MAP Estimation을 이용한 QRS Detection

정 희교, 신 건수, 김 용만, 이 명호
연세 대학교 전기 공학과

QRS Detection based on Maximum a-Posteriori Estimation

Heekyo Jeong ,Kunsoo Sin, Yongman Kim, Myoungho Lee
Department of Electrical Engineering, Yonsei University

ABSTRACT

In this paper, a mathematical model for the purpose of QRS detection is considered in the case of the occurrence of nonoverlapping pulse-shaped waveforms corrupted with white noise. The number of waveforms, the arrival times, amplitudes, and widths of QRS complexes are regarded as random variables. The joint MAP estimation of all the unknown quantities consists of linear filtering followed by an optimization procedure. Because of time-consuming, the optimization procedure is modified so that a threshold test is obtained. The model formulation with nonoverlapping waveforms leads to a standard procedure covering a segment before as well as after an accepted event. Adaptivity of the detector is gained by utilizing past signal properties in determining threshold for QRS detection.

1. 서 론

휴대용 ECG기록계를 이용하여 QRS를 측정하는 경우 많은 어려운 문제들이 수반된다. 즉, ECG신호에 nonstationary 잡음이 섞일 수 있으며 전극과 피부의 접촉시 시변 임피이던스로인한 진폭의변화, 심장부위에 부착시킨 전극의 위치변화로인한 QRS morphology의 변화, 환자의 갑작스런 위치 이동으로인한 QRS complex의 변화 및 이상 심장박동이나 심실 근원 박동과 같은 아주 다른 morphology가 정상적인 QRS complex와 뒤섞일 수 있다. 이와같은 문제들을 해결하기위하여 지난 10년동안 QRS complex 측정에 관한 많은 연구결과가발표되었다. 정확한 QRS detection은 그 목적이 차후의 morphology해석을 위해 시험적인 QRS complex의 위치를 찾거나 R-R interval 표를 얻기위해서도 매우 중요하다[1]. 최근의 QRS 측정 방법은 주로 소프트웨어로 수행되고 있는 경향을 보이고있는데 이것은 하드웨어 보다 좀더 복잡한 구조를 가진다. complex의 R파 부분은 상대적으로 큰 첨두치를 가지기때문에 몇몇 알고리즘은 단순한 기울기 표준치만을 이용하고있다[2]. 또한 소프트웨어로 QRS를 측정할 경우 비선형 변환과 같은 복잡한 전처리 과정이 필요하며 실시간 처리에대한 문제점이 있다. 70년대 초반 Haywood는 심실의 기외수축을 측정할 목적으로 수학적 모델을 생각했으나 관측구간 내에서의 도달시간과 진폭만을 random량으로 고려하고 파형의 수를 정해진 값으로 하였기 때문에 정확한 도달시간과 폭을 추정 할 수 없었다.

따라서 본 논문에서는 QRS complex의 폭, 진폭, 도달시간 및 관측구간내에서 파형의 수를 random변수로하는 신호의 모델을 제안하고자한다. QRS complex의 경우 진폭, complex의 폭, 도달시간 및 관측구간 내에서 파형의 수에 대한 priori probability를 알수 있기때문에 MAP(maximum a-priori) estimation을 적용할 수있으며, 이를 이용하여

QRS complex를 측정 하고자한다. 전처리 과정으로 전원잡음과 artifact의 영향을 감소시키기 위하여 중심주파수가 19.6Hz, 밴드 폭이 약 10Hz인 디지탈필터를 사용하였다. QRS 측정시 문턱치를 결정할 때 과거의 신호특성을 사용하기 때문에 추정기는 QRS complex의급격한 변화에도 잘 적응할 수 있음을 보였다.

II. 신호의 수학적 모델

MAP estimation을 이용하여 QRS를추정하기 위해 다음과 같은 수학적 모델을 고려한다[3].

$$r(k)=\begin{cases}\sum_{i=1}^{q} Bi\ s(k-Qi,Ti)+W(k) & 1< q < n \\ 0 & q=0\end{cases} \qquad (1)$$

여기서 r(k)는 유한 변수 시퀀스이며 N-차원 벡터이다. q는관측구간 내에서의 미지의 파형 갯수이고 W(k)는 $N_o/2$의 스펙트럼밀도를 갖는 가우시안 잡음이다.
파형 [s(k,.)]는 기지의 파형이지만 미지의 도달시간 Qi, 진폭 Bi, complex폭 Ti를 가진다. 파형 s(k,Ti)는 기준시간 D보다 적은 주기를 갖는 두개의같은 파형 v(k)로 이루어진다.

$$s(k,Ti)=\begin{cases} v(k)-v(k-Ti) & 0 < k < D-1 \\ 0 & \text{그외의 경우}\end{cases} \qquad (2)$$

