

로봇트 매니플레이터의 비집중 적응 제어

김 기 손, 유 준
충남대학교 전자공학과

Decentralized Adaptive Control of Robotic Manipulators

Ki-Soon Kim and Joon Lyou

Dept. of Electronics Engineering, Chungnam National University

Abstract

This paper presents a decentralized adaptive control scheme based on Lyapunov design for robotic manipulators, which make possible the joint independent control without neglecting the coupling between the joint motions. The performance of the presented scheme is compared via computer simulations with the conventional joint independent control scheme.

1. 서 론

매니플레이터의 제어에 있어 복잡한 동적 모델 및 payload 의 빈번한 변화는 근래에 와서 적응기법의 도입에 관심을 불러 일으켰다. 이는 복잡한 동적 모델을 직접 다루지 않고 간단한 선형모델에 관한 적응 알고리즘의 구현을 통하여 효율적인 제어를 할 수 있기 때문이다.

그동안 이 방향으로 연구 결과들 [1-5]을 살펴보면 선형모델의 선정과정에 따라 각 조인트의 운동을 독립적으로 보는 경우(여러개의 연관이 없는 단일력 선형모델로 가정함)와 여러 조인트를 동시에 고려하는 경우(보통 한개의 다입력 선형모델로 가정함)로 나누어 생각할 수 있다. 전자의 경우 [1,2]는 상당히 간단한 적응 알고리즘의 구성을 가능케 하나, 실제 고려하지 않은 상호결합이 적응 알고리즘에 미치는 영향으로 인하여 시스템의 안정성이 저하된다. 후자의 경우 [3-5]는 비교적 정밀한 적응 알고리즘의 구성을 통하여 시스템의 안정성을 높일 수 있으나 계산량의 부담이 크다는 단점을 가진다.

본 논문에서는, 상호결합을 무시하지 않고 각 조인트를 독립제어함으로써, 제어 알고리즘이 간단하면서도 시스템의 안정성이 유지될 수 있도록 하는 비집중 적응 제어기법을 제시한다. Lyapunov 설계법 [6,7]에 입각하여 비집중 적응 제어기를 유도하였고, 제어기를 포함한 전체 페루프 시스템의 안정 해석을 하였

다. 아울러 PUMA 매니플레이터를 대상으로 컴퓨터 모사에 의한 성능 평가를 통하여 상호결합을 무시하고 유도된 조인트 독립 제어와 비교되었다.

2. 문제 기술

일반적으로 n 개의 조인트를 갖는 매니플레이터의 Lagrange-Euler 운동 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$D(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q}) + g(q) = u$$

여기서 q 는 조인트들의 위치, \dot{q} 은 속도, \ddot{q} 은 가속도를 나타내는 n 차원의 벡터이다. u 는 조인트에 가해질 토크 (torque)이며, g(q) 는 중력항, c(q, \dot{q}) 은 Coriolis 힘과 원심력항으로서 모두 n 차원의 벡터이다. D(q) 는 가속도에 관련된 n x n 관성행렬이다. 식 (1)은 상태벡터를 x 스 (q, \dot{q}) 로 정의하여 다음의 상태 방정식으로 변환될 수 있다.

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0_n & I_n \\ -D^{-1}(q)G(q) & -D^{-1}(q)C(q, \dot{q}) \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0_n \\ D^{-1}(q) \end{pmatrix} u \quad \triangleq A(x)X + B(x)u \quad (2)$$

여기서 0_n 과 I_n 은 각각 n 차원의 영행렬 및 단위행렬을 나타내고, G 와 C 는 다음과 같이 형성된다.

$$c(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})\dot{q} \quad (2. a)$$

$$g(q) = G(q)q \quad (2. b)$$

(2)식을 각 조인트 별로 분해하여 쓰면 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{x}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_i^T & \end{bmatrix} x_i + \begin{bmatrix} 0 \\ b_i \end{bmatrix} u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (a_{ij}^T x_j + b_{ij} u_j) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\triangleq A_i x_i + B_i u_i + C_i z_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

