

Lattice 알고리즘을 이용한 신호 추정에 관한 연구

정 동 학 *

* 한국 전기 연구 소

양 해 원 **

** 한 양 대 학 교

A study on the signal estimation using lattice algorithms

Dong Hak Jung
K E R I

Hai Won Yang
Hanyang University

ABSTRACT

In this paper, recursive least-squares lattice algorithms for prewindowed given data case are considered, and some experimental results to linear prediction, where the sequence of monthly electrical power sales is taken as time series, are presented.

1. 서 론

다중채널(m)의 불규칙 이산 신호의 과거 관측치로부터 현재 의 신호를 추정함에 있어, 선형 N차의 자기회귀(autoregressive)모델을 적용하면 추정치를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{Y}_T|T-1 = \sum_{i=1}^N A_{N,i} Y_{T-i} \quad (1)$$

이 때의 예측오차는 실제값과 추정치의 차로써 다음과 같다.

$$e_{N,T} \triangleq Y_T - \hat{Y}_T|T-1 \quad (2)$$

data 를 prewindow 시킨 경우의 최소자승 예측기의 문제는 예측오차 제곱의 합을 최소로 하는 예측기 계수 $\{A_{N,i}, i = 1 \sim N\}$ 를 구하는 것이며, 다중채널의 경우 다음의 식 을 평가함수도 한다.

$$tr \left\{ \sum_{t=0}^T e_{N,t} e_{N,t}^T \right\} \quad (3)$$

정상적인 신호로써 신호의 통계적 성질이 주어진다면 최 소자승 예측기 계수는 Yule-Walker 방정식으로부터 구할 수 있으나, 신호에 대한 사전정보 없이 관측치만을 이용하는 경우 normal 방정식으로부터 구할 수 있다. 이들 방정식은 집단(block)처리방법과 축차(recursive)처리방법으로 풀 수 있는데, on-line으로 이용하는 경우 축차처리방법이 좋다.

추정 알고리즘은 크게 transversal 형과 lattice 형으로 나눌 수 있고, 디지털 계산기를 이용하는 경우 그 수치적 특성에 있어 후자가 유리한 것으로 알려져 있다. 특히 lattice 알고리즘을 정규화(normalize)하면 기억해야 할 data 의 수가 적어지고, 계산도 간단해지며, 수치적 특성이 좋아 지는 등의 장점이 있다.

본 연구에서는 신호의 추정에 있어 사전정보 없이 관측 치만을 이용하는 일반적인 경우의 최소자승 축차 lattice 알고리즘에 대해 고찰하고, 우리나라 전력계통에서의 월간 판매 전력량을 data로 한 예측에 대해 위의 알고리즘을 적용 해 봄으로써 그 효용성을 검토하였다.

2. 정상적(stationary)인 신호의 경우

다중채널의 정상적인 신호로써 correlation이 주어진 경우 최소자승 예측기를 축차적으로 구하는 방법은 다음과 같다.

2-1. Yule-Walker 방정식

관측치로 구성된 공간에 대한 예측오차의 직교성을 이용 하여 유도한 다중채널 Yule-Walker 방정식은 다음과 같다.

$$[I, A_{p,1}, \dots, A_{p,p}] R_p = [R_p^e, 0, \dots, 0] \quad (4)$$

여기서,

$$R_p \triangleq \begin{bmatrix} R_0 & R_1 & \dots & R_p \\ R_{-1} & R_0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & R_1 \\ R_{-p} & \dots & \dots & R_{-1} R_0 \end{bmatrix} : \text{covariance 행렬} \quad (5)$$

$$R_{i-j} \triangleq E \{ Y_i Y_j^T \} : \text{correlation 함수} \quad (6)$$

$$E \{ e_{p,T} Y_{T-j}^T \} = 0, j=1, \dots, p : \text{직교성} \quad (7)$$

$$e_{p,T} = Y_T + \sum_{i=1}^p A_{p,i} Y_{T-i} : \text{예측오차} \quad (8)$$

$$R_p^e \triangleq E \{ e_{p,T} e_{p,T}^T \} = R_0 + \sum_{i=1}^p A_{p,i} R_{-i} : \text{예측오차분산} \quad (9)$$

