

큰 외란이 존재하는 시스템에 있어서의 직류 전동기의 최적제어

\*홍 찬호, 김 종준, 윤 명중

한국과학기술원, 전기 및 전자공학과

The Optimal Control of DC Motor  
Under Large Disturbance in the System

Chan Ho Hong, Jong Jun Kim and Myung Joong Youn

Dept. of Electrical Engineering, KAIST

Abstract

A new control method for DC motor position control with variable structure is presented. The proposed method uses the desired trajectory with optimal input satisfying the given performance requirement as the switching curve and is insensitive to parameter variation and disturbance. To show the validity of the proposed method, digital computer simulation is performed. And the result is compared with that of the optimal state feedback.

1. 서론

많은 제어응용분야에서 시스템의 파라미터 변화와 부하의 외란에 대해 둔감한 제어기의 설계가 요구되고 있다. 특히 시스템의 파라미터가 매우 큰 폭으로 변화하거나 외란의 영향이 큰 경우 제어기의 설계는 매우 어렵게 된다. 최적 상태궤환제어기는 외란이 없는 경우에는 원하는 성능을 얻을 수 있지만 외란이 존재하는 경우에는 성능이 떨어지게 된다.

본 논문에서는 외란이 존재하는 경우에도 주어진 사양을 만족하면서 최적 입력을 가지는 새로운 제어기 설계방법을 제시하여 이를 직류 전동기 위치 제어에 적용하였다.

2. 상태방정식과 제어방법

직류 전동기의 상태방정식은 전기적 다이내믹스가 기계적 다이내믹스보다 상당히 빠르다고 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\theta}/dt = \omega \tag{1}$$

$$d\omega/dt = -(B/J + K_t K_e / J R) \cdot \omega + (K_t / J R) \cdot U - (1/J) \cdot F$$

여기서  $\theta, \omega$  는 각각 회전자의 각도와 각속도이다.  $J$  는 관성 모멘트,  $B$  는 점성마찰계수,  $K_t, K_e$  는 전동기의 상수이고  $U$  는 입력전압,  $F$  는 외란이다. 이를 다시 위치명령에 대한 오차신호를 상태변수로 잡아 다시 쓰면 다음과 같다.

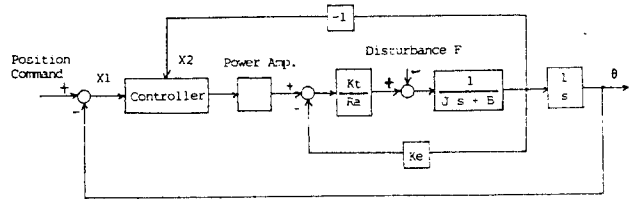


그림 1. 시스템 블록선도  
Figure 1. Block diagram of the system

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= -(B/J + K_t K_e / J R) \cdot X_2 - (K_t / J R) \cdot U + (1/J) \cdot F \end{aligned} \tag{2}$$

이 때  $x_1$ 은 위치오차,  $x_2$ 는 위치오차의 각속도이다. 이제 이 식에서 직류전동기의 위치제어문제는 안정기문제로 생각될 수 있다.

다음과 같은 일반적인 선형시스템을 생각해보자.

$$\dot{X}(t) = A(t) \cdot X(t) + B(t) \cdot U(t) \tag{3}$$

성능지수를 다음과 같이 잡으면

$$J = (1/2) \int_0^{\infty} [ X^T(t) Q(t) X(t) + U^T(t) R(t) U(t) ] dt \tag{4}$$

이 때 이를 최소화하는 최적 입력을 구하면

$$\tag{5}$$

이 때  $K(t)$ 는 다음 방정식의 해이다.

$$\begin{aligned} \dot{K}(t) &= -K(t)A(t) - A^T(t)K(t) - Q(t) \\ &\quad + K(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)K(t) \end{aligned} \tag{6}$$

$$K(\infty) = 0$$

위에서 구한 입력을 원래의 상태방정식에 대입하여 풀면 그에 따라  $X_1, X_2$  평면상에서 최적 입력을 가지는 궤도를 얻을 수 있게 된다.

