'87 韓國自動制御學術會議論文集 1987. 10.16~17

시변 지연 시간을 갖는 프로세스의 로버스트 적응제어기에 관한 연구

o
강 문 식 , 전 종 암 , 박 민 용 , 이 상 배
연세대학교 전자공학과

A Study on Robust Adaptive Controller for processes with Variable Time-Delays

o
Moon-Sik kang , Jong-Arm Jun , Mignon Park and Sang-Bae Lee
Dept. of Electronics , Yonsei University

Abstract

The controller with robustness described in this paper is designed for processes with variable time-delays.

This adaptive mechanism includes servo and stabiliizing compensators. In the proposed multivariable controller, knowledge of the system time-delay is not required.

1. 서론

적응제어란 시스템의 동특성이 변하는 경우 , 그러한 변화에 적응시키는 제어 방법으로, 많은 알고리즘이 개발되었다.

로버스트 제어기는 기준값과 실제값 사이의 오차가 영으로 수렴하며 그결과 페루프 시스템이 안정되는 제어기로서 단일입력, 단일출력인 경우에 유도한 알고리즘을 다변수인 경우로 확장하였다. [3,6,8,9]

본 논문에서는 다변수 시스템의 모든 채널중 최소, 최대 지연시간을 추정하지않고 실제시간 보다 작은 ℓ - 단계 예측기를 사용하여 시변 지연시간을 갖는 다변수 시스템의 적응제어 알고리즘을 유도하고 시뮬레이션을 통해 그 유효성을 확인한다.

2. 로버스트 적응제어

로버스트 제어기는 시스템 파라미터들이 변할때 측정이 가능하거나 혹은 불가능한 외란 및 모든 기준입력에 대하여 ,오차가 0 에 접근하고, 그 결과 페루프 시스템이 안정되는 제어기를 말하며, 시스템의 출력수만큼 입력수가 존재하고 이러한 출력들이 물리적으로 측정가능하다면 항상 로버스트 서보기구 문제에 대한 해가 존재한다. [3]

단일입력, 단일출력 (SISO) 시스템이 다음과 같은 이산방정식을 만족한다고 가정하자. [3,8]

$$y(k) = ym(k) + e_r(k) \qquad \text{---- (1)}$$

여기서 ym(k) 는 결정신호이고 $e_r(k)$ 는 잔여성분으로 잡음 성분을 포함한다.

제어오차를 $e(k) = y_r(k) - y(k)$ 라 정의하자. 여기서 y(k)는 실제 출력값이며, $y_r(k)$ 는 기준 출력값이다.

로버스트 적응제어기를 구성하기 위하여 다음과 같은 구조를 갖는 u(k)를 생각하자.

$$u(k) = \frac{P(z^{-1})}{D(z^{-1})} e(k) + \frac{1}{D(z^{-1})} e_s(k) \qquad \text{---(2)}$$

여기서 처음항은 서보 보상기의 출력이고, 두번째 항은 안정화 보상기(Stabilizing Compensator) 의 출력이다.

비용함수를 다음과 같이 정의하자.

$$J = E\{ [P(z^{-1}) e(k + d)]^2 + [Q' (z^{-1}) D(z^{-1}) u(k)]^2\} \qquad \text{--- (3)}$$

위의 비용함수 J 를 안정화 보상기의 출력값 $e_S(k)$ 에 대하여 최소화하고, 잘 알려진 항등식

$$\frac{P\ C}{A} = G + \frac{Fz^{-d}}{P_d\ A} \qquad \text{---(4)}$$

을 이용하면 최적 예측기가 다음과 같이 주어진다.

$$e^*(k + d|k) = \frac{F e(k)}{P\ C} + \frac{B\ G}{C} e(k) + \frac{LG}{C} em(k) \qquad \text{----(5)}$$