2-2. Levinson 알고리즘

(4)식을 순차적으로 풀기 위해 다음과 같은 후향예측을 정의한다.

$$\hat{y}_{T-p-1|T-1} = - \sum_{i=1}^p B_{p,p-i-1} y_{T-i} \quad (10)$$

앞에서와 같은 방법으로

$$[B_{p,p}, \dots, B_{p,1}, I] R_p = [0, \dots, 0, R_p^c] \quad (11)$$

여기서,

$$R_p^c \triangleq E \{ r_{p,T-1} r_{p,T-1}^T \} : \text{후향예측오차분산} \quad (12)$$

$$r_{p,T-1} \triangleq y_{T-p-1} - \hat{y}_{T-p-1|T-1} : \text{후향예측오차} \quad (13)$$

(p)차의 최소자승 예측기 계수를 알고 있다고 할 때 (p+1)차의 최소자승 예측기 계수는 다음과 같은 순차식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} A_{p+1}(z) \\ B_{p+1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -K_{p+1}^e \\ -K_{p+1}^f & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_p(z) \\ z^{-1} B_p(z) \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서,

$$A_p(z) \triangleq I + A_{p,1} z^{-1} + \dots + A_{p,p} z^{-p} \quad (15a)$$

$$B_p(z) \triangleq B_{p,p} + B_{p,p-1} z^{-1} + \dots + I z^{-p} \quad (15b)$$

$$A_0(z) = B_0(z) = I \quad (15c)$$

$$K_{p+1}^e \triangleq R_p^{-e} \Delta_{p+1} \quad (15d)$$

$$K_{p+1}^f \triangleq \Delta_{p+1} R_p^{-f} \quad (15e)$$

$$\Delta_{p+1} \triangleq E \{ e_{p,T} r_{p,T-1}^T \} \quad (15f)$$

(14)의 순차식에 따라 그림 1 과 같은 예측기의 차수 갱신이 이루어진다.

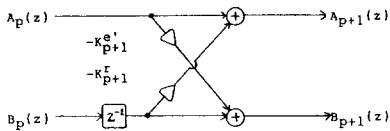


그림 1. 비정규화 lattice 예측기의 차수 갱신 (정상적인 경우)
Fig.1. order update of unnormalized lattice predictor (stationary case)

3. 관측치만을 이용하는 경우의 비정규화 lattice[1]

실제적인 신호 추정 문제에서 관측치만이 주어지는 경우, $t=0$ 이전의 data를 '0'으로 가정하는 일반적이고 간단한 경우에 대한 lattice 알고리즘은 다음과 같다.

3-1. lattice 알고리즘

(p)차의 예측오차는 다음과 같다.

$$e_{p,t} = y_t + \sum_{i=1}^p A_{p,i} y_{t-i} \quad (16)$$

행렬로 나타내면

$$\begin{aligned} [e_{p,0}(T), e_{p,1}(T), \dots, e_{p,T}(T)] \\ = y_{0:T} + [A_{p,1}, \dots, A_{p,p}] y_{p,T} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,

$$y_{0:T} = [y_0, y_1, \dots, y_T] \quad (18a)$$

$$y_{p,T} = \begin{bmatrix} 0 & y_0 & \dots & y_{p-1} & \dots & y_{T-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & y_0 & \dots & y_{T-p} \end{bmatrix} \quad (18b)$$

(16)식의 최소자승 해 $\{A_{p,i}\}$ 는 다음의 normal 방정식으로부터 구해진다.

$$[A_{p,1}, \dots, A_{p,p}] (y_{p,T} y_{p,T}^T)^{-1} y_{p,T}^T = -y_{0:T} y_{p,T}^T \quad (19)$$

(19)의 해를 (17)에 대입하면

$$\begin{aligned} [e_{p,0}(T), \dots, e_{p,T}(T)] = y_{0:T} (I - Y_{p,T}^T (Y_{p,T} Y_{p,T}^T)^{-1} Y_{p,T})^{-1} y_{p,T}^T \\ = y_{0:T} (I - P_{Y_{p,T}}^T) \end{aligned} \quad (20)$$

