'87 韓國自動制御學術會議論文集 1987. 10.16~17

시간 지연을 갖는 다변수 계통에 대한 비결합 자기동조 제어기

°김 유 택 , 양 태 규 , 안 덕 환 , 이 상 효
광 운 대 학 전 자 공 학 과

A Multivariable Decoupling Self-Tuning Controller for Systems with Time delays

You-Taek Kim, Tae-Kyu Yang, Deak-Hwan An, Sang-Hyo Lee
Depart of Electronics, Kwang Woon University

Abstract

In the paper an multivariable decoupling self-tuning algorithm is proposed for controller design, by specifying the closed-loop behaviour of the system in the form of a reference model, so that the controller parameters can be estimated on-line as the process development.

The effectiveness of this algorithm in controlling multivariable systems is demonstrated by simulation example in spite of the usual implementation problems of self-tuning controllers.

1. 서론

선형 시불변 다변수 계통의 비결합(decoupling) 제어기의 목적은 근본적으로 각 루프간의 비상관 관계를 갖는 계통의 집합으로 제한 하기위한 것이다.

Wolovich[1]는 간단하고 직접적인 상수 이득을 갖는 출력 궤환을 사용하여 다변수 계통에 필요충분한 비결합 조건을 유도하였다.

Bayoumi와 Duffild[2]는 Wolovich의 결과를 확장하여 궤환 행렬의 대각요소가 라플라스 복소 변수 s 를 포함하도록 하였다.

그러나 대부분 실제 경우에는 계통이 미지이거나, 조금씩 변화하고 또한 이산 시간 표현에서는 시간 지연을 갖는다.

이런 모든 실제의 문제점들은 상수 보상으로써 계통의 비결합 능력을 저지한다. 그러므로 임의의 폐루프 극점을 지정하는 동적 비결합 보상이 필요하다.

본 논문에서는 DARMA(deterministic autoregresive moving average)로 표현된 시간 지연을 갖는 최소 위상(minimum phase) 다변수 계통에서 폐루프 전달함수 행렬의 지정을 통한 적응 비결합 알고리즘을 제안하였다.

이와같은 접근법에서 각 제어 루프마다 같은 시간 지연을 갖는 최소 위상 계통에 대해 폐루프 전달함수행렬의 지정은 완전한 비결합 모델을 갖는다.

본 알고리즘의 기본 특성은 오차함수를 최소화 하면서 계통 매개변수를 추정하고, 제어기 매개변수를 반복 추정하는 것이다.

제어기 실현성을 확인하기 위해 예제를 통하여 시뮬레이션을한다.

2. 이 론

2.1 계통 선정 및 제어기 구성

다음과 같은 DARMA 모델을 고려하자.

$$A(z^{-1})y(t)=B(z^{-1})u(t) \tag{1}$$

여기서, 계통은 p개의 입력과 출력을 갖고 다항식 행렬 $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$은 (2)식과 같다.

$$A(z^{-1})=I+A1z^{-1}+\ldots+Ana\ z^{-na}$$
$$B(z^{-1})=B1z^{-1}+B2z^{-2}+\ldots+Bnb\ z^{-nb} \tag{2}$$

제어기 설계에 있어서 동적 보상기 $G(z^{-1})$와 궤환 보상기 $K(z^{-1})$는 다변수 계통에서 비결합되도록 설계한다.

사용된 제어 법칙은 (3)식과 같다.

$$u(t)=-K(z^{-1})y(t)+G(z^{-1})V(t) \tag{3}$$

여기서, V(t)는 외부 기준 벡터이고 $K(z^{-1})$, $G(z^{-1})$은 (4)식과 같다.

$$K(z^{-1})=K0+K1z^{-1}+\ldots$$
$$G(z^{-1})=G0+G1z^{-1}+\ldots \tag{4}$$

(3)식의 제어 법칙과 (1)식의 계통 모델로부터 폐루프 계통은 (5)식과 같이 표현할 수 있다.

$$y(t)=T(z^{-1})V(t)$$
$$T(z^{-1})=[A(z^{-1})+B(z^{-1})K(z^{-1})]\ B(z^{-1})G(z^{-1}) \tag{5}$$

고려된 계통의 블럭 선도는 다음과 같다.