이와 같이  $X_1, X_2$  평면상에서 얻은 궤도를 스위칭 곡선  $S = f(X_1, X_2)$  로 하여 대상시스템을 이 스위칭 곡선을 따라가도록 하기 위해 다음과 같은 제어입력을 가한다

$$\begin{cases} U = +V_s, S > 0 \\ U = -V_s, S < 0 \end{cases} \quad (7)$$

이와 같이 현재의 상태변수의 값에 따라 입력을 스위칭하여 원하는 궤도를 따라가도록 제어하게 된다.

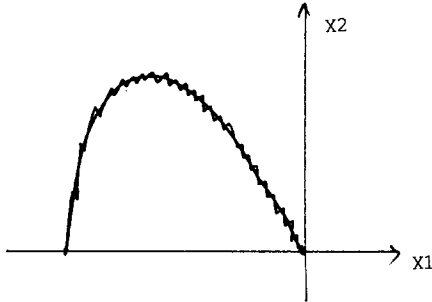


그림 2. 최적입력을 가지는 궤도와 그에 따라 제어된 시스템 궤적의 한 예

Figure 2. An example of a trajectory with optimal input and a system locus controlled by switching

### 3. 시뮬레이션 결과

시뮬레이션에 사용한 직류 전동기의 파라미터는 다음과 같다.

- 0.75HP 100V 2500 rpm PMDC Motor
- $R = 0.67$  [ $\Omega$ ]
- $J = 0.24$  [ $\text{kg}\cdot\text{m}$ ]
- $B = 0.7$  [ $\text{N}\cdot\text{m}$ ]
- $K_T = 0.4519$  [ $\text{N}\cdot\text{m}/\text{A}$ ]
- $K_E = 0.4519$  [ $\text{V}\cdot\text{sec}/\text{rad}$ ]

(2)식에 위의 파라미터를 대입하면 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4.19 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} C \\ -3.09 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 0 \\ 4.17 \end{bmatrix} F$$

$$Y = [1 \quad 0] X$$

성능지수의  $Q, R$ 을 다음과 같이 잡으면

$$Q = \begin{bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = 0.5$$

최적입력은 다음과 같이 구해진다.

$$U^*(t) = -[7.75 \quad 1.62] X(t)$$

이를 원 상태방정식에 대입하여 풀면 원하는 궤도를 얻을 수 있다. 실제 시뮬레이션에서는 미분방정식 푸는 알고리즘을 사용하였다. 이 과정을 순서도로 나타내면 그림3과 같다. 이에 따라 구해지는  $X_1, X_2$  평면상의 궤도를 스위칭 곡선으로 하여 제어한 경우의 시뮬레이션을 하고 이를 최적 상태변수궤환제어를 한 경우와 비교하였다. 이때 정현파 형태의 외란을 가하여 두 가지 제어방법에 의한 성능을 각각 알아보았다.

그림 4 ~ 6 에서 알 수 있듯이 외란이 가해진 경우 최적 상태변수궤환제어기에 있어서는 외란의 영향때문에 위치와 속도의 진동이 관찰되었다. 그러나 본 논문에서 제시된 방법에 의해 제어한 결과 외란이 가해지더라도 그와 무관하게 미리 얻어진 궤도를 따라 궤도 응답이 진행되었다.

### 4. 결론

시뮬레이션을 통하여 본 논문에서 제시된 제어기가 강인한(robust) 성질을 가짐을 보였다. 이러한 제어 방법에서는 주어진 사양을 만족하는 최적이득을 미리 구하고 이에 따른 시스템 상태변수의 궤도를 산출하고 이를 스위칭 곡선으로 하여 시스템에 가해지는 입력전압의 부호와 펄스폭을 조절하였다. 이에 따라 외란에 의해 시스템의 상태변수가 원하는 궤도를 벗어나더라도 입력의 스위칭에 의해 항상 일정한 형태의 궤도응답을 얻을 수 있게 된다.

스위칭 곡선의 형태는 대상시스템의 성능한계내에서 설계자에 의해 주어지며 스위칭 곡선을 적절히 설정함에 의해 어떠한 형태의 궤도응답도 얻을 수 있게 된다.