여기서,

$$P_{Y_{p,T}}^T \triangleq Y_{p,T}^T (Y_{p,T} Y_{p,T}^T)^{-1} Y_{p,T} : \text{투영연산자} \quad (21)$$

마지막의 최소자승 예측오차는

$$e_{p,T} = y_{0:T} (I - P_{Y_{p,T}}^T) \pi \quad (22)$$

여기서,

$$\pi = [0, \dots, 0, I] : \text{coordinate map [2]} \quad (23)$$

같은 방법으로 후향예측오차에 대하여도

$$[0, r_{p,0}(T-1), \dots, r_{p,T-1}(T-1)] = y_{0:T-1}^T (I - P_{Y_{p,T}}^T) \quad (24)$$

여기서,

$$y_{0:T-1}^T = [0, \dots, 0, y_0, \dots, y_{T-p-1}] \quad (25)$$

마지막의 최소자승 후향예측오차는

$$r_{p,T-1} = y_{0:T-1}^T (I - P_{Y_{p,T}}^T) \pi \quad (26)$$

위의 관계들로부터 cross correlation 계수, 오차의 covariance 및 likelihood 변수는 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta_{p+1,T} \triangleq y_{0:T} (I - P_{Y_{p,T}}^T) y_{p,T}^T \quad (27)$$

$$R_{p,T}^e \triangleq y_{0:T} (I - P_{Y_{p,T}}^T) y_{0:T}^T \quad (28)$$

$$R_{p,T-1}^f \triangleq y_{0:T-1}^T (I - P_{Y_{p,T}}^T) y_{0:T-1}^T \quad (29)$$

$$1 - \gamma_{p-1,T-1} \triangleq \pi (I - P_{Y_{p,T}}^T) \pi^T = \gamma_{p-1,T-1}^c \quad (30)$$

(22)식 및 (26)~(30)식의 투영공간을 확장했을 때의 갱신 공식을 이용하면 다음과 같은 순차식을 얻을 수 있다.

$$e_{p+1,T} = e_{p,T} - \Delta_{p+1,T}^R R_{p,T-1}^{-f} r_{p,T-1} \quad (31)$$

$$r_{p+1,T} = r_{p,T-1} - \Delta_{p+1,T}^C R_{p,T-1}^{-e} e_{p,T} \quad (32)$$

$$\Delta_{p+1,T-1} = \Delta_{p+1,T} - e_{p,T} e_{p,T}^T \gamma_{p-1,T-1}^c \quad (33)$$

$$R_{p,T-1}^e = R_{p,T}^e - e_{p,T} e_{p,T}^T \gamma_{p-1,T-1}^c \quad (34)$$

$$R_{p,T-2}^f = R_{p,T-1}^f - r_{p,T-1} r_{p,T-1}^T \gamma_{p-1,T-1}^c \quad (35)$$

$$\gamma_{p,T}^c = \gamma_{p-1,T-1}^c - e_{p,T}^e r_{p,T}^e \quad (36)$$

$$\gamma_{p,T-1}^c = \gamma_{p-1,T-1}^c - r_{p,T-1}^e r_{p,T-1}^e \quad (37)$$

$$R_{p+1,T}^e = R_{p,T}^e - \Delta_{p+1,T}^e r_{p,T}^e \Delta_{p+1,T}^e \quad (38)$$

$$R_{p+1,T}^r = R_{p,T-1}^r - \Delta_{p+1,T}^e r_{p,T}^e \Delta_{p+1,T}^e \quad (39)$$

관측치 y_t 의 통계적 성질이 시간에 따라 변화하는 경우, 이에 적응하도록 하기 위하여 다음과 같은 지수가중 평가함수를 이용한다.

$$\text{tr} \left\{ \sum_{t=0}^T \lambda^{T-t} e_{p,t} e_{p,t}^e \right\}, \quad 0 < \lambda \leq 1 \quad (40)$$

이 때에는 앞의 축차식 중 R^e, R^r 및 Δ 의 시간경신에 λ 가 포함된다.

