가로흐름에 방류되는 평면부력젵

- Plane buoyant jet in cross flow -

한 운 우 *

윤 태 훈 **

요 지

가로흐름에 방류되는 연직평면부력젵의 젵중심선경로와 온도분포를 실험자료와 기본방정식으로부터 유도된 적분식에 의하여 해석한다. 기본방정식으로부터 적분식의 유도는 상사법칙과 특성길이를 도입하여 연직상향 및 수평방향흐름영역에 대한 차원해석을 하였고, 실험은 속도비(R=Wo/Ua)와 방류밀도Froude수를 변화시키면서 각각에 따른 젵중심선경로와 온도분포를 획득하였다. 속도비 R과 방류밀도Froude수 Fo에 따라 부력젵의 흐름특성은 달라지게 되며, 초기조건(운동량및 부력)에 관계없이 부력젵은 항상 운동량지배영역이 존재함을 알 수 있었고 적분식에 의한 멱법칙(power law)과 실험 자료는 대체로 일치된결과를 나타내었다.

1. 서 론

주변유체에 비하여 온도(또는 밀도)가 다른 발전소의 냉각수나 공장의 폐수및 가정의 하수 등이 자연수역으로 유입될 때 이러한 유체는 운동량과 부력(온도차이)을 모 모두 갖는 부력젵을 형성한다. 부력젵의 방류과정은 단일 방류구를 통한 방류보다는 초기혼합효과를 증대하기 위하여 여러개의 방류구(port)를 갖는 diffuser를 이용하여 해저에 방류된다. 이러한 방류는 각각의 방류구를 벗어나면 바로 line source 형태의 2차원부력젵을 형성한다. 따라서 긴 방류구(slot)를 통해 가로흐름(cross flow)에 방류되는 연직상향평면부력젵의 젵중심선경로(jet trajectory)와 온도변화 등을 본 연구에서는 특성길이(characteristic length)와 실험자료를 이용하여 해석한다.

연직상향2차원부력젵의 흐름은 가로흐름의 영향과 젵흐름의 발달 정도에 따라 구분하면 핵영역(core region), 만곡영역(deflection region), 와영역(vortex region)으로,

* 한양대학교 대학원 토목공학과 석사과정

** 한양대학교 공과대학 토목공학과 교수

흐름특성에 따라 운동량지배영역(momentum dominated region), 천이영역(transition-al region),부력지배영역(buoyancy dominated region)으로 구분되어진다.
(그림 1)

2. 이 론 해 석

주변수역의 온도(또는 밀도)가 일정한 흐름수역에 연직상향으로 방류되는 평면부력젵을 해석함에는 다음의 가정이 필요하다. 흐름은 비압축성, 정류이고 완전난류이다. 또한 주변수역은 일정한 수평방향유속을 가지며 분자확산은 무시되고 작은 밀도차이에 Boussineq의 가정이 적용된다. 이와 같은 가정하에서 흐름의 2차원 기본방정식은 다음과 같다.

연속방정식

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \qquad (2-1)$$

운동량방정식

수평방향(x 방향)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{u}^2 + \overline{u'^2} + \frac{\bar{P}}{\rho_0}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{u}\,\bar{w} + \overline{u w}\right) = 0 \qquad (2-2)$$

연직방향(z 방향)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{u}\,\bar{w} + \overline{u'w'}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\bar{w}^2 + \overline{w'^2} + \frac{\bar{P}}{\rho_0}\right) = \left(\frac{\rho_a - \bar{\rho}}{\rho_0}\right) g \qquad (2-3)$$

추적물보존식

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{u}\,(\bar{\rho} - \rho_a) + \overline{u'\rho'}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\bar{w}(\bar{\rho} - \rho_a) + \overline{w'\rho'}\right) = 0 \qquad (2-4)$$

여기서 u와 w는 각각 수평방향,연직방향의 속도성분이며 '-'는 시간평균값을 나타내고 '′'는 시간평균값에서 편의되는 값을 나타내며 첨자 a와 o는 주변수역과 방류유체를 나타낸다.