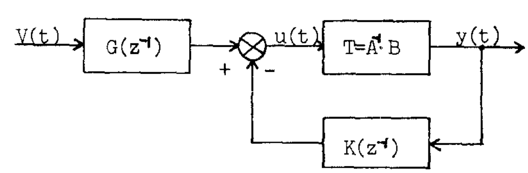

그림1 블럭 선도
Fig.1 Block Diagram

2.2 비결합 문제

원하는 극점과 영점을 (6)식과 같이 고려하자.

$$Td(z^{-1})=Fd^{-1}(z^{-1})Fn(z^{-1})$$
$$Fd(z^{-1})=I+Fd1\ z^{-1}+\ldots+Fdnd\ z^{-nd}$$
$$Fn(z^{-1})=Fn1\ z^{-1}+Fn2\ z^{-2}+\ldots+Fnnn\ z^{-nn} \tag{6}$$

완전한 비결합을 위한 $Td(z^{-1})$의 조건은 대각 행렬이며 안정하고 실현 가능해야 한다. 제어기행렬 $K(z^{-1})$와 $G(z^{-1})$가 실현 가능한 다항식 행렬이 되기 위해서는 $Td(z^{-1})$ 가 원래 계통과 같은 시간 지연을 가져야 한다. 그러므로 $Td(z^{-1})$를 (7)식과 같은 행렬로 지정할 수 있다.

즉, 실현 가능한 다항식 행렬 $K(z^{-1})$와 $G(z^{-1})$는 (5)식의 다항식 행렬의 분모 분자항으로 구성 되어져야 한다.

$$Fn(z^{-1})=B(z^{-1})G(z^{-1})$$
$$Fd(z^{-1})=A(z^{-1})+B(z^{-1})K(z^{-1}) \tag{7}$$

Fdi(i=1,2,...,nd), Fni(i=1,2,..,nn)은 실상수의 대각 행렬이다.

$Fd(z^{-1})$의 극점들은 안정한 폐루프 계통의 극점들과 대응된다. 더우기 Fd 와 Fn은 좌소(left prime) 이다.

(7)식으로부터 (5)식의 또 다른 해석을 할 수 있다.

$K(z^{-1})$와 $G(z^{-1})$이 무한 차수이므로 (7)식을 풀기 위해 다항식 $b(z^{-1})$를 도입하였다.

$$b(z^{-1})=b0+b1z^{-1}+b2z^{-2}+\ldots,\quad b0\neq 0 \tag{8}$$

그러면 제어 법칙은

$$b(z^{-1})u(t)=-\bar{K}(z^{-1})y(t)+\bar{G}(z^{-1})V(t) \tag{9}$$

여기서, $\bar{K}(z^{-1})$와 $\bar{G}(z^{-1})$는 유한 차수의 다항식 행렬이며 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\bar{K}(z^{-1})&=\bar{K}0+\bar{K}1z^{-1}+\ldots+\bar{K}n\bar{k}\ z^{-n\bar{k}}\\ \bar{G}(z^{-1})&=\bar{G}0+\bar{G}1z^{-1}+\ldots+\bar{K}n\bar{g}\ z^{-n\bar{g}}\end{aligned} \tag{10}$$

완전한 비결합을 하기 위해서는 다음과 같은 주(remark)가 존재한다.

첫째, 계통이 다음과 같이 표현될 때

$$A(z^{-1})y(t)=B(z^{-1})u(t-k)\quad,(k=1,2,\ldots) \tag{11}$$

$A(z^{-1})$와 $B(z^{-1})$은 (2)식에 주어진 것과 같다.

그러면 (6)식으로 부터

$$Fn(z^{-1})=z^{-k}(Fn1\ z^{-1}+Fn2\ z^{-2}+\ldots+Fnnn\ z^{-nn}) \tag{12}$$

그러므로 (9)식의 $\bar{K}(z^{-1})$, $\bar{G}(z^{-1})$ 은 모두 실현 가능하다.

둘째, 안정한 다항식 $b(z^{-1})$은 $\det B(z^{-1})$와 관련되어 다음과 같이 결정되어야 한다.

