

하이브리드 스텝모터의 상태변수 궤환제어에 관한연구

권순학, 김광배
한국과학기술원 전기제어연구실

A Study on the State-Variable Feedback Control
of a Hybrid Step Motor

Soon Hak Kwon, Kwang Bae Kim
Power Controls Lab./Korea Advanced Institute of Science & Technology

Abstract

The primary difficulties encountered in the use of step motors are underdamped response when stopping at a specified position and dynamic instability during high-speed slewing. This paper proposes a speed and position detection scheme using the back EMF generated by the rotating permanent magnet field of a two-phase 1.8° hybrid step motor, and presents its application to the state-variable feedback control of the hybrid step motor. All simulation results in a single step response show that the hybrid step motor performances such as peak overshoot and settling time are greatly improved.

1. 서론

스텝모터는 개회로 제어에 의하여 위치 제어가 가능하다는 장점이 있는 반면, 저속에서 위치 결정 시 큰 감쇄진동 응답을 나타내며, 고속 slewing mode 로 동작시에는 탈조 현상을 일으키기 쉬운 단점이 있다. 최근에는 이러한 단점을 보완하여 보다 나은 성능을 얻기 위하여 궤환 신호로 각 상의 전류, 속도 및 위치를 이용한 많은 폐회로 제어 방법이 연구 발표되었다. 그중의 하나는 펄스 엔코더로부터 측정된 위치량을 이용하여 각상의 전류, 속도, 위치 등의 상태변수를 추정하여 이를 궤환 제어하는 방식으로 (1), 이는 펄스 엔코더에 의하여 가격이 비싸고 제어 시스템도 상당히 복잡해지는 단점이 있다. 이와같은 펄스 엔코더를 사용한 경우의 단점을 보완하기 위하여 역기전력을 측정하고 이를 신호 처리함으로써 펄스 엔코더를 대신하는 방법도 제시되었다.(2)

본 논문에서는 스텝모터의 상태변수 중 속도와

위치 역기전력을 이용하여 구하는 방법을 제시하고 이를 상태변수 궤환제어에 적용시켰다. 여기서 스텝모터 궤환 제어의 성능평가지수로 는 단위 계단 응답 시의 상승시간, 최대 오버슈트 및 정정시간과 같은 특성을 대상으로 하였으며 모든 결과는 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 얻어졌다.

2. 시스템 모델

2상 Bifilar - wound 하이브리드 스텝모터는 다음 4개의 비선형 미분 방정식으로 표현된다.(3)

$$\dot{i}_a = [V_a - R i_a + K_E \omega_m \sin \theta] / L \quad (1)$$

$$\dot{i}_b = [V_b - R i_b - K_E \omega_m \cos \theta] / L \quad (2)$$

$$\dot{\omega}_m = [-K_T i_a \sin \theta + K_T i_b \cos \theta - B \omega_m] / J \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = N_r \omega_m \quad (4)$$

여기서 i_a = a 상 전류
 i_b = b 상 전류
 ω_m = 회전자 기계적 회전 각속도
 θ = 회전자 전기적 회전각
 V_a = a 상 인가전압
 V_b = b 상 인가전압
 R = 고정자 저항
 L = 자기 인덕턴스
 B = 점성 계수
 J = 관성 모멘트
 K_E = 역기전력 상수
 K_T = 토크 상수
 N_r = 회전자 치수

상태변수 x 와 입력 u 를 다음과 같이 정의한다.

$$x = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ \omega_m \\ \theta \end{bmatrix} ; u = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} \quad (5)$$

이때 전기적 회전각을 상태변수로 정의한 것은 기계적 회전각을 상태변수로 선정시에는 200개 형태의 평형점

이 존재하지만, 전기적 회전각을 상태변수로 선정하는 오직 4개의 평형점이 존재하며 해석이 용이하기 때문이다. 식(1)부터 식(4)까지를 상태공간에서 나타내면

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (6)$$

$$\dot{y} = Cx \quad (7)$$

이 된다. Full-step mode 로 동작하는 스텝 모터의 4개영의 평형점 $\{x_{eqi}, u_{eqi}, i = 1, 2, 3, 4\}$ 은 식(8) 부터 식(11)까지로 나타내 진다.