### 참고 문헌

- [1] S.C. Lin and S.J. Tsai, "A Microprocessor-Based Incremental Servo System with Variable Structure," IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. IE-31, No. 4, pp. 313-316, Nov. 1984
- [2] F. Harashina, H. Hashimoto and S. Kondo, "MOSFET Converter-Fed Position Servo System with Sliding Mode Control," IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. IE-32, No. 3, pp. 238-244, Aug. 1985
- [3] H. Kobayashi and A. Yasuda, "A Feedback ON-OFF Control Law for DC Motor Position Servo System," Proceedings of IECON '86, pp. 579-584, Sept. 1986

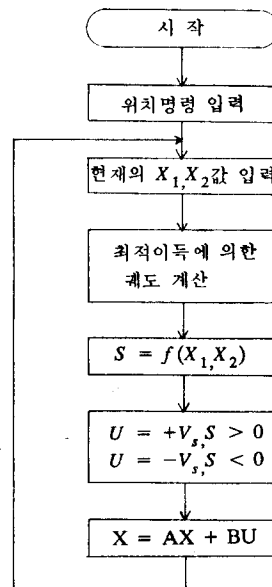


그림 3. 제어 알고리즘의 순서도  
Figure 3. Flow chart of the control algorithm.

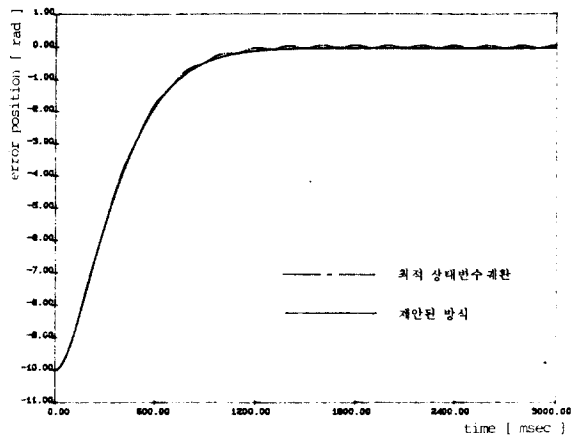


그림 4. 위치오차 (외란 : 9 N.m, 5Hz)  
 Figure 4. Error position (Disturbance : 9N.m, 5Hz)

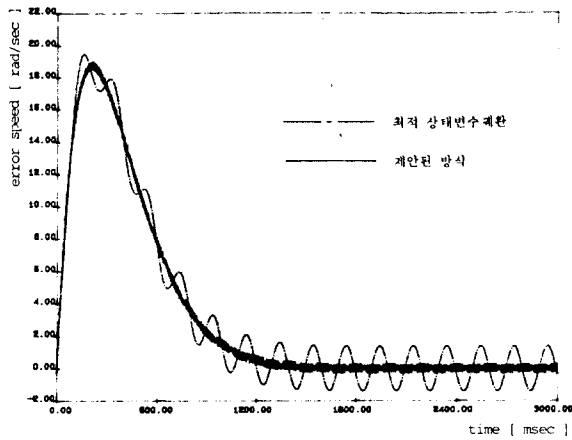


그림 5. 위치오차의 각속도 (외란 : 9N.m, 5Hz)  
 Figure 5. Error speed (Disturbance : 9N.m, 5Hz)

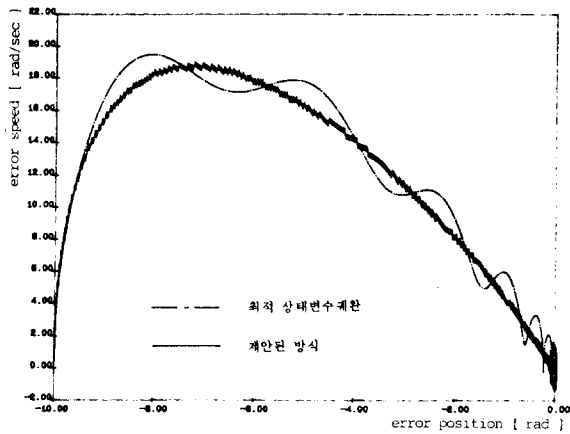


그림 6. 위치-속도 평면상의 궤적  
 Figure 6. Phase plane portrait