매개변수 q, Q, T와 B는 이산형 값을 갖는 random 변수이다. joint a-priori probality 밀도를 p(q,Q,B,T)로 나타낸다. 도달시간 Q1,Q2,........,Qq 는 적어도 D만큼 떨어져있기때문에 , 즉

$$|Qi-Qj| \geqslant D \qquad i \neq j \qquad (3)$$

펄스형의 파형은 nonoverlapping이다.
모든 파형이 관측 구간 $1 \leqslant k \leqslant N$ 내에 포함되기 위하여 다음 조건을 만족하여야 한다.

$$1 \leqslant Qi \leqslant N-(D-1) \qquad (4)$$

각 매개변수는 서로 독립이므로 이들의 joint probability 밀도를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p(q,Q,B,T)=Pr(q)\ Pr(Q)\prod_{i=1}^{m} p(Bi)\ Pr(Ti) \qquad (5)$$

파형의 갯수 q에 대한 a-priori probability는

$$Pr(q)=\begin{cases} Pq & q=0,1,\ldots\ldots\ldots,n \\ 0 & \text{그외의 경우}\end{cases}$$

이며 Pr(Q)는 (3)식을 만족하며 Q의 범위에서 균일하다 확률밀도 p(Bi)는 Bi ∈ [-b2,b1]나 [b1,b2]에서, Pr(Ti)는 Ti∈[t1,t2]에서 균일하며 여기서 t1과 t2는 양의 정수이다. priori knowledge p(q,Q,B,T)와 관측된 신호 벡터 r(k)를 이용하여, 관측 구간에서 파형의 수 q와 이들의 도달시간 Q1,Q2,......,Qq를 추정할 수 있다.

III. MAP estimation

priori knowledge p(q,Q,B,T)와 관측된 신호 벡터 r(k)를 이용하여 관측 구간에서 파형의 수 q와 이들의 도달시간 Q1,Q2,.....,Qq를 추정한다.
모든미지의 매개변수 q,Q,B,T를 추정하기 위하여 maximum a-posteriori(MAP) estimation을 사용하고 loglikelihood 함수를 최대화하는 (q,Q,B,T)를 구한다[3].

$$\begin{aligned}V(r,q,Q,B,T)= & \ 2/N_o\sum_{k=1}^{N} r(k)\sum_{i=1}^{q} Bi\ s(k-Qi,Ti) \\ & -1/N_o\sum_{k=1}^{N}\Big[\sum_{i=1}^{q}(Bi\ s(k-Qi,Ti))\Big] \\ & +\ln p(q,Q,B,T)\end{aligned} \qquad (6)$$

식(6)에서 관측된 신호 r(k)는 먼저 다음과 같은 정수 매개변수 K와 L로 정의되는 임펄스 응답을 갖는 선형 시불변 필터(정합 필터)를 통과한다[4].

$$h_{KL}(k)=Z^{-1}\{(1-z^{-K})(1+z^{-1})^{L}\}$$

여기서 Z {.}는 역 Z변환이다. 잡음이 가우시안이기 때문에 h (k) ≃ v(-k)이다. 이산 시간 Qi에서 필터의 출력은 다음과 같은 컨볼루션합으로 주어진다.

$$y(Qi)=\sum_{k=1}^{N} r(k)\ h_{KL}(Qi-k)$$

V(r,q,Q,B,T)에 관한 간단한 식을 얻기위하여 신호대 잡음비를 다음과 같이 정의한다.

$$d^2(Ti)=2/N_0\sum_{k=1}^{N} s\ (k,Ti)=d_0^2(1-g(Ti)) \qquad (7)$$

여기서

$$d_0^2=4Ev/N$$

이고 g(Ti)는 v(k)의 규준화된 상관관계의 합이다.

$$g(Ti)=1/Ev\sum_{k=0}^{D-1} v(k)\ v(k-Ti)$$

윗 식을 이용하여 식(6)을 다시 쓰면

$$V(r,q,Q,B,T)=\sum_{i=1}^{q} d^2(Ti)\,[\,Bi\{\,y(Qi)-y(Qi-Ti)\}/\{\,1-g(Ti)\}-b1/2]\ +\ln Pq \qquad (8)$$

식 (8)을 Bi에 대해 최대화하면 joint MAP estimate는 다음과 같이 얻어진다.

$$V(r,q,Q,T)=\sum_{i=1}^{q} d^2(Ti)\ b1\,[F\{(y(Qi)-y(Qi-Ti))/(1-g(Ti))\}-b1/2]+\ln Pq$$

여기서

$$F(x)=\begin{cases} |x| & |x|< b1 \\ (|x|^2+b2^2)/2b1 & b1<|x|<b2 \\ (2|x|\,b2+b1^2-b2^2)/2b1 & |x|>b2 \end{cases}$$

이다.