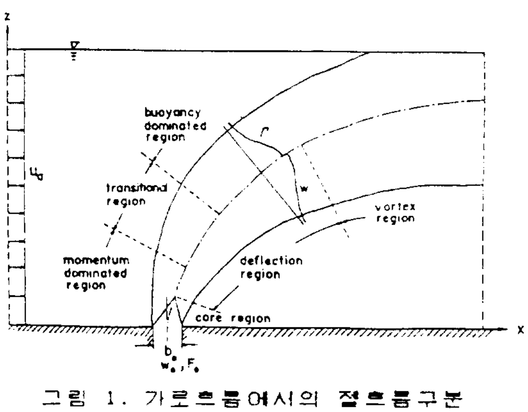

그림 1. 가로흐름에서의 젵흐름구분

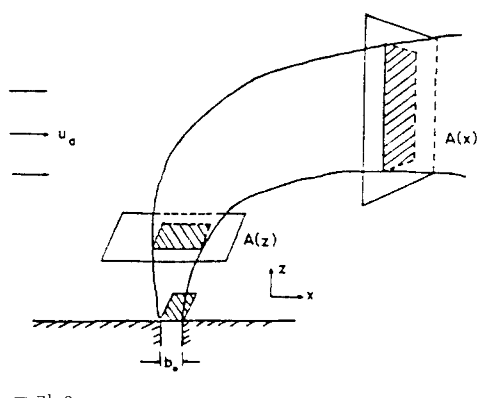

그림 2. Geometry for a vertical jet in cross flow

연직상향부력젙흐름의 전 영역을 적분형기법으로 해석하기 위하여 그림2와 같이 연직방향흐름수역과 수평방향흐름수역으로 구분하여 asymptotic solution을 구하여 해석하는 것이 간편하고 효율적이다.

연직상향 및 수평방향흐름영역에 대한 적분형기본식은 운동량방정식과 추적물 보존식을 단위폭(dy=1)를 갖는 절단면 A(z),A(x)에 대하여 적분하여 정리하면 각각 다음과 같다.

$$\int_{A(z)} \frac{\partial}{\partial z} \overline{w}^2 dx = \int_{A(z)} \frac{\rho_a - \overline{\rho}}{\rho_0} g\, dx \qquad (2\text{-}5)$$

$$\int_{A(z)} \frac{\partial}{\partial z} \overline{w}(\rho_a - \overline{\rho})\, dx = 0 \qquad (2\text{-}6)$$

$$\int_{A(x)} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u}\,\overline{w})\, dz = \int_{A(x)} \frac{\rho_a - \overline{\rho}}{\rho_0} g\, dz \qquad (2\text{-}7)$$

$$\int_{A(x)} \frac{\partial}{\partial x} \overline{u}(\rho_a - \overline{\rho})\, dz = 0 \qquad (2\text{-}8)$$

흐름이 충분히 발달되었다면 속도분포와 추적물농도에 상사법칙(self similarity)을 적용할 수 있으며 연직상향 및 수평방향흐름영역에서의 상사법칙은 다음과 같다.

연직상향

$$\overline{w}(x, z) = w_c(\overline{z})\, \phi(x/\overline{z}) \qquad (2\text{-}9)$$

$$\frac{\rho_a - \overline{\rho}}{\rho_0} = \theta(\overline{z})\, \psi(x/\overline{z}) \qquad (2\text{-}10)$$

수평방향

$$\overline{w}(x, z) = w_c(\overline{z})\, \phi\left(\frac{z - \overline{z}}{\overline{z}}\right) \qquad (2\text{-}11)$$

$$\frac{\rho_a - \overline{\rho}}{\rho_0} = \theta(\overline{z})\, \phi\left(\frac{z - \overline{z}}{\overline{z}}\right) \qquad (2\text{-}12)$$

$$\overline{u} \approx U_a \qquad (2\text{-}13)$$

여기서 $\overline{z}$는 젙중심선의 z좌표이며, x의 함수이고 ϕ 와 ψ 는 속도와 추적물농도의 중축에 대한 횡방향분포를 나타내는 함수로서 젙흐름조건에 따라 결정된다.