3-2. 비정규화 lattice 예측기

(31), (32) 및 (37)로부터 다음과 같은 예측기의 축차식을 얻을 수 있다.

$$A_{p+1,T}(z) = A_{p,T}(z) - K_{p+1,T}^r z^{-1} B_{p,T-1}(z) \quad (41)$$

$$B_{p+1,T}(z) = z^{-1} B_{p,T-1}(z) - K_{p+1,T}^e A_{p,T}(z) \quad (42)$$

$$C_{p+1,T}(z) = C_{p,T}(z) - r_{p,T}^e r_{p,T}^e B_{p,T}(z) \quad (43)$$

여기서,

$$e_{p,T} \triangleq A_{p,T}(z) y_T \quad (44a)$$

$$r_{p,T} \triangleq B_{p,T}(z) y_T \quad (44b)$$

$$\gamma_{p-1,T}^c \triangleq C_{p,T}(z) y_T \quad (44c)$$

(41), (42) 및 (43)의 축차식에 따라 그림 2 와 같은 예측기의 차수경신이 이루어진다.

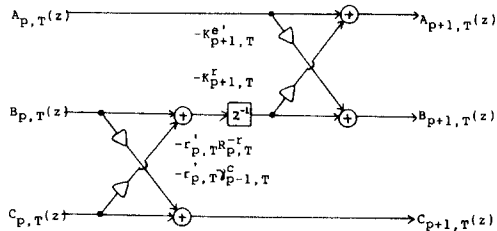


그림 2. 비정규화 lattice 예측기의 차수 경신 (관측치만 주어진 경우)
Fig.2. order update of unnormalized lattice predictor (given data case)

4. 정규화 lattice[1]

4-1. lattice 알고리즘

앞의 (22) 및 (26)~(29) 식의 형태는 $V(I-P_S)W'$ 와 같고 이의 정규화는 다음과 같이 행한다.

$$\beta_S(V,W) \triangleq [V(I-P_S)V']^{-1/2} [V(I-P_S)W'] \quad (45)$$

(22), (26) 식의 정규화 전향 및 후향예측오차는 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{e}_{p,T} \triangleq \beta_{Y_{p,T}}(y_{0:T}, \pi) \quad (46)$$

$$\tilde{r}_{p,T-1} \triangleq \beta_{Y_{p,T}}(y_{0:T}^{p+1}, \pi) \quad (47)$$

또한 반사계수에 대한 정규화는 다음과 같이 정의된다.

$$K_{p+1,T} \triangleq R_{p,T}^{e-1/2} \Delta_{p+1,T} R_{p,T-1}^{r-1/2} = \beta_{Y_{p,T}}(y_{0:T}, y_{0:T}^{p+1}) \quad (48)$$

공간을 $\{S\}$ 에서 $\{S+X\}$ 로 확장했을 때의 갱신공식은 다음과 같다.

$$\beta_{S+X}(V,W) = [I - \beta_S(V,X)\beta_S(X,V)]^{-1/2} [\beta_S(V,W) - \beta_S(V,X)\beta_S(X,W)] [I - \beta_S(W,X)\beta_S(X,W)]^{-T/2} \quad (49)$$

V, W, S, X 를 적절히 택하여 (46)~(48)의 축차식을 구하면 다음과 같다.

$$\tilde{e}_{p+1,T} = [I - K_{p+1,T}^r K_{p+1,T}^e]^{-1/2} [\tilde{e}_{p,T} - K_{p+1,T}^r \tilde{r}_{p,T-1}] - [I - r_{p,T-1}^e r_{p,T-1}^e]^{-T/2} \quad (50)$$

$$\tilde{r}_{p+1,T} = [I - K_{p+1,T}^e K_{p+1,T}^r]^{-1/2} [\tilde{r}_{p,T-1} - K_{p+1,T}^e \tilde{e}_{p,T}] - [I - \tilde{e}_{p,T}^e \tilde{e}_{p,T}^e]^{-T/2} \quad (51)$$

$$K_{p+1,T} = [I - \tilde{e}_{p,T}^e \tilde{e}_{p,T}^e]^{1/2} K_{p+1,T-1} [I - \tilde{r}_{p,T-1}^e r_{p,T-1}^e]^{T/2} + \tilde{e}_{p,T}^e \tilde{r}_{p,T-1} \quad (52)$$