유사한 방법으로 Ti를 추정하기 위하여 함수 M(Qi)를 다음과 같이 정의한다.

$$M(Qi)=\max[(1-g(Ti))F((y(Qi)-y(Qi-Ti))/(1-g(Ti)))+g(Ti)b1/2] \qquad (9)$$

어떤 주어진 값 Qi에 대하여 식(9)의 우변을 최대화하는 complex 폭 추정값 $\tilde{T}i$를 구할 수 있다.

식(9)를 이용하여 식(8)을 다시쓰면

$$V(r,q,Q)=d_0^2\,b1\sum_{i=1}^{q}[M(Qi)-b1/2]+\ln Pq \qquad (10)$$

식(10)을 최대화하는 $\tilde{q}$와 $\tilde{Q}$를 구하기 위해 q를 고정된 값으로 놓고 식(10)을 최대화하는 $\tilde{Q}$를 구하고 이 $\tilde{Q}$값으로 전체를 최대화하는 q의 값을 구한다.

IV. 근사적 MAP 추정

식(10)에서 q,Q의 추정은 다차원 최적화 문제이기때문에 n이 클 경우 많은 시간을 소요하는 작업이다. 따라서 최적값보다는 Vq=max Vq로 정의되는 q, Q1,....,Qq를 구하는 것으로도 만족할 수 있다

함수 Vq를 다음과 같이 정의한다.

$$Vq=0$$

$$Vq=V(r,q,\tilde{Q}1,\tilde{Q}2,.......\tilde{Q}q)$$

$$=\max V(r,q,\tilde{Q}1,\tilde{Q}2,....\tilde{Q}q-1,Qq) \qquad 1\leqslant q\leqslant n \quad (11)$$

다음의 차등식을 최대화하는 $\tilde{Q}i$를 구한다.

$$V(r,q,Qi)=V(r,q,\tilde{Q}1,\tilde{Q}2,...,Qi)-v(r,q-1,\tilde{Q}1,\tilde{Q}2,....\tilde{Q}i-1) \qquad (12)$$

최대치를 Ai로 나타내면

$$Ai=Vi-Vi-1=\max_{Qi} V(r,q,Qi)$$

Ai의 항으로 Vq를 다시쓰면

$$Vq=\sum_{i=1}^{q} Ai \qquad 0\leqslant q\leqslant n \qquad (13)$$

식(12)에 (10)식을 대입하면

$$Ai=d\ b1\ \max[M(Qi)-ai(Qi)] \qquad (14)$$

여기서

ai(Qi)=(b1/2)+ln{(Pi-1)/Pi/(d b1)

식(14)에서 M(Qi)가 ai(Qi)보다 크면 Vq는 양의 값을 갖게됨을 알 수있다. 같은 priori probability q(Pi= 1/(n+1), i=0,1,...n)인 경우 문턱치 시험과 유사한 결과를 보인다 이 경우 가장 큰 값에서 시작하여 차례로 극대점을 선택한다.선택된 극대점 중에서 거리 D내에 있는 부분은 제거한다. 이러한 과정을 b1/2를 초과하는 극대치가 더 이상 존재하지 않을 때까지 계속한다.

V. 결 론

본 연구에서는 신호의 모델로 부터 QRS의 진폭과 도달시간, complex폭및 주어진 관측 구간에서의 파형의 수를 MAP 추정법을 이용하여 측정하였다. 본 논문에서의 추정결과와 ECG 기록지에서의 판독 결과가 거의 유사함을 알 수 있었으며 그 결과,모델로 부터의 MAP 추정법이 임상적 목적에 사용될 수 있을 것이라고 기대한다.

VI. 참고문헌

1.M.E. Nygards and J.Hulting,"An automated system for ECG moniter ing, "Comput.Biomed.Res., Vol.12,pp.181-202 ,1979

2.E.D.Gerlings, D.L.Bowers, and G.A.Pl, "Detection of abnormal ventricular activation in a coronary care unit," Comput.Biomed.Res.,Vol.5,pp.14-24, 1972

3.H.L.Van Trees,"Detection, estimation and modulation theory : Part I." Newyork:Wiley,1968

4.N.V. Thakor and J.G.Webster, "Optimal QRS filter," in Proc. IEEE Frontiers Eng. Health Care,1980. pp.190-195

5.Papoulis,"Probability,random variables,and stochastic process,"McGraw Hill Inc.1984

6.M.Okada,"A digital filter for the QRS complex detection," IEEE Trans.Biomed. Eng., Vol.BME-26, pp.700-703,Dec.1979

7.L.Sornmo, P.O.Borjesson, M.E.Nygard,and O.Pahlm, "A method for evaluation of QRS shape features using a mathematical model for the ECG, IEEE Trans. Biomed.Eng., vol.BME-28,pp.713-717,Oct.1981.