$$x_{eq1} = \begin{bmatrix} I \\ I \\ 0 \\ (8m+1)\pi/4 \end{bmatrix} \quad u_{eq1} = \begin{bmatrix} V \\ V \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$x_{eq2} = \begin{bmatrix} -I \\ I \\ 0 \\ (8m+3)\pi/4 \end{bmatrix} \quad u_{eq2} = \begin{bmatrix} -V \\ V \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$x_{eq3} = \begin{bmatrix} -I \\ -I \\ 0 \\ (8m+5)\pi/4 \end{bmatrix} \quad u_{eq3} = \begin{bmatrix} -V \\ -V \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$x_{eq4} = \begin{bmatrix} I \\ -I \\ 0 \\ (8m+7)\pi/4 \end{bmatrix} \quad u_{eq4} = \begin{bmatrix} V \\ -V \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서 $m = 0, 1, 2, \dots$

I = 정격전류

V = 상당 인가 전압

식(6)과 식(7)로 나타내지는 비선형 시스템을 위와 4개의 평형점중의 하나인 $\{x_{eqi}, u_{eqi}\}$ 에 대하여 선형화시키면 식(12), 식(13)의 형태로 식(14), 식(15)가 된다.

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{u} \quad (12)$$

$$\bar{y} = C\bar{x} \quad (13)$$

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} -R/L & 0 & K_r/\sqrt{2}L & 0 \\ 0 & -R/L & K_r/\sqrt{2}L & 0 \\ -K_r/\sqrt{2}J & -K_r/\sqrt{2}J & -B/J & -\sqrt{2}K_r I/J \\ 0 & 0 & Nr & 0 \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} 1/L & 0 \\ 0 & 1/L \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{u} \quad (14)$$

$$\bar{y} = [0 \ 0 \ 0 \ 1/Nr] \bar{x} \quad (15)$$

여기서 $\bar{x} = [\delta i_a \ \delta i_b \ \delta \omega_m \ \delta \theta]^T$, $\bar{u} = [\delta v_a \ \delta v_b]^T$

3. 상태변수 측정

상태변수 계환제어는 모든 상태변수의 측정 및 계환을 요구한다. 4개의 상태변수중 전류 i_a 와

i_b 는 직접 측정이 가능하며, 또한 이에 대하여는 이미 많은 연구 있었다. 여기서는 스텝 모터의 기계적 회전 각속도 (ω_m)와 전기적 회전각 (θ)을 스텝모터에서 발생하는 역기전력을 이용하여 측정하는 방법을 제시한다. 식(1)과 식(2)의 전압 방정식을 역기전력 (E_a, E_b)을 중심으로 다시 정리하면

$$E_a = K_E \omega_m \sin \theta = -v_a + R i_a + L \frac{di_a}{dt} \quad (16)$$

$$E_b = K_E \omega_m \cos \theta = v_b - R i_b - L \frac{di_b}{dt} \quad (17)$$

이 된다. 따라서 각 상의 역기전력 E_a 및 E_b 를 측정하면 다음 4가지 경우에 의하여 기계적 각속도 ω_m 과 전기적 회전각 θ 를 구할 수 있다.

1) $E_a = 0, E_b = 0$ 일때 $\omega_m = 0$ (18)

$\theta =$ 직전 상태 회전각 (19)

2) $E_a = 0, E_b \neq 0$ 일때 $\omega_m = (-1)^k E_b / K_E$ (20)

$\theta = k\pi, \quad k=0, 1, 2, \dots$ (21)

3) $E_a \neq 0, E_b = 0$ 일때 $\omega_m = (-1)^k E_a / K_E$ (22)

$\theta = (2k+1)\pi/2, \quad k=0, 1, 2, \dots$ (23)

4) $E_a \neq 0, E_b \neq 0$ 일때 $\omega_m = E_a / K_E \sin \theta = E_b / K_E \cos \theta$ (24)

$\theta = \tan^{-1}(E_a/E_b) + k\pi/2$ (25)