여기서 2차원 벡터 x_i 와 스칼라 u_i 는 각각 i 번째 조인트의 상태 및 입력이고, 2차원 벡터 a_i , a_{ij} 와 스칼라 b_i , b_{ij} 는 q 와 \dot{q} 에 의존하는 시스템 파라미터들이다. 특히 b_i 는 관성행렬 D 의 i 번째 대각원소에 해당하므로 항상 양의 값을 갖는다. 이 파라미터들이 제어속 update 속도에 비해 천천히 변한다고 가정하면, 이 파라미터들은 어느 일정구간마다 미지의 상수로 간주될 수 있다 [2,3,5]. 그리고 (3)식에서 2×2 행렬 A_i 와 2차원 벡터 B_i 는 가제어하고 (controllable), 스칼라 z_i 는 다른 조인트들로부터 i 번째 조인트에 들어오는 상호 간섭신호이다. (3)식에 대응하여 원하는 특성을 지닌 기준모델을 상호결합이 없는 형태로 다음과 같이 설정하자.

$$\dot{x}_{iM} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{iM}^T & \end{bmatrix} x_{iM} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\triangleq A_{iM} x_{iM} + C_i r_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

여기서 2차원 벡터 x_{iM} 는 모델의 상태이고, 스칼라 r_i 는 기준입력이다. 2×2 행렬 A_{iM} 과 2차원 벡터 C_i 는 가제어하고, A_{iM} 은 임의의 안정한 상수행렬이다.

이제 문제는 (3)식의 x_i 가 (4)식의 x_{iM} 을 따라가도록 적응제어를 결정하는 일이다. 이를 위하여 Lyapunov 설계 [6,7] 에 입각한 비집중 적응 제어기를 제시하기로 한다.

3. 비집중 적응제어기의 설계

상태 오차를 $e_i \triangleq x_i - x_{iM}$ 으로 정의하여 (3)과 (4) 식으로부터 오차 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{e}_i = A_{iM} e_i + C_i (a_i - a_{iM})^T x_{iM}$$

$$+ B_i u_i - C_i r_i + C_i z_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

(5)식의 e_i 를 0으로 보내는 제어형태를 다음과 같이 정하자.

$$u_i = -k_{i1}^T(t) e_i - k_{i2} r_i \quad (6)$$

여기서 2차원 벡터 k_{i1} 과 스칼라 k_{i2} 는 조정 변수로서 이를 어떻게 결정하느냐가 중요한 문제로 남는다. (6)식의 제어를 (5)식에 인가하면 다음의 페루프 시스템을 얻는다.

$$\dot{e}_i = A_{iM} e_i + C_i \{a_i - a_{iM} - b_i k_{i1}(t)\}^T e_i - b_i C_i \{k_{i2}(t) + 1/b_i\} r_i + C_i z_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

여기서

$$\bar{z}_i = z_i + (a_i - a_{iM})^T x_{iM}$$

이제 (7)식의 e_i 를 0으로 감소시키는 파라미터 조정법칙은 다음의 정리를 통하여 유도된다.

(정리 1)

(6)식의 $k_{i1}(t)$ 및 $k_{i2}(t)$ 가 다음의 적용법칙에 의해 발생된다면

$$\left. \begin{aligned} \dot{k}_{i1} &= \Gamma_{i1} e_i^T P_i C_i e_i \\ \dot{k}_{i2} &= \Gamma_{i2} e_i^T P_i C_i r_i \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

페루프 형태의 오차 시스템 (7)은 안정하다. 여기서 2×2 행렬 P_i 는 임의의 symmetric positive definite (spd) 행렬 Q_i 에 대해 다음 방정식을 만족하는

$$P_i A_{iM} + A_{iM}^T P_i = -Q_i \quad (9)$$

유일한 해이고 spd 하다. Weighting 행렬 Γ_{i1} (2×2) Γ_{i2} (스칼라)는 spd 하게 선택된다.

(증명)

(7)식의 오른쪽 두번째 및 세번째항으로부터 다음의 matching 조건을 만족하는

$$a_i - a_{iM} - b_i k_{i1}^* = 0 \quad (10)$$

$$\frac{1}{b_i} + k_{i2}^* = 0$$

상수 벡터 k_{i1}^* 와 상수 k_{i2}^* 가 존재함을 쉽게 알 수 있다.

