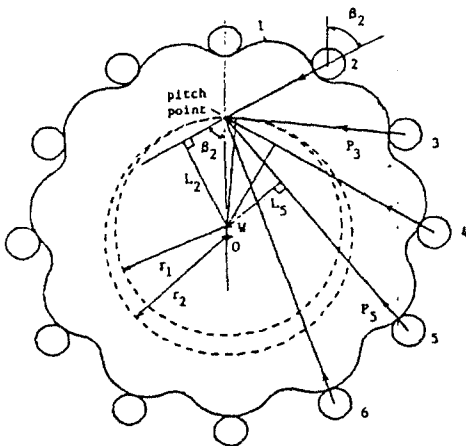


Fig. 5 Forces transmitted from pins to wheel

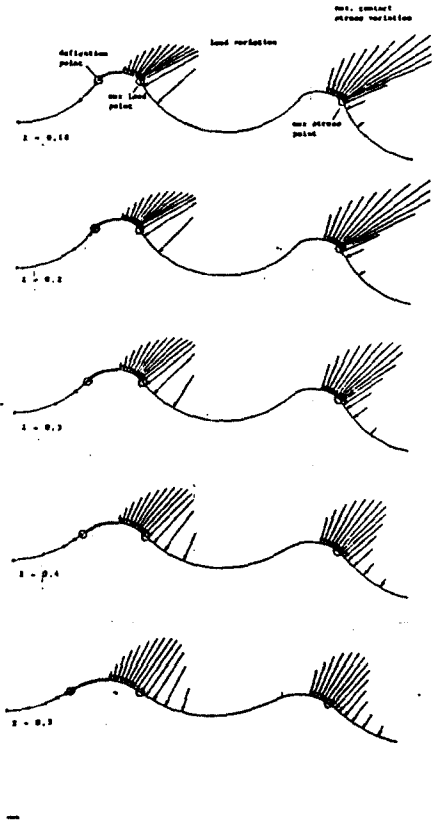


Fig. 7 Variations of load & contact stress on tooth surface

Table 1 Data for design of torque driver

Housing radius	- 48 mm
Radius of internal pin	- 2.25 mm
Number of pins	- 30
Number of teeth	- 59
Reduction ratio	- 59

Table 2 Loads on the pins & bearing

Modification factor	$P_a = C_a M$ $C_a (X10^{-3})$	$Q_a = C_q M$ $C_q (X10^{-3})$	$P_r = C_r M$ $C_r (X10^{-3})$	$P_f = C_f M$ $-C_f (X10^{-3})$	$P = C_p M$ $C_p (X10^{-3})$	$Q_r = C_q M$ $C_q (X10^{-3})$	$R_b = C_r M$ $C_r (X10^{-3})$	L %
0.18	3.449	1.488	2.584	1.115	2.814	3.789	3.718	100
0.2	3.534	"	2.648	1.098	2.867	"	3.776	95.0
0.3	4.021	"	3.027	1.034	3.198	"	4.093	72.6
0.4	4.708	"	3.531	0.992	3.668	"	4.505	52.7
0.5	5.650	"	4.237	0.963	4.345	"	5.093	35.0
0.6	7.062	"	5.297	0.942	5.380	"	6.013	20.1
0.7	9.416	"	7.062	0.927	7.123	"	7.620	-
0.8	14.12	"	10.59	0.917	10.63	"	10.98	-

P_a : Max. load on the pin

Q_a : Max. load on the carrier pin

M : Moment of wheel

P : Reaction force of internal pins

Q : Reaction force of carrier pins

R : Applied load on bearing

L : Relative bearing life

Table 3 Effect of modification factor on dimensions (rad. of carrier hole=7.3)

(unit : mm)

Modification factor	Radius of pitch circle		Eccentricity	Radius of carrier pin
	r_1	r_2		
0.18	38.704	39.360	0.656	6.644
0.2	37.760	38.400	0.640	6.66
0.3	33.040	33.600	0.560	6.74
0.4	28.320	28.800	0.480	6.82
0.5	23.600	24.000	0.400	6.90
0.6	18.880	19.200	0.320	6.98
0.7	14.160	14.400	0.240	7.06
0.8	9.440	9.600	0.160	7.14