2.1 운동량지배젙

부력이 무시할 만큼 작은 경우 부력젙은 운동량젙으로 해석될 수 있으며 식(2-5)의

우변은 무시된다. 연직상향흐름영역의 적분형해석을 위하여 상사법칙 식(2-9),(2-10)을 적분형기본식 (2-5),(2-6)에 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$d/dz \int_{A(z)} \bar{z}\, w_c^2(\bar{z})\, \phi^2 d(x/\bar{z}) = 0 \qquad (2-14)$$

$$d/dz \int_{A(z)} \bar{z}\, w_c(\bar{z})\, \theta(\bar{z})\, \phi\psi\, d(x/\bar{z}) = 0 \qquad (2-15)$$

식 (2-14)과 (2-15)는 다음을 의미한다.

$$\bar{Z}\, w_c^2(\bar{z}) \sim M \qquad (2-16)$$

$$\bar{Z}\, w_c(\bar{z})\, \theta(\bar{z}) \sim B/g \qquad (2-17)$$

여기서 M은 방류운동량(momentum flux)이고 B는 부력(buoyancy flux)으로 각각 $M = b_o W_o^2$, $B = g\,(\triangle\rho/\rho)\, b_o W_o$ 로 정의되며 $[M] = L^3/T^2$, $[B] = L^3/T^3$ 의 차원을 갖는다. $\triangle\rho\ (=\rho_a - \rho)$ 는 주변수역과 젙의 밀도차이이다.

위와 같은 비례식을 운동량특성길이(momentum length scale, $Z_M = \frac{M}{U_a^2}$)를 도입하여 중심선속도와 온도변화에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$w_c(\bar{z})/U_a \sim (Z_M/\bar{z})^{1/2} \qquad (2-18)$$

$$gM\theta(\bar{Z})/U_a B \sim (\bar{z}/Z_M)^{-1/2} \qquad (2-19)$$

가로흐름에 방류되는 젙의 중심선경사는

$$w_c(\bar{z})/U_a = d\bar{z}/dx \qquad (2-20)$$

와 같이 나타내며 식(2-18)와 (2-20)로 부터 젙중심선경로를 수평거리 x의 함으로 나타내면 다음과 같다.

$$\bar{z}/Z_M \sim (x/Z_M)^{2/3} \qquad (2-21)$$

운동량특성길이 Z_M 은 젙의 연직방향속도가 가로흐름의 속도의 크기로 감소되는 곳까지의 연직거리이다. 이상과 같은 비례식은 젙중심선속도 w_c 가 가로흐름의 속도 Ua보다 월등히 큰 영역($w_c(\bar{z}) \gg U_a$ 혹은 $\bar{z} \ll Z_M$)에 한하여 적용되며 이러한 영역을 운동량지배근역(momentum dominated near field)이라 한다.

수평방향흐름영역에서도 연직상향흐름영역에서와 같이 해석할 수 있으며 이 경우 젙중심선에 관한 속도분포,온도분포 및 젙중심선경로는 다음과 같은 비례식으로 표현된다.

$$w_c(\bar z)/U_a \sim Z_M/\bar z \quad , \quad \bar z \gg Z_M \qquad (2-22)$$

$$Mg\,\theta(\bar z)/U_a B \sim (\bar z/Z_M)^{-1} \quad , \quad \bar z \gg Z_M \qquad (2-23)$$

$$\bar z/Z_M \sim (x/Z_M)^{1/2}, \quad \bar z \gg Z_M \qquad (2-24)$$

위와 같은 비례식은 가로흐름속도가 연직방향속도 w_c 보다 월등히 큰 영역($w_c(\bar z) \ll U_a$ 혹은 $\bar z \gg Z_M$)에 한하여 적용되며 이러한 영역을 운동량지배원역(momentum dominated far field)이라 한다.

2.2 부력지배젯

부력이 중요한 영향을 미치는 경우의 부력젯은 plume으로 해석될 수 있으며 부력항의 고려로 인하여 식(2-5)와 (2-7)의 우항은 무시할 수 없다. 단순plume에도 운동량젯과 같은 방법을 적용하여 해석할 수 있으며 연직상향흐름영역과 수평방향흐름영역의 비례식은 다음과 같다.

연직상향흐름영역

$$w_c(\bar z)/U_a \sim (Z_B/\bar z)^{1/5} \qquad (2-25)$$

$$Mg\,\theta(\bar z)/U_a B \sim (\bar z/Z_B)^{-\frac{1}{5}} \qquad (2-26)$$

$$\bar z/Z_B \sim (x/Z_B)^{5/6} \qquad (2-27)$$

여기서 Z_B 는 부력특성길이(buoyancy length scale)로서 $Z_B = \dfrac{BM}{U_a^3}$ 이며 plume의 연직방향속도가 가로흐름속도의 크기로 감소되는 곳까지의 연직거리이다. 위와 같은 비례식은 연직방향속도가 월등히 큰 영역($\bar z \ll Z_B$)에서 적용되며 이러한 영역을 부력지배근역(buoyancy dominated near field)이라 한다.