(7)식으로부터

$$G(z^{-1})=B^{-1}(z^{-1})Fn(z^{-1})=\frac{[\mathrm{adj}\ B(z^{-1})]}{\det B(z^{-1})}Fn(z^{-1}) \tag{13}$$

$$K(z^{-1})=B^{-1}(z^{-1})(Fd(z^{-1})-A(z^{-1}))=\frac{[\mathrm{adj}\ B(z^{-1})]}{\det B(z^{-1})}(Fd(z^{-1})-A(z^{-1})) \tag{14}$$

여기서,

$$\begin{aligned}\det B(z^{-1})&=z^{-p}(b0+b1z^{-1}+b2z^{-2}+\ldots),\quad b0\neq 0\\ &=z^{-p}b(z^{-1})\end{aligned} \tag{15}$$

그러므로 계통이 최소 위상인 경우에 $b(z^{-1})$은 안정한 다항식이다. $b0\neq 0$ 라는 조건은 (2)식에서 B1 이 정칙임을 의미한다. 이 조건은 계통이 각루프마다 같은 시간 지연을 가지며 제어 입력이 독립적이라는 것으로 보장된다.

셋째, (13), (14), (15), (4) 및 (6)식으로 부터

$$\begin{aligned}\bar{K}(z^{-1})&=z^{p}[\mathrm{adj}\ B(z^{-1})](Fd(z^{-1})-A(z^{-1}))\\ \bar{G}(z^{-1})&=z^{p}[\mathrm{adj}\ B(z^{-1})]Fn(z^{-1})\end{aligned} \tag{16}$$

(16)식으로 부터 $\bar{K}(z^{-1})$와 $\bar{G}(z^{-1})$의 차수는 유한하다.

즉, p 개 입출력 계통의 경우에 $n_{\bar{k}}=\max\{n_a,n_b\}+n_b-p$ 와 $n_{\bar{g}}=n_b+n_n-p$ 이다.

3. 적응 비결합 알고리즘

미지의 계통에는 적응 제어기의 도입이 필요 하다.

본 논문에서는 오차 함수를 (6)식으로 표현된 원하는 폐루프 지정에 도입하였다.

$$Fd(z^{-1})y(t)=Fn(z^{-1})V(t)+\delta(t) \tag{17}$$

$\delta(t)$ 는 부분적 비결합으로 부터 발생하는 폐루프 계통의 오차이다. 이 오차는 정상상태 즉, 완전한 비결합이 이루어지면 0 으로 수렴해야 한다.

이 $\delta(t)$는 (5)식으로 표현된 폐루프 계통으로 부터 (17)식을 빼주므로써 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\delta(t)=&-\left[A(z^{-1})+B(z^{-1})\frac{\bar{K}(z^{-1})}{b(z^{-1})}-Fd(z^{-1})\right]y(t)\\ &+\left[B(z^{-1})\frac{\bar{G}(z^{-1})}{b(z^{-1})}-Fn(z^{-1})\right]V(t)\end{aligned} \tag{18}$$

계통의 행렬 $A(z^{-1})$와 $B(z^{-1})$ 를 알고 있을 경우에 제어기 매개변수 $\bar{K}(z^{-1})$와 $\bar{G}(z^{-1})$을 반복 추정하기 위해서는 (18)식을 다음과 같이 표현할 필요가 있다.

$$\bar{\delta}(t)=b(z^{-1})\Theta_{AF}Z(t-1)+\phi(t-1)\Theta \tag{19}$$

여기서,

$$\bar{\delta}(t)=b(z^{-1})\delta(t) \tag{20}$$

$$\begin{aligned}\Theta_{AF}=[&-(A1-Fd1)\mid\ldots\mid-(Ana-Fdna)\mid\\ &Fdna+1\mid\ldots\mid Fdnd\mid-Fn1\mid\ldots\mid-Fnn]\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}Z(t-1)=[&y^T(t-1),\ldots,y^T(t-np),V^T(t-1),\\ &\ldots,V^T(t-nn)]^T\end{aligned} \tag{22}$$