Lyapunov 함수를 다음과 같이 선정하자.

$$V(e_i, k_{i1}, k_{i2}, i = 1, 2, \dots, n)$$

$$= \sum_{i=1}^n \{ e_i^T P_i e_i + \frac{1}{b_i} (a_i - a_{iM} - b_i k_{i1} + \rho_i P_i C_i)^T \Gamma_{i1}^{-1} (a_i - a_{iM} - b_i k_{i1} + \rho_i P_i C_i) + b_i (\frac{1}{b_i} + k_{i2})^2 / \Gamma_{i2} \} \quad (11)$$

여기서 ρ_i 는 양의 실수이다. (11)식의 V 를 t 에 대해 미분하고 (7)과 (9)식에 따라 평가하면 다음과 같이 간략화된다.

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n \{ -e_i^T Q_i e_i + 2(a_i - a_{iM} - b_i k_{i1})^T (e_i^T P_i C_i e_i - \Gamma_{i1}^{-1} \dot{k}_{i1}) + 2b_i (1/b_i + k_{i2}) (\dot{k}_{i2} / \Gamma_{i2} - e_i^T P_i C_i r_i) - 2\rho_i e_i^T P_i C_i \Gamma_{i1}^{-1} \dot{k}_{i1} + 2e_i^T P_i C_i \bar{z}_i \} \quad (12)$$

(12)식의 오른쪽 두번째 및 세번째 항에서 \dot{k}_{i1} 과 \dot{k}_{i2} 을 (8)식처럼 취하면 이 항들은 없어지게 되고, (12)식은 다음과 같이 정리된다.

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n \{ -e_i^T Q_i e_i - 2\rho_i e_i^T P_i C_i C_i^T P_i e_i + 2e_i^T P_i C_i \bar{z}_i \}$$

$$\leq \sum_{i=1}^n \{ -e_i^T Q_i e_i - 2\rho_i (e_i^T P_i C_i - \frac{1}{2\rho_i} \bar{z}_i)^2 + \frac{1}{2\rho_i} \bar{z}_i^2 \} \quad (13)$$

여기서

$$\rho = \min_i \rho_i \quad (13.a)$$

부등식 (13)으로 부터 $e_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, n$ 에

대해서 $\dot{V} < 0$ 이 되게하는 충분히 크지만 유한한 ρ 가 존재함을 알 수 있다. 따라서 $V > 0, V < 0$, when $e_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, n$ 이므로 Lyapunov 안정이론에 의하여 $e_i(t), k_{i1}(t), k_{i2}(t), i = 1, 2, \dots, n$ 은 모든 유한한 초기치 $e_i(0), k_{i1}(0), k_{i2}(0)$ 및 모든 t 에 대해 유한하고, 더구나 $e_i(t) \rightarrow 0, \text{ as } t \rightarrow \infty$ 임을 알 수 있다. (증명 끝)

이상의 내용을 요약하면 본 비집중 적응제어 시스템은 그림 1과 같이 구성된다.

그림 1. 본 비집중 적응제어 시스템의 구성

한편으로 본 비집중 적응제어기와 비교될 조인트 독립제어는, 상호결합항이 제외된 (4)식 ((4)식에서 $C_i z_i$ 항을 제외)과 기존 모델인 (5)식에 대해 [8]에 주어진 Lyapunov 설계법을 전개해 나가면, 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$u_i = -k_{i1}^T(t)x_i - k_{i2}(t)r_i \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{k}_{i1} &= \Gamma_{i1} e_i^T P_i C_i x_i \\ \dot{k}_{i2} &= \Gamma_{i2} e_i^T P_i C_i r_i \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

4. 컴퓨터 모사 결과

3개의 조인트를 갖는 PUMA 560 매니퓰레이터를 대상으로 제안된 비집중 적응 제어기의 성능평가가 VAX 11/780 컴퓨터에서 FORTRAN 77 언어를 사용하여 수행되었다. 아울러 상호결합을 무시하고 유도된 조인트 독립 제어기와와의 성능 비교가 이루어졌다.