여기서 em(k) 는 측정가능한 잡음요소이다.
위식을 벡터 행렬식으로 표시하면

$$e^*(k + d|k) = \theta^T \cdot X(k) \qquad \text{--- (6)}$$

실제값은

$$Pe(k+d) = e^*(k+d|k) + e(k+d) \qquad \text{---(7)}$$

로 주어지고, 이것을 예측 오차항으로 다시쓰면

$$Pe(k + d) = \hat{\theta}^T X(k) + e'(k + d) \qquad \text{---(8)}$$

로 나타낼 수 있다. 보조 신호 $e_s(k)$는,

$$e_s(k) = A\, e(k) + B\, em(k) \qquad \text{---(9)}$$

형태로 쓸 수 있고, 따라서 로버스트 최소분산 제어법칙은 다음과 같다.

$$u(k) = \frac{1}{D}\left[1 - \frac{F}{BG}\right]e(k) \qquad \text{---(10)}$$

3. 다변수제어기

다음의 차분 방정식으로 주어지는 가관측, 가제어 다변수 시스템을 생각하자. [4,7]

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-k} B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})e(t) \qquad \text{--- (11)}$$

여기서 u(t)와 y(t)는 각각 n x 1 입력및 출력 벡터이고, e(t)는 공분산이 r 인 n 차원 백색 잡음이다. 다항식 행렬 $A(z^{-1})$,$B(z^{-1})$ 와 $C(z^{-1})$ 는 다음의 형태를 갖는다.

$$X(z^{-1}) = X_0 + X_1 z^{-1} + \ldots\ldots\ldots + X_{n_x} z^{-n_x} \qquad \text{---(12)}$$

여기서 $X_i(i = 0,1,\ldots\ldots, nx)$ 는 $A_0 = C_0 = I$ 이고 det $C(z^{-1})$ 의 근이 z-평면에서 단위원 내에 존재하는 계수행렬이다.
일반화된 최소분산 손실함수를 다음과 같이 정의하자.

$$J = E\{\| P(z^{-1})y(t + k) - R(z^{-1})yr(t) \|^2 + \| Q'(z^{-1})U(t) \|^2\} \qquad \text{---(13)}$$

여기서 $P(z^{-1})$,$R(z^{-1})$ 과 $Q(z^{-1})$ 은 n x n 가중치 다항식 행렬이다. 최적 예측기를 구하기 위해 $C(z^{-1})$ 를 (14)식으로 정의한다.

$$C(z^{-1}) = A(z^{-1})F(z^{-1}) + z^{-k} G(z^{-1}) \qquad \text{----(14)}$$

여기서

$$\bar{A}(z^{-1})P(z^{-1}) = \bar{P}(z^{-1})A(z^{-1}) \qquad \text{--- (15)}$$

$$\bar{C}(z^{-1}) = \bar{P}(z^{-1})C(z^{-1}) \qquad \text{--- (16)}$$

한편, 다항식 행렬 $C(z^{-1})$ 을 (17) 식으로 정의한다.

$$\tilde{C}(z^{-1}) = \bar{F}(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) + z^{-k}\bar{G}(z^{-1}) \qquad \text{---(17)}$$

위식으로부터 다음식을 유도할 수 있다.

$$\phi y(t+k) = \tilde{C}^{-1}[\tilde{G}y(t) + \tilde{F}BU(t)] + F_0\theta(t+k) + \ldots\ldots\ldots + F_{k-1}\,\theta(t+1) \qquad \text{---(18)}$$

여기서

$$\phi y(t+k) = P(z^{-1})y(t+k) \qquad \text{---- (19)}$$

최적예측기는 다음과 같다.

$$\phi^* y(t+k|t) + \tilde{C}^{-1}[\tilde{G}y(t) + \tilde{F}BU(t)] \qquad \text{---(20)}$$

J 를 u 에 대해서 최소화하면,

$$\phi^*(t + k|t) = \phi^* y(t+k|t) - R(z)\,Y_r(t) + Q(z^{-1})U(t) = 0 \qquad \text{----(21)}$$