$$\phi(t-1)=\begin{bmatrix} Z_{y1}^T(t-1) & Z_{v1}^T(t-1)\\ \cdots & \cdots\\ Z_{y2}^T(t-1) & Z_{v2}^T(t-1)\\ \vdots & \vdots\\ \cdots & \cdots\\ Z_{yp}^T(t-1) & Z_{vp}^T(t-1)\end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}\Theta=[&-\bar{K}_{o11}\ldots-\bar{K}_{o1p}-\bar{K}_{o21}\ldots-\bar{K}_{opp}\ldots\\ &-\bar{K}_{n\bar{k}pp}\bar{G}_{o11}\ldots\bar{G}_{o1p}\ldots\bar{G}_{n\bar{g}pp}]^T\end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}Z_{yi}(t-1)=[&B_{i1}(z^{-1})y^T(t)\mid\ldots\mid B_{ip}(z^{-1})y^T(t)\mid\\ &\ldots\mid B_{21}(z\ )y^T(t-n\bar{k})\mid\\ &\ldots B_{ip}(z^{-1})y^T(t-n\bar{k})]\end{aligned} \tag{25}$$

(25b)식에서 식을 간단히 하기 위해 Nd>Na 라 가정하였다. $B(z^{-1})$에서 $i=1....p$, $j=1....p$ 이며 행렬의 i,j번째 요소이다. (24)식에서 미지 매개변수 Θ는 $\bar{\delta}(t)$를 평균 자승의 의미로 최소화시키면서 추정해야 한다.

Goodwin과 Sin[7]의 반복 최소 자승 알고리즘을 사용 매개변수 Θ를 추정한다.

$$\begin{aligned}\hat{\Theta}(t)=&\hat{\Theta}(t-1)-R(t-1)\phi^T(t-1)\\ &X[\bar{\delta}(t,\hat{\Theta}(t-1))]\end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}R(t-1)=&R(t-2)-R(t-2)\phi^T(t-1)[\phi(t-1)\\ &XR(t-2)\phi^T(t-1)+I]\ \phi(t-1)R(t-2)\end{aligned} \tag{27}$$

$$\phi(t-1)=\begin{bmatrix} Z_{y1}^T(t-1) & Z_{v1}^T(t-1)\\ \cdots & \cdots\\ \vdots & \vdots\\ \cdots & \cdots\\ Z_{yp}^T(t-1) & Z_{vp}^T(t-1)\end{bmatrix} \tag{28}$$

$$\begin{aligned}\bar{\delta}(t,\hat{\Theta}(t-1))=&b(z^{-1})\Theta_{AF}Z(t-1)\\ &+\phi(t-1)\hat{\Theta}(t-1)\end{aligned} \tag{29}$$

여기서, $\hat{\Theta}(0)$와 $R(-1)$은 영보다 큰값으로 설계자가 선택한다.

자기동조 알고리즘은 다음과 같다.

step 1. 계통 출력 $y(t)$와 $V(t)$를 지정한다.
step 2. 반복 최소자승 알고리즘을 이용하여 계통 매개변수 $\hat{A}(z^{-1})$, $\hat{B}(z^{-1})$를 추정한다.
step 3. $\hat{B}(z^{-1})$을 이용 (28)식에 따라 $\phi(t-1)$을 구성한다.
step 4. (26)-(29)식에 따라 제어기 매개변수 $\hat{\Theta}$을 추정한다.

여기서,

$$\bar{\delta}(t, \hat{\Theta}(t-1)) = b(z^{-1})\hat{\Theta}_{AF}(t)Z(t-1) + \phi(t-1)\hat{\Theta}(t-1) \tag{30}$$

$$\hat{\Theta}_{AF}(t) = [-(\hat{A}1(t)-Fd1), -(\hat{A}2(t)-Fd2), \ldots, -Fn1, -Fn2, \ldots] \tag{31}$$

step 5. (9)식과 추정된 Θ을 이용 제어 백터 $u(t)$을 계산한다.

여기서,

$$u(t) = \frac{1}{b0}[-\hat{\bar{K}}(z^{-1})y(t) + \hat{\bar{G}}(z^{-1})V(t) - (b1u(t-1) + b2(u(t-2) + \ldots)], \quad b0 \neq 0 \tag{32}$$

step 6. step 1로 반복한다.

안정한 다항식 $b(z^{-1})$의 요건은 Astrom과 Wittenmark [3]의 자기 동조 제어기 b0의 도입과 비슷하다. $V(t)$ 가 단위 변화하는 경우에 다항식 행렬 $G(z^{-1})$의 일치성을 확인하기 위해 상수 기준치와 비상관 관계인 백색 잡음을 부과하였다.