수평방향흐름영역

$$w_c(\bar z)/U_a \sim (Z_B/\bar z)^{1/3}, \quad \bar z \gg Z_B \qquad (2-28)$$

$$Mg\theta(\bar z)/U_a B \sim (\bar z/Z_M)^{-1}, \quad \bar z \gg Z_B \qquad (2-29)$$

$$\bar z/Z_B \sim (x/Z_B)^{3/4} \quad , \quad \bar z \gg Z_B \qquad (2-30)$$

위와 같은 비례식은 $\bar z \gg Z_B$ 영역에서 적용되며 이러한 영역을 부력지배원역(buoyancy dominated far field)이라 한다.

이상과 같은 해석은 운동량과 부력을 모두 갖는 부력젯의 경우에도 상이한 부분에

적용이 가능하며 젵흐름특성은 초기조건(운동량 및 부력)과 속도비(R=젵방류속도/가로흐름속도)에 따라 그 특성이 달라지게 된다.

3. 실험장치 및 과정

실험은 폭 30 Cm, 깊이 40 Cm, 길이 4 m의 수로에서 실시하였으며 수로폭의 중앙에 위치한 길이 15 cm, 폭이 1 mm 에서 10 mm 까지 변화 가능한 slot을 통하여 바닥에서 연직상향으로 가열된 물을 방류함으로써 2차원부력젵이 발생되었다. 실험장치는 그림3과 같다.

가로흐름과 젵의 일정한 유량공급을 위하여 일정한 수두를 갖는 수조를 두 개 설치하였으며 물의 가열은 일정한 수두를 갖는 상부수조와 하부수조에 각각 1.5 Kw의 히터와 thermocouple을 설치하여 이들을 자동온도조절장치에 연결하므로서 온도조절을 용이하게 하였다. 가로흐름의 유량은 수로에 연결된 관에 장치된 2 in. orifice meter와 수로하류단에 설치된 weir에 의해서 측정되었고, 가로흐름의 유속은 수로의 유량 및 부자에 의한 표면유속측정에 의하였으며 젵의 유량은 1 in. orifice meter에 의해 측정되었다.

온도측정에는 13개의 Platinum Rtd type thermistor를 사용하여 analog-to-digital data system인 32 channel Recorder/data logger,Moletek model 2702에 입력되어 수자 및 그래프로 출력된다. 젵을 포함한 흐름수역의 전체적인 온도분포를 얻기위하여 각 온도계를 연직방향으로 1 Cm 또는 1.5 Cm 간격으로 설치하였다.

실험은 속도비와 방류밀도Froude수 Fo 를 변화시키면서 수행하였으며 방류구를 시점으로 온도계를 젵흐름방향으로 이동시키면서 자료를 획득하였고 자료의 보완과 젵경계 젵중심선경로의 보완을 위하여 젵에 색소주입을 하였다.

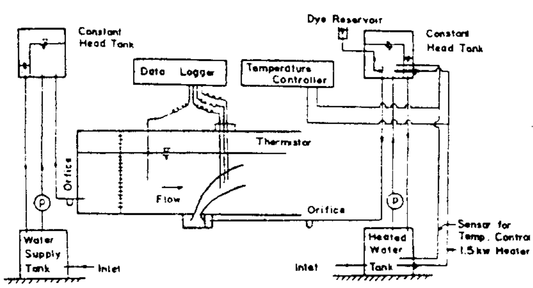

그림 3. 實 驗 裝 置

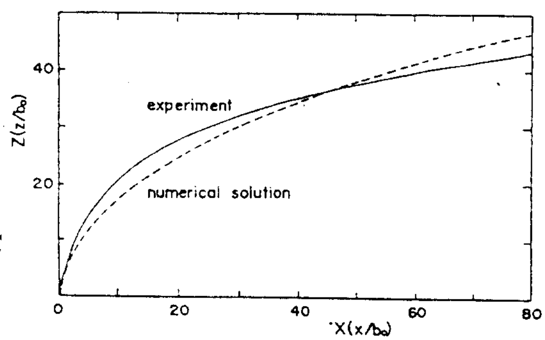

그림 4. R = 8, F_0 = 23에 대한 實驗과 수치기법에 의한 젵中心線經路의 比較

4. 실험결과 및 분석

절흐름을 따라 각 연직면의 온도분포가 최대인점을 연결한 선으로 정의되는 절중심선경로와 온도분포를 상이한 속도비 R과 방류밀도Froude수 Fo에 대하여 획득하였다.