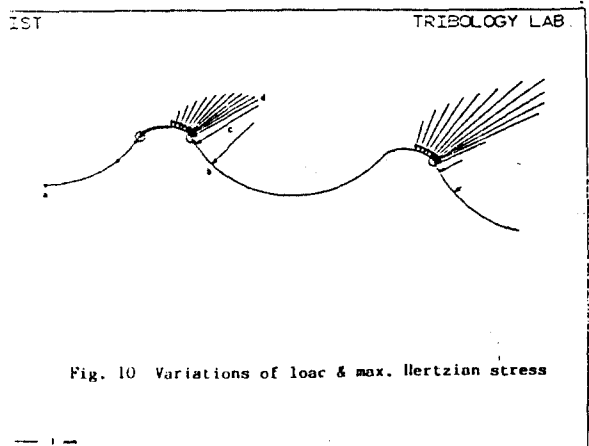
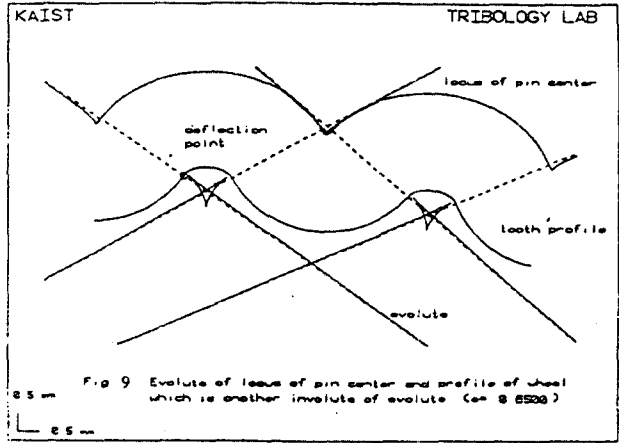
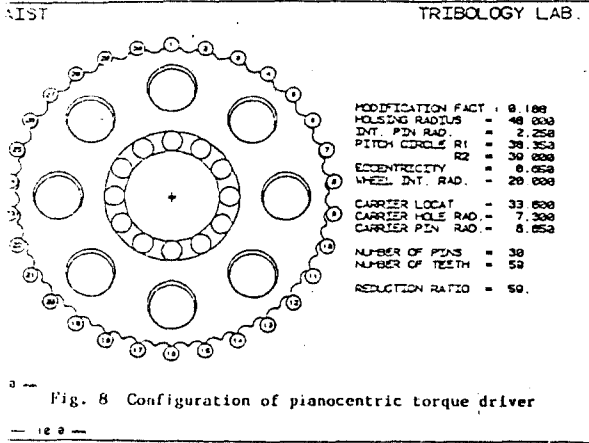


Table 4 Design results of torque driver

 DESIGN DATA OF TORQUE DRIVER

*** DIMENSIONS ***

MODIFICATION FACTOR	=	0.1875
RADIUS OF HOUSING (mm)	=	48.0000
RADIUS OF PIN (mm)	=	2.2500
RADIUS OF PITCH CIRCLE	:	
EXTERNAL GEAR (mm)	=	38.3500
INTERNAL GEAR (mm)	=	30.0000
ECCENTRICITY (mm)	=	0.0500
OUT. RAD. OF WHEEL (mm)	=	46.4000
ROOT RAD. OF WHEEL (mm)	=	45.1000
INT. RAD. OF WHEEL (mm)	=	20.0000
LOCAT. OF CAR. HOLE (mm)	=	33.6000
RADIUS OF CAR. HOLE (mm)	=	7.3000
RADIUS OF CAR. PIN (mm)	=	8.6500
NUMBER OF PINS	=	30.
NUMBER OF TEETH	=	59.
NUMBER OF CAR. PINS	=	8.
REDUCTION RATIO	=	59.

*** STRENGTH ANALYSIS ***

NOTE: M -- MOMENT OF WHEEL, E -- EQUIPMENT YOUNG MODULUS
 F -- FACE WIDTH

LOADS ON THE PIN :

RESULTANT FORCE X	=	0.2679E-01	N
Y	=	-0.1107E-01	N

BENT (X112-Y112)	=	0.2034E-01	N
MAX. LOAD ON PIN	=	0.3480E-02	N
MAX. CONTACT STRESS	=	0.1879E+00	BENT/INE/(20°10°)
LOADS ON CARRIER PIN :			
RESULTANT FORCE	=	0.3789E-01	N
MAX. LOAD ON CAR PIN	=	0.1480E-01	N
MAX. CONTACT STRESS	=	0.1412E-01	BENT/INE/(20°10°)
BENDING STRESS	=	0.1611E-03	N
LOADS ON BEARING :			
RESULTANT FORCE	=	0.3740E-01	N
CRITICAL POINTS OF WHEEL :			
DEFLECTION POINT (X,Y)	=	0.1933E-01 0.4614E+02	AND = 0.2779E+01
MAX. LOAD POINT	=	0.2790E+01 0.4607E+02	AND = 0.3649E+01
MAX. STRESS POINT	=	0.2763E+01 0.4610E+02	AND = 0.3649E+01