$k=0, 1, 2, \dots$

4. 제어기 구성

위에서 측정한 상태변수 \bar{x} 를 이용하여 control law 를 식(26)과 같이 설정하여 메트로 시스템을 나타내면 식(27) 부터 식(33)이 된다.

$$\bar{u} = \bar{u}_{eq} - G\bar{x} \quad (26)$$

$$\dot{\bar{x}} = f(x, u, t) \quad (27)$$

$$\bar{y} = C\bar{x} \quad (28)$$

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + E\bar{u} \quad (29)$$

$$\bar{y} = C\bar{x} \quad (30)$$

$$\bar{u} = \bar{u} - \bar{u}_{eq} = -G\bar{x} \quad (31)$$

$$\dot{\bar{x}} = \bar{x} - \bar{x}_{eq} \quad (32)$$

$$\dot{\bar{x}} = (A - BG)\bar{x} \quad (33)$$

계환이득 행렬 G 는 원하는 성능을 극의 위치로 표현함으로써 결정된다. \bar{x}_{eq} 에 대하여 선형화된 시스템의 4개의 극을 각각 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ 라 하고 그중 2개(λ_1, λ_2)가 Dominant pole 이라고 가정하여, λ_3 와 λ_4 는 고정시키고 λ_1 과 λ_2 를 극 배치 기법을 이용하여 시스템의 단위 계단 응답이 원하는 응답특성을 갖도록 배치시킨다. 이때 계환 이득행렬 G 를 결정하기 위하여 식(30) 및 식(33)을

라플라스 변환하여 정리하면 식 (34)가 된다.

$$\bar{Y}(s) = C [SI - A + BG]^{-1} \bar{X}(0) \quad (34)$$

여기서 $\bar{X}(0) =$ 평형점 2 에서의 섭동분 초기치
 $= [\delta\lambda_a(0) \quad \delta\lambda_b(0) \quad \delta\omega_m(0) \quad \delta\theta(0)]^T$

식(34)로 나타내지는 시스템의 극 ($\lambda_1^*, \lambda_2^*, \lambda_3^*, \lambda_4^*$) 중 2개의 극 λ_1^* 와 λ_2^* 가 Dominant pole 이라면

λ_3^* 와 λ_4^* 는 무시할수 있으므로 식(34)를 정리 하여 다시쓰면 식 (35)가 된다.

$$\bar{Y}(s) = \frac{as + b}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (35)$$

여기서 a, b = 상수

$$\zeta = -\frac{\lambda_1^* + \lambda_2^*}{2\sqrt{\lambda_1^* \lambda_2^*}}$$

$$\omega_n = \sqrt{\lambda_1^* \lambda_2^*}$$

여기서 식(35)를 역라플라스 변환하면

$$y(t) = \frac{b}{\omega_n} \sqrt{\frac{1 - 2\zeta^2}{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \cdot \sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t + \phi) \quad (36)$$

여기서 $P = \frac{a}{b}$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{P\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}{1 - P\zeta\omega_n}$$

이 되며, 식(36)으로 부터 최대 오버슈트가 일어나는 시간 (t_{pk}) 및 최대 오버슈트 \bar{y}_{pk} 를 구하면

식(37) 및 식(38)이 된다.

$$t_{pk} = (3/2\pi - \phi - \psi) / \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (37)$$

$$\bar{y}_{pk} = \frac{b}{\omega_n} \sqrt{\frac{1 - 2P\zeta\omega_n + P^2\omega_n^2}{1 - \zeta^2}} e^{-\frac{\zeta\omega_n(3/2\pi - \phi - \psi)}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}} \cdot \sin(3/2\pi - \psi) \quad (38)$$

여기서 $\psi = \tan^{-1} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$

따라서 감쇄율 (ζ) 과 비감쇄 고유주파수 (ω_n) 를 결정하면 폐회로 시스템의 극을 설정할 수 있고 또한 시스템의 특성도 결정된다.