여기서

$$Q(z^{-1}) = (P_0B_0)^{-1}\,[Q(0)]\,Q'(z^{-1}) \qquad \text{---(22)}$$

(20) 식을 식(21)에 대입하면

$$\tilde{G}(z^{-1})y(t) + H(z^{-1})U(t) + E(z^{-1})y_r(t) = 0 \qquad \text{----(23)}$$

여기서

$$H(z^{-1}) = F(z^{-1})B(z^{-1}) + C(z^{-1})Q(z^{-1}) \qquad \text{---(24)}$$

$$E(z^{-1}) = -c(z^{-1})R(z^{-1}) \qquad \text{---(25)}$$

(21)식에서 구한 입력 u(t)를 (11) 식에 대입하면 폐루프식은 다음과 같다.

$$[P(z^{-1}) + Q(z^{-1})B(z^{-1})A(z^{-1})]y(t) = R(z^{-1})\,w(t-k) + [F(z^{-1}) + Q(z^{-1})C(z^{-1})](t) \qquad \text{-----(26)}$$

4. 시변지연시간을 갖는 다변수 시스템의 제어

시스템 지연시간을 정확히 모르거나, 시간에 따라 가변적일 경우, 일반적으로 지연시간을 실제보다 약간 큰 값 (ko) 으로 두어, ko- 단계- 이후예측기를 사용하게 되는데 이것은 ko 가 Kp보다 약간 클 경우는 안정되나, 올바른 파라미터 추정이 어렵고, 차이가 클 경우는 , 추정된 파라미터 값이 원래의 값에서 어긋나게되어 안정되지 못하게 된다.

이와 같은 지연시간 Kp가 크게 변하는 시스템에 대해서 실제 지연시간 Kp를 별도로 추정하거나 익스프리시트한 알고리즘을 사용하는 방법이 있는데 이것은 계산시간을 요하는 단점이 있다.

지연시간이 변하는 경우의 일반화된 해결책은 모든 채널중 최소 지연시간(ℓ <= Kpmin) 보다 적은 ℓ 에 대하여 예측기를 구성함으로서 가능하다.

보조 시스템 출력 벡터함수 $\phi(t)$ 는 다음과 같다.

$$\phi(t) = P(z^{-1})y(t) + Q(z^{-1})u(t-1) - R(z^{-1})y_r(t-1) \quad ---(27)$$

5. 파라미터 추정

만일 추정될 파라미터 행렬이 $P(z^{-1})$ 와 $Q(z^{-1})$ 의 온라인 변화에 의해 영향을 받는다면, 이러한 변화는 파라미터가 재수렴해야 한다는 결과가 되므로 이러한 단점을 없애기 위해서 다음과 같은 $P(z^{-1})$ 를 생각하자.

$$P(z^{-1}) = I + z^{-\ell}\,P^{*}(z^{-1}) \quad -----(28)$$

여기서

$$P^{*}(z^{-1}) = Po^{*} + P1^{*}z^{-1} + -------- \quad (29)$$

또한

$$\tilde{C}(z^{-1}) = \tilde{L}(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-\ell}\,\tilde{G}^{*}(z^{-1}) --(30)$$

여기서

$$\tilde{G}^{*}(z^{-1}) = G(z^{-1}) - \tilde{C}(z^{-1})P^{*}(z^{-1}) \quad --(31)$$

따라서 알고리즘은 다음과 같다.