4-2. 정규화 lattice 예측기

선형 예측기를 구성하기 위하여 다음과 같은 variance 정규화 correlation 계수를 정의한다.

$$\bar{\beta}_S(V,W) \triangleq [V(I-P_S)V']^{-1/2} V(I-P_S)W' \quad (53)$$

이에 따른 lattice 변수는 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{e}_{p,T} \triangleq \bar{\beta}_{Y_{p,T}}(y_{0:T}, \pi) \quad (54)$$

$$\bar{r}_{p,T-1} \triangleq \bar{\beta}_{Y_{p,T}}(y_{0:T}^{p+1}, \pi) \quad (55)$$

$$\bar{\gamma}_{p-1,T-1}^c \triangleq \bar{\beta}_{Y_{p,T}}(\pi, \pi) \quad (56)$$

(53)의 공간을 $\{S\}$ 에서 $\{S+X\}$ 로 확장했을 때의 갱신공식은 다음과 같다.

$$\bar{\beta}_{S+X}(V,W) = [I - \bar{\beta}_S(V,X)\bar{\beta}_S(X,V)]^{-1/2} [-\bar{\beta}_S(V,W) - \bar{\beta}_S(V,X)\bar{\beta}_S(X,W)] \quad (57)$$

따라서, (54)~(56)의 축차식은 다음과 같이 된다.

$$\bar{e}_{p+1,T} = [I - K_{p+1,T}^r K_{p+1,T}^e]^{-1/2} [\bar{e}_{p,T} - K_{p+1,T}^r \bar{r}_{p,T-1}] \quad (58)$$

$$\bar{r}_{p+1,T} = [I - K_{p+1,T}^e K_{p+1,T}^r]^{-1/2} [\bar{r}_{p,T-1} - K_{p+1,T}^e \bar{e}_{p,T}] \quad (59)$$

$$\bar{e}_{p,T-1} = [I - \tilde{e}_{p,T}^e \tilde{e}_{p,T}^e]^{-1/2} [\bar{e}_{p,T} - \tilde{e}_{p,T}^e \bar{r}_{p-1,T-1}^c] \quad (60)$$

$$\bar{r}_{p,T}^c = [I - \tilde{e}_{p,T}^e \tilde{e}_{p,T}^e]^{-1/2} [\bar{r}_{p-1,T-1}^c - \tilde{e}_{p,T}^e \bar{e}_{p,T}] \quad (61)$$

$$\bar{r}_{p,T-2} = [I - \tilde{r}_{p,T-1}^e r_{p,T-1}^e]^{-1/2} [\bar{r}_{p,T-1} - \tilde{r}_{p,T-1}^e \bar{r}_{p-1,T-1}^c] \quad (62)$$

$$\bar{r}_{p,T-1}^c = [I - \tilde{r}_{p,T-1}^e r_{p,T-1}^e]^{-1/2} [\bar{r}_{p-1,T-1}^c - \tilde{r}_{p,T-1}^e \bar{r}_{p,T-1}] \quad (63)$$

이제 다음과 같이 정의함으로써 예측기 계수를 축차적으로 구할 수 있다.

$$\bar{a}_{p,T} \triangleq \bar{a}_{p,T}(z)y_T \quad (64a)$$

$$\bar{r}_{p,T} \triangleq \bar{r}_{p,T}(z)y_T \quad (64b)$$

$$\bar{c}_{p-1,T} \triangleq \bar{c}_{p,T}(z)y_T \quad (64c)$$

(64) 식과 (58), (59), (62), (63) 식으로부터

$$\bar{a}_{p+1,T}(z) = [I - K'_{p+1,T} K_{p+1,T}]^{-1/2} \cdot [\bar{a}_{p,T}(z) - K_{p+1,T} z^{-1} \bar{b}_{p,T-1}(z)] \quad (65)$$

$$\bar{b}_{p+1,T}(z) = [I - K'_{p+1,T} K_{p+1,T}]^{-1/2} \cdot [z^{-1} \bar{b}_{p,T-1}(z) - K'_{p+1,T} \bar{a}_{p,T}(z)] \quad (66)$$

$$\bar{c}_{p+1,T}(z) = [I - \bar{c}'_{p,T} \bar{c}_{p,T}]^{-1/2} [\bar{c}_{p,T}(z) - \bar{c}'_{p,T} \bar{b}_{p,T}(z)] \quad (67)$$

$$\bar{b}_{p,T-1}(z) = [I - \bar{c}'_{p,T} \bar{c}_{p,T}]^{-1/2} [\bar{b}_{p,T}(z) - \bar{c}_{p,T} \bar{c}_{p,T}(z)] \quad (68)$$