4. 시뮬레이션

본 논문에서 제안된 알고리즘이 미지의 계통에 적응적으로 비결합되는지 알아보기 위해 다음과 같은 계통을 선정하여 시뮬레이션한다.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) \tag{33}$$

여기서,

$$A(z^{-1}) = I + A1z^{-1} = \begin{bmatrix} 1-0.85z^{-1} & 0.65z^{-1} \\ -0.7z^{-1} & 1+0.55z^{-1} \end{bmatrix}$$

$$B(z^{-1}) = B1z^{-1} + B2z^{-2} = \begin{bmatrix} 0.5z^{-1}+z^{-2} & z^{-1}-1.53z^{-2} \\ -1.3z^{-1}-0.72z^{-2} & 1.2z^{-1}+z^{-2} \end{bmatrix}$$

그리고 (15)식으로 부터 정의된 안정한 다항식 $b(z^{-1})$은

$$b(z^{-1}) = 1.90 + 0.4310z^{-1} - 0.1016z^{-2}$$

폐루프 계통이 안정하도록 원하는 폐루프 극점은 $z=0.3$와 $z=0.4$에 위치하도록 한다.

$$Fd(z^{-1}) = I + Fd1z^{-1} = \begin{bmatrix} 1-0.3z^{-1} & 0 \\ 0 & 1-0.4z^{-1} \end{bmatrix} \tag{34}$$

$Td(1)=Ip$이고, 제어기 다항식 행렬 $\bar{K}(z^{-1})$와 $\bar{G}(z^{-1})$를 실현하기 위해 $Fn(z^{-1})$은 다음과 같이 지정한다.

$$Fn(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.70 & 0 \\ 0 & 0.60 \end{bmatrix} z^{-1} \tag{35}$$

(13)과 (14)식으로 부터 완전한 비결합이 되었을 때의 제어기 매개변수 $K(z^{-1})$, $G(z^{-1})$은 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\bar{K}(z^{-1}) = \bar{K}0 + \bar{K}1z^{-1} = \begin{bmatrix} -0.040 & 0.170 \\ 1.065 & -1.32 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.161 & -2.1035 \\ 1.096 & -1.418 \end{bmatrix} z^{-1} \tag{36}$$

$$\bar{G}(z^{-1}) = \bar{G}0 + \bar{G}1z^{-1} = \begin{bmatrix} 0.84 & -0.60 \\ 0.91 & 0.30 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.700 & 0.918 \\ 0.504 & 0.600 \end{bmatrix} z^{-1} \tag{37}$$

5. 결 론

완벽한 비결합에 대한 가능한 조건들은 실제에 적용하는데는 제약이 따른다. 왜냐하면 계통을 완전히 알지 못하며, 또는 시간에 따라 천천히 변화하기 때문이다.
본 논문에서는 다변수 계통에 대해 그러한 상황을 다루기 위한 적응 비결합 알고리즘이 개발되었다.
시뮬레이션 예제를 통하여 본 알고리즘이 미지 계통의 비결합과 안정화에 효과적이라는 것을 보인다.
또한, 제어기 매개변수가 계통의 매개변수의 변화에 잘 적응함을 보인다.

6, 참 고 문 헌

1) Wolovich, W. A., "Output Feedback Decoupling", IEEE Trans., Vol. 20. pp. 148-149, 1975
2) Bayoumi, M.B., and Duffield, T.L., "Output Feedback Decoupling and Pole Placement in Linear Time Invariant Systems", IEEE. Trans., Vol. 22, pp. 142-143, 1977
3) Astrom, K.J., and Wittenmark, B., "Self-Tuning Controllers Based on Pole-Zero Placement", IEE Proc. D. Control Theory & Appl., 127, pp. 120-130, 1980
4) Borisson, U., "Self-Tuning Regulators for a Class of Multivariable Systems, Proc IEE., 15, pp. 209-215, 1979
5) Astrom, K, J., and Wittenmark, B. "On Self Tuning Regulators", Proc IEE., 9, pp. 185-199, 1973
6) Tade, M.O., et al, "Adaptive Decoupling of a Class of Multivariable Dynamic Systems Using Output Feedback", IEE. Proc., 133, pp. 265-275, 1986
7) Goodwin, G. C., and Sin, K. S., Adaptive Filtering, Prediction and Control, Prentice-Hall, 1984