4.1 절중심선의 경로

방류구폭 bo로 나누어 무차원화 시킨 절중심선경로의 한 예가 그림4와 같으며 실험과 수치해의 결과가 대체로 일치함을 알 수 있다. 다음은 가로흐름의 유속과 부력과 운동량의 항으로 절중심선경로의 해석이 시도된다.

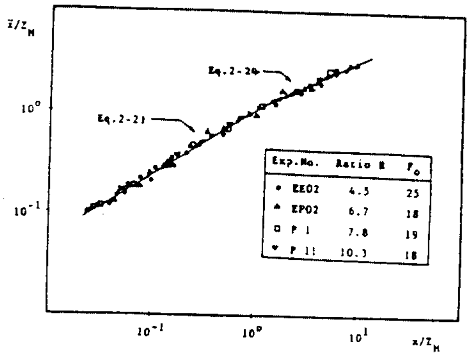

그림 5. 運動量特性길이에 의한 절中心線經路

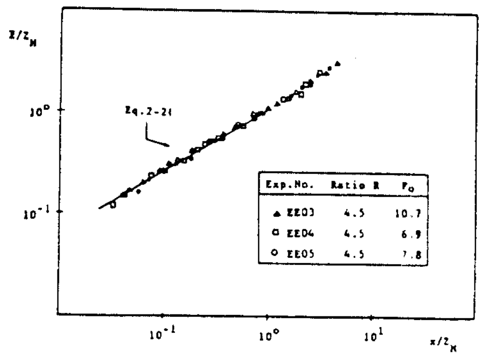

그림 6. 運動量特性길이에 의한 절中心線經路

운동량특성길이를 이용하여 절중심선경로를 그림으로 나타낸 것이 그림5와 6이다. 그림5에서 알 수 있듯이 $\bar{z} \ll Z_M$ 영역에서는 2/3 멱법칙이 성립하며 $\bar{z} \gg Z_M$ 영역에서는 1/2 멱법칙이 성립함을 알 수 있다. 2/3 멱법칙이 성립하는 영역은 연직상향흐름영역으로 운동량지배근역이며,1/2 멱법칙이 성립하는 영역은 수평방향흐름영역으로 운동량지배원역이라 할 수 있다. 그림5의실험자료는 부력이 무시할 만큼 작은 경우에 대한 것으로 운동량접으로 유도된 식(2-21),(2-24)과 일치한다. 그림6에서는 $\bar{z} \ll Z_M$ 영역에서는 2/3 멱법칙이 성립하나 $\bar{z} \gg Z_M$ 영역에서는 1/2 멱법칙이성립하지 않는다. 이는 부력이 존재하고 속도비가 작은 경우로서 부력의 상승력으로 인하여 절중심선이 상승하게 되므로 운동량특성길이를 이용한 1/2 멱법칙이 성립되지 않는다고 사료된다. 부력이 존재하고 속도비가 큰 경우도 그림5와 같이 2/3, 1/2 멱법칙을 나타내는데 이는 속도비가 크면 운동량이 커서 작은 수심하에서는 자유수면까지 전 수역이 운동량

의 영향을 크게 받게 되고 부력이 지배적인 인자가 되는 부력지배영역의 존재가 미미한 것으로 사료된다. 따라서 수심이 작은 흐름수역에서 부력젵은 운동량젵과 같은 양상을 보인다.

그림7은 부력특성길이를 이용한 젵중심선경로로서 수평방향흐름영역인 부력지배원역에서는 식(2-30)의 3/4 멱법칙이 실험결과와 일치한다. 그러나 $\bar{z} \ll Z_B$ 인 영역에서는 5/6 멱법칙이 성립하지않는데 이는 부력젵의 초기단계는 운동량의 영향을 주로 받게되어 단순plume과 같은 5/6 멱법칙은 성립되지 않는다고 사료된다. 따라서 부력젵의 특성은 각기 그 크기는 달라도 흐름초기에는 운동량지배영역이 존재하며 흐름이 발달하면 초기조건에 따라 운동량지배원역과 부력지배영역으로 발달된다.