위의 축차식에 따라 그림 3 과 같은 예측기의 차수갱신이 이루어진다.

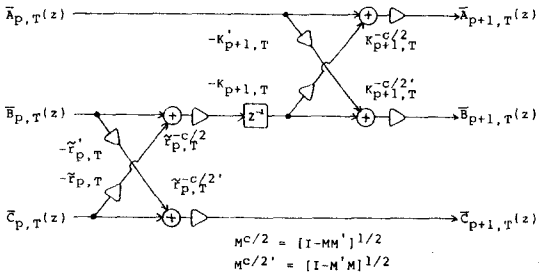


그림 3. variance 정규화 lattice 예측기의 차수 갱신
Fig. 3. order update of variance normalized lattice predictor

5. 적용예 및 결과

한국전력공사의 과거 월간 판매 전력량(1961.1 ~ 1986.12) [5]을 scalar 의 data 로 취급하여 transversal 알고리즘의 일종인 FAEST(Fast a posteriori Error Sequential Technique) [3]와, 이제까지 고찰한 정규화 lattice 예측 알고리즘에 대하여 적용하고, 대표적인 몇 가지 항목에 대하여 비교해 보았다. 단, 최대차수 $N = 20$, $\lambda = 1.0$, 최대 예측 step $D_{\max} = 12$ 로 했고, 각 알고리즘의 수치적 특성을 비교하기 위하여 data 값의 절대치를 여러 가지로 택했다. 여기서는 실제 data 값의 1/50,000 에 의한 결과만을 나타냈다.

5-1. d-step 예측치

시간 T 까지의 data $\{y_t, t = 0 \sim T\}$ 로부터 구한 1-step 및 2-step 예측치는 [4]

$$\hat{y}_{T+1|T} = -(\lambda_{N,1}(T)y_T + \lambda_{N,2}(T)y_{T-1} + \dots + \lambda_{N,N}(T)y_{T-N+1}) \quad (69)$$

$$\hat{y}_{T+2|T} = -(\hat{\lambda}_{N,1}(T+1|T)\hat{y}_{T+1|T} + \hat{\lambda}_{N,2}(T+1|T)y_T + \dots + \hat{\lambda}_{N,N}(T+1|T)y_{T-N+2}) \quad (70)$$

같은 방법으로 d-step 예측치를 축차적으로 구할 수 있다.

그림 4 에 FAEST 예측기와 lattice 예측기에 의한 계수 중 1차 계수의 변화 $\{A_{20,1}(t), t = 0 \sim 300\}$ 를 나타냈으며, 그림 5 및 그림 6 에 12-step 예측치 $\{\hat{y}_{t+12|t}, t = 12 \sim 300\}$ 와 실제값의 관계를 FAEST와 lattice에 대하여 각각 나타냈다.

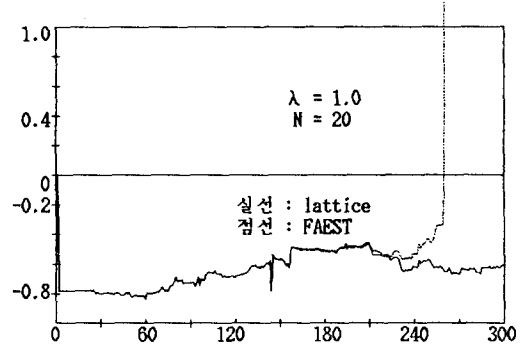


그림 4. 예측기 계수 $A_{20,1}$ 의 변화
Fig. 4. variation of predictor coefficient $A_{20,1}$