(가) $\phi(t) = P(z^{-1})y(t) + Q(z^{-1})u(t-\ell) - R(z^{-1})w(t-\ell)$ 의 구성--(32)

(나) 파라미터 추정

$$y(t) = \overset{=*}{G}(z^{-1})y(t-\ell) + \overset{=}{L}(z^{-1})u(t-\ell) - \overset{=*}{C}(z^{-1})y(t|t-\ell) + e'(t) \quad ---(33)$$

(다) 제어입력 u(t) 계산

$$H(z^{-1})u(t) + \tilde{G}(z^{-1})y(t) + E(z^{-1})y_r(t) = 0 \quad --(34)$$

여기서

$$H(z^{-1}) = z^{-(Kp-\ell)}\tilde{L}(z^{-1})B(z^{-1}) + \tilde{C}(z^{-1})Q(z^{-1})$$

$$E(z^{-1}) = -C(z^{-1})R(z^{-1})$$

$$\tilde{C}(z^{-1}) = \tilde{L}(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-\ell}\tilde{G}(z^{-1})$$

데이터 벡터 X(t)를 다음과 같이 정의하자.

$$X(t) = [y^{T}(t), y^{T}(t-1), ..; u^{T}(t), u^{T}(t-1), ..; -y^{T}(t+\ell-1|t-1); ...] \quad --(36)$$

파라미터 행렬 Θ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\Theta = [\theta_1, \theta_2, -----, \theta_p] = [\overset{=*}{G}o, \overset{=*}{G}1, ...; \overset{=}{L}o, \overset{=}{L}1 ...; \overset{=*}{C}1, \overset{=*}{C}2, ...]^{T} \quad ---(37)$$

여기서

$$\theta i = [\overset{=*0}{g}i1, ..., \overset{=*0}{g}in, \overset{=*1}{g}i1, ..., \overset{=*1}{g}in; \overset{=0}{l}i1, ..., \overset{=0}{l}in, \overset{=1}{L}i1, ..., \overset{=1}{L}in; \overset{=*1}{C}i1, ..., \overset{=*1}{C}in ...]$$

$$i = 1, 2, ..., n \quad --- (38)$$

따라서

$$yi(t) = X(t-1)\theta i + e'i,(t) \quad --- (39)$$

여기서 θ_i 는 순환 최소자승 추정 알고리즘에 의해 추정될 수 있다.

6. 시뮬레이션및 결과고찰

제안된 다변수 시스템에 대한 알고리즘은 2 장에서와 같이 로버스트 제어기의 구조를 갖고있다.

제안된 알고리즘의 타당성을 보이기 위하여 다음과 같은 시스템을 모델로 사용하였다. [4,9]

$$y(t) + A1y(t-1) = z^{-Kp}PBou(t) + e(t)$$

여기서

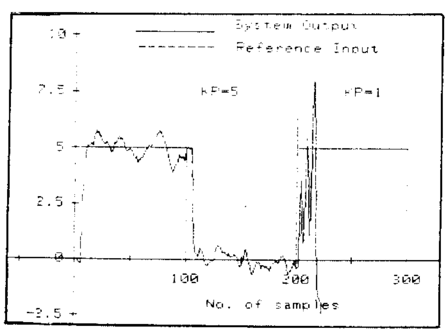
$$A1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -0.8 & -0.8 \end{bmatrix} \qquad B_0 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 19.3 & 0.9 \end{bmatrix}$$

또한 e(t)는 평균치 0 , 공분산 행렬이

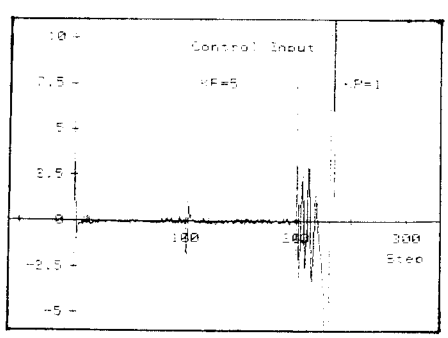
r = diag [0.1 0.1]인 백색잡음이고 지연시간은 3 에서 1 로 (1000번째 샘플에서) 변화시켰다. 원하는 특성 다항식 행렬은