5. 시뮬레이션 및 결과

제어대상 모터로는 2상 Bifilar-wound 하이브리드 스텝 모터인 Superior Electric 사의 M091 - FD09 를 선정하였으며, 구동 방식은 L/R 을 채택 하였다. 스텝 모터 및 드라이버의 제 상수 값은 표1에 나타냈다. 표1의 제 상수 값은 Tramposch (5)의 모델을 수정 인용 하였다.

표1 스텝 모터 제 상수 값

Table 1 Step motor parameter values

V = 16 volts
I = 4.7 amps
B = 5.65x10 ⁻⁴ N.m/rad/sec
J = 2.69x10 ⁻⁴ Kg. m ²
K _T = 0.175 N.m/A

L = 2.86 mH

Nr = 50 teeth

R = 3.4 Ω

K_E = 0.18 volt/rad/sec

평형점 { x_{eq2}, u_{eq2} } 에 대한 선형화된 상태방정식은

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} -1188.88 & 0 & 44.50 & 0 \\ 0 & -1188.88 & 44.50 & 0 \\ -460.01 & -460.01 & -2.10 & -4324.13 \\ 0 & 0 & 50 & 0 \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} 349.65 & 0 \\ 0 & 349.65 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{u} \quad (39)$$

$$\bar{y} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1/50] \bar{x} \quad (40)$$

이다. 또한 평형점 { x_{eq2}, u_{eq2} } 는

$$x_{eq2} = \begin{bmatrix} -4.7 \\ 4.7 \\ 0 \\ \frac{(2m+3)\pi}{4} \end{bmatrix}, m = 0, 1, 2, \dots \quad (41)$$

$$u_{eq2} = \begin{bmatrix} -16 \\ 16 \end{bmatrix} \quad (42)$$

이 된다. 식(39)으로 나타내지는 선형 시스템의 극은

$$\lambda_{1,2} = -16.29 \pm j 470.78 \quad (43)$$

$$\lambda_3 = -1158.39 \quad (44)$$

$$\lambda_4 = -1188.88 \quad (45)$$

에 위치한다. 평형점 { x_{eq1}, u_{eq1} } , { x_{eq3}, u_{eq3} } 및 { x_{eq4}, u_{eq4} } 에 대하여 선형화 시킨 선형 시스템의 극도 $\lambda_1 \sim \lambda_4$ 와 같게 되므로 4개의 평형점 중 어느것을 선정하여도 시스템의 해석에는 큰 차이가 없게 된다. 여기서 극배치는 4장의 설계 기준을 근거로 하여 감쇄율 ζ 를 0.707로 설정하고, 비감쇄 고유주파수 ω_n 이 353.55가 되도록 λ_3^* 및 λ_4^* 를 고정시키고 λ_1^* 과 λ_2^* 를 각각 -250 + j 250, -250 - j 250 으로 배치하였으며, 이때의 계환 이득행렬 G 는 식 (46)이 된다.

$$G = \begin{bmatrix} 0.5190 & 0.8170 & -1.3782 & 13.2553 \\ 0.5196 & 0.8178 & -1.3796 & 13.2685 \end{bmatrix} \quad (46)$$

그림 1과 그림 2는 개회로 및 상태변수 제한제어 시스템 각각에 대하여 기계적 회전 각속도 ω_m 과 전기적 회전각 θ 를 시뮬레이션한 결과이고, 그림 3은 기계적 회전각 θ_m 에 대한 단위 계단 응답을 나타낸다.

그림 3에서 상태변수 제한제어 시스템의 단위 계단 응답을 개회로 시스템의 단위 계단 응답과 비교하였을 때 상승 시간은 거의 비슷하고, 최대 오버슈트 및 정정시간은 상당히 감소되었다. 표2는 개회로 시스템, 선형화된 4차 시스템을 2차로 근사화시켜 원하는 성능을 갖도록 설계된 선형 시스템 및 상태변수 제한된 비선형 시스템 각각에 대한 정정시간 및

최대 오버슈트를 나타낸다.