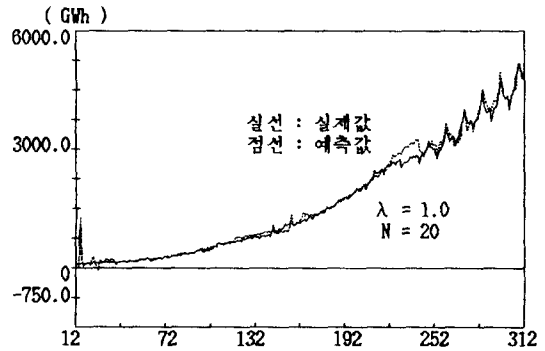


그림 5. lattice 예측기에 의한 12-step 예측치
Fig. 5. 12-step predictions by lattice predictor

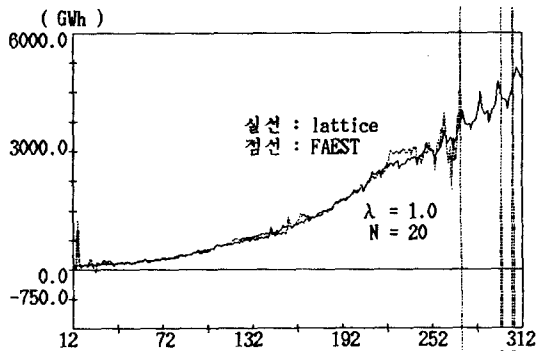


그림 6. FAEST 예측기에 의한 12-step 예측치
Fig. 6. 12-step predictions by FAEST predictor

5-2. 예측오차

각 step 의 예측오차와 실제값과의 비를 12-step 모두에 대하여 합하고, 이의 시간에 따른 변화를 나타냈다.

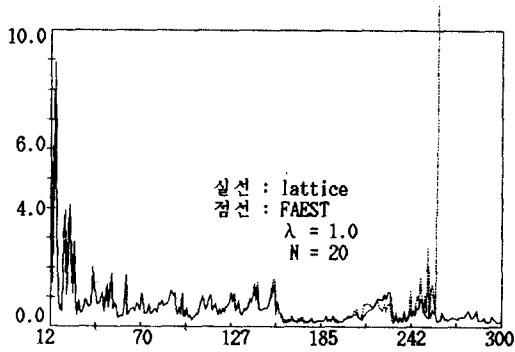


그림 7. (예측오차/실제값) 의 합계
Fig. 7. sum of (prediction error/real value)

6. 결 론

(1) FAEST 예측 알고리즘은 이용한 data 값의 절대크기에 따라 예측치가 달라지고 경우에 따라서는 조기에 발산할 때도 있었으나, lattice 알고리즘은 data 값의 크기에 관계 없이 예측치가 같았다.

(2) lattice 알고리즘은 최대차수를 증가시키에 따라 예측 결과가 개선되었으나, FAEST 알고리즘은 최대차수와 예측 결과의 관계를 찾기가 곤란했다.

(3) 정규화 lattice 알고리즘에서, 최대차수를 30, 20 및 15 로 했을 때에는 예측 결과가 서로 비슷했으며, 10 이하로 했을 때는 차수를 작게 할수록 예측 결과가 나빠졌다.

(4) 정규화 lattice 알고리즘에서, 가중지수 λ 가 '1' 일 때의 예측 결과가 가장 우수했다.

참 고 문 헌

- [1] B. Friedlander, "Lattice Filters for Adaptive Processing", Proceedings of the IEEE, Vol.70, No.8, Aug.1982
- [2] D. T. L. Lee, M. Morf, and B. Friedlander, "Recursive Least Squares Ladder Estimation Algorithms" IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol.CAS-28, No.6, Jun. 1981
- [3] G. Carayannis, D. G. Manolakis, and N. Kalouptsidis, "A Fast Sequential Algorithm for Least-Squares Filtering and Prediction ", IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol.ASSP-31, No.6, Dec.1983
- [4] 한국전력공사 기획본부 경영정보처, 經營統計, pp.90-91, 1987
- [5] G.C. Goodwin and K.S. Sin, "Adaptive Filtering Prediction and Control ", pp.269-271, Prentice-Hall, 1984