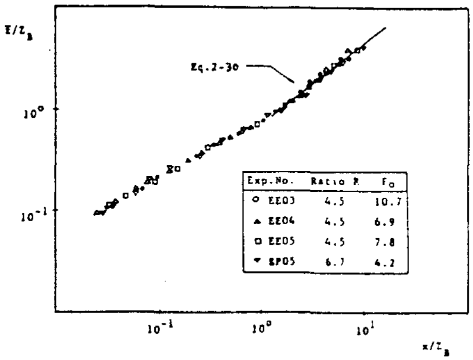

그림 7. 浮力特性길이에 의한 젵中心線經路

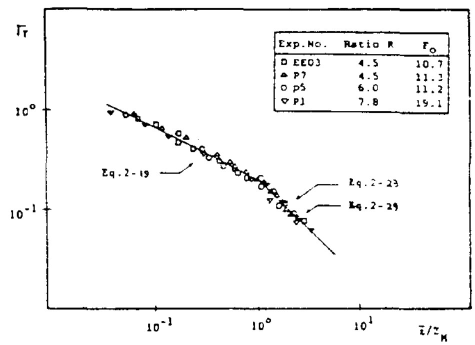

그림 8. 젵中心線經路에 따른 無次元溫度變化

4.2 흐름수역 및 젵중심선의 온도분포

그림9는 주변수역의 온도분포의 한 예로서 방류구에서의 온도를 100 % 로 하여 나타낸 것이며, 그림8은 젵중심선의 온도변화를 나타낸 것으로 식(2-19),(2-23)의 -1/2,-1 멱법칙과 일치함을 보여준다. 그러나 Z_B 를 이용한 젵중심선의 온도변화는 $\bar{z} \ll Z_B$ 인 영역에서는 식(2-26)의 -1/5 멱법칙과 일치하지 않는데 이는 운동량지배근역이 항상존재하므로 부력지배근역의 -1/5 멱법칙이 성립되지 않는다고 사료된다. $\bar{z} \gg Z_B$ 영역에서의 젵중심선 온도변화는 Z_M 으로 표현되었으며 -1 멱법칙을 나타내는데 Z_B 에 관계없이 Z_M 에 대해 플랏트한 결과는 -1 멱법칙을 나

타낸다.

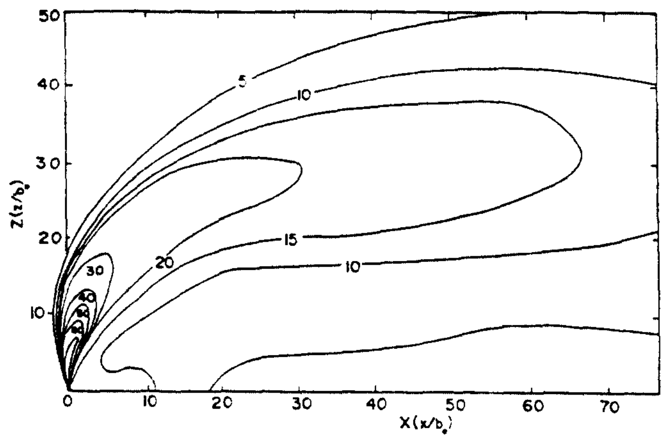

그림 9. $R = 8$, $F_0 = 23$ 에 대한 주변흐름水域의 無次元濃度分布

5. 결 론

부력젯의 특성길이에 의한 해석은 상이한 부분에 대체로 적분식과 일치된 결과를 얻었다. 부력젯은 운동량과 부력을 모두 가지므로 부력젯의 초기 단계는 운동량지배근역의 2/3 멱법칙이 항상 성립하며, 부력이 무시할 만큼 작은 경우는 속도비의 크기에 관계없이 항상 1/2 멱법칙이 성립하며 운동량젯과 같은 양상을 보인다. 부력이 존재하는 경우 속도비가 작으면 부력지배영역이 존재하게되나 작은 수심하의 본 실험에서는 속도비가 크면 운동량이 자유수면까지 영향을 주게되므로 부력지배영역의 존재가 미미하게 되어 운동량젯과 같은 양상을 나타낸다.

부력특성길이에 의한 해석은 원형젯의 해석처럼 부력특성길이를 정의하기가 용이하지 않으므로 이에 대한 더 많은 연구가 진행되어야 한다고 생각된다.