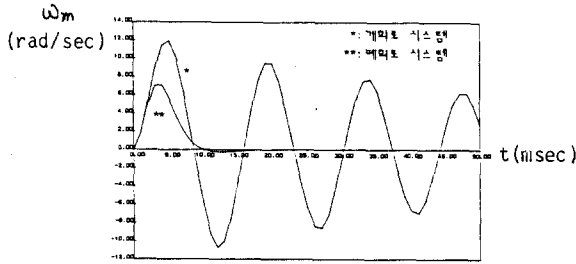


그림1. 개회로 및 상태변수 제한제어 시스템의 기계적 회전 각속도

Fig.1. Mechanical angular speed with/without state variable feedback

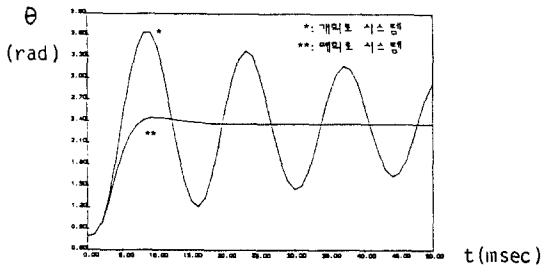


그림2. 개회로 및 상태변수 제한제어 시스템의 전기적 회전각

Fig.2. Electrical position with/without state variable feedback

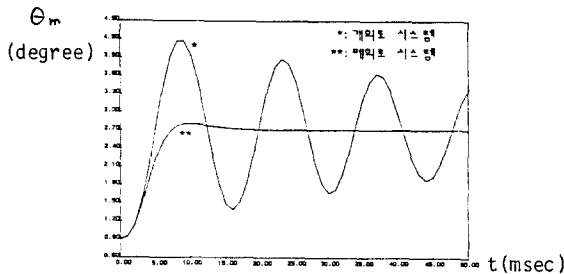


그림3. 개회로 및 상태변수 제한제어 시스템의 단위 계단 응답

Fig.3. Single step response with/without state variable feedback

표2 정정시간 및 최대 오버슈트에 대한 설계치 및 시뮬레이션 결과

Table 2 Designed values and simulation results of settling time and peak overshoot

	정정시간(msec)	최대 오버슈트 (%)
개회로 시스템	173	81.33
2차로 근사화된 선형시스템(설계치)	14	5.94
폐회로 시스템	13	5.59

표2의 결과로 부터 비선형 시스템의 상태 변수 제한제어에 대한 제어기 설계시 비선형 시스템을 평형점에 대하여 선형화 시킨후, 이를 2차 선형 시스템으로 근사화 하여 단위계단 응답이 원하는 성능을 갖도록 극배치를 하여, 이를 비선형 시스템에 적용 시키는 방법도 비선형 시스템에 대한 제어기 설계기법 중의 하나로 제시 될 수 있을 것으로 사료된다.

6. 결론

본 논문에서는 스텝 모터의 상태변수중 기계적 회전 각속도 ω_m 과 전기적 회전각 θ 를 역기전력을 측정하여 구하는 방법을 제시 하였으며, 이를 저속 운전에서의 위치 결정시 발생하는 큰 감쇄 진동 응답을 개선하기 위한 상태변수 제한제어에 적용하였다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 결과는 상승 시간은 거의 비슷하면서도, 최대 오버슈트 및 정정시간이 상당히 개선됨을 보여준다.

참고 문헌

1. M.J. Balas and E.J. Hamnan, "Feedback Control of D.C. Stepping Motors," Proceeding, Thirteenth Annual Symposium on IMCSD, pp.141-148, 1984.
2. B.C. Kuo and K. Butts, "Closed-Loop Control of A 3.6° Floppy-Disk Drive PM Motor by Back-EMF Sensing," Proc., Eleventh Annual Symposium on IMCSD, pp.295-308, 1982.
3. B.C. Kuo, ed., Incremental Motion Control, Vol. II: Step Motors and Control Systems, pp.87-113, 1979.
4. 김광배, "마이크로 DC 모터의 개발", 한국과학기술원 연구보고서, pp. 106-120, 1987.
5. H. Tramposch, "Computer Simulation of the Bifilar-wound Permanent-Magnet Step Motor," B.C. Kuo, ed., Proc., Fifth Annual Symposium on IMCSD, pp.D-1-D-14, 1975.
6. T. Kailath, Linear Systems, Prentice-Hall, 1980.