$$T(z) = I - \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

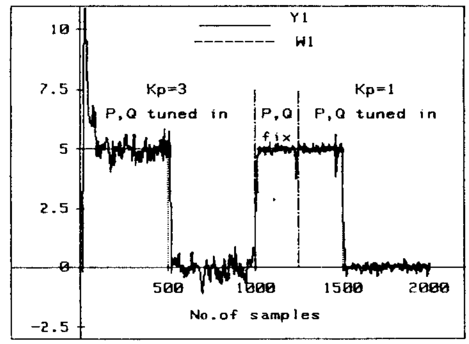
이고 보조행렬의 다항식 차수는 $n_p = 1$, $n_q = 1$, $\ell = 1$ 로 가정했다.
제안된 제어 알고리즘을 사용한 결과를 일반적인 제어기와 비교하여 그림 (1) ~ 그림 (4)에 나타내었다.
시뮬레이션 결과는 Borrison의 모델에 대한 자기동조 제어알고리즘 [9] 과 같으며, 새로운 지연시간에 잘 적응함을 알 수 있다.



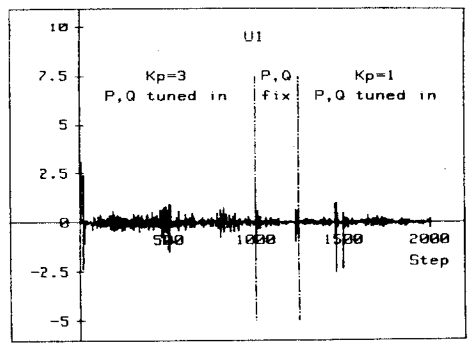
(그림 1) 일반적인 제어기의
기준신호와 출력



(그림 2) 일반적인 제어기의
제어입력



(그림 3) 제안된 제어기의
기준신호와 출력



(그림 4) 제안된 제어기의
제어입력

7. 결론

다변수 시스템의 모든 채널중 최소, 최대 지연시간이 주어지는 경우 각각의 정확한 지연시간을 추정하지 않고 실제 지연시간 보다 작은 ℓ - 단계- 이후 예측기를 사용하여 시변 지연시간을 갖는 다변수 시스템에 대한 로버스트 적응제어 알고리즘을 제시하였다.
본 논문에서 제시한 알고리즘은 시스템이 불안정한 경우에도 제어가 가능하다.

REFERENCE

1. K.J. Astrom and B.Wittenmark, "On Self - tuning regulators ", Automatica,Vol.9, PP.185-199,1973
2. D.W. Clark and P.J. Gawthrop, " Self - tuning Controller ",Proc. IEEE, Vol.122, PP.929 -934 ,1975
3. Edward J.Davision, "The Robot Control of a Servomechanism Problem for Linear Time-invariant Multivariable Systems", IEEE Trans.on Auto.Contr., Vol.AC-21, No.1, Feb. 1976

4. U. Borrison," Self-Tuning regulators for a class of mulivariable systems ", Automatica, Vol. 15, PP.209-215,1979
5. H.G. Kwatny and K.C.Kalnitsky "On Alternative Methodology for the Design of Robust Linear Multivariable Regulrators", IEEE Trans.on auto. contr.,Vol.AC-23,No. 5,Oct., 1978
6. P.J.Gawrop,M.A.,D.Phil,and K.W.Lim,B.Eng, " Robustness of Self-tuning Controllers", IEEE PROC .,Vol 129,Pt.D,NO.1 Jan.1982
7. Tahmassebi," An implicit Self -tuning technique for processes with variable time- delay ", Int.J.Control, Vol.44, PP.1437-1457, 1986
8. Grant Fisher, " A Self-tuning Robust controller", Automatica,Vol.22,No.5,PP521-531,1986
9. Y.S.Cho,M.S.Kang,M.Park and S.B.Lee, "A self- tuning Algorithm for multivariable system with variable time-delays", IEEE Region 10 conferenc, Vol.3 of 3 , 1987