설계 변수로서 (4)식의 A_{iM} , (8)식의 Γ_{iM} 및 (9)식의 Q_i 를 다음과 같이 정하였다.

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & -8 \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3$$

$$\Gamma_{i1} = \text{diag} \{ 2000, 2000 \}$$

$$\Gamma_{21} = \Gamma_{31} = \text{diag} \{ 200, 200 \}$$

$$\Gamma_{i2} = 10, i = 1, 2, 3$$

$$Q_i = \text{diag} \{ 200, 200 \},$$

$$i = 1, 2, 3$$

원하는 경로는 4-3-4 방법을 사용하여 출발점 ($0^\circ, 45^\circ, 60^\circ$)로부터 도착점 ($90^\circ, -45^\circ, 30^\circ$)까지 1초

동안에 움직이도록 하였다. 그리고 부하조건으로는 최대부하인 2.3 kg을 들고 있는 경우를 고려하였다. 식 (6)과 (8)로 주어진 본 비집중 적용제어기와 식 (14)와 (15)로 주어진 조인트 독립 제어기에 대한 각 조인트의 위치 오차를 그림 2-4에 걸쳐 도시하였다. 그림에서 보는 바와 같이 본 비집중 적용 제어기 (DC)가 조인트 독립 제어기 (IND)에 비해 경로 추적상의 최대 오차나 최종 오차를 줄일 수 있다는 점에서 성능이 우수함을 알 수 있다.

그림 2. 두 제어기를 사용한 조인트 1의 위치 오차

그림 3. 두 제어기를 사용한 조인트 2의 위치 오차

그림 4. 두 제어기를 사용한 조인트 3의 위치 오차

5. 결 론

로봇트 매니퓰레이터의 비선형성, 상호결합성, 링크 파라미터나 부하 하중의 불확실성을 효과적으로 다루기 위하여, 조인트간의 상호결합을 무시하지 않고 독립제어하는 비집중 적용 방식이 제시되었다.

매니퓰레이터의 시스템 파라미터가 천천히 변한다는 가정 및 비집중 제어구조 아래서 적절한 Lyapunov 함수를 선정하여 적용 법칙을 유도한 결과, 조인트의 상호결합을 무시하고 유도된 조인트 독립제어에 비해 계산량은 거의 같으면서 경로 추종오차를 줄일 수 있음을 보였다.

앞으로 실제 구현에 적합한 이산시간 형태의 비집중 적용 제어방식에 관한 연구가 수행될 예정이다.

참 고 문 헌

1. S. Dubowsky and D.T. Desforges, "The Application of MRAS to Robotic Manipulators," ASME Jour. of DSME vol. 101, PP. 193-200, 1979.
2. A.J. Koivo and T.H. Guo, "Adaptive Linear Controller for Robotic Manipulators," IEEE Trans. Auto. Contr., vol. 28, PP. 162-171, 1983.
3. C.S.G. Lee and M.J. Chung, "An Adaptive Control Strategy for Mechanical Manipulators," IEEE Trans. Auto. Contr., vol. 29, PP. 837-840, 1984.
4. A. Balestrino, G. Maria and L. Sciavicco, "An Adaptive Model Following Control for Robotic Manipulators," ASME Jour. of DSME, vol. 105, PP. 143-151, 1983.
5. K. Y. Lim and M. Eslami, "Adaptive Controller Designs for Robotic Manipulator Systems Using Lyapunov Direct Method," IEEE Trans. Auto. Contr., vol. 30, PP. 1229-1233, 1985.
6. D. Gavel and D. Siljak. "High Gain Adaptive Decentralized Control," Proceedings of ACC, PP. 568-573, June 1985.
7. 김 성 수, 유 준, "상호연결된 연속시간 시스템의 비집중 적용 안정화," 한국 자동제어 학술회의 논문집, PP.554-559, 1986년 10월.
8. 박 은 영, 유 준, "Lyapunov 설계에 입각한 로봇트 매니퓰레이터의 적용 모델 추종제어," 대한 전자공학회 하계 학술회 논문집, PP. 146-148, 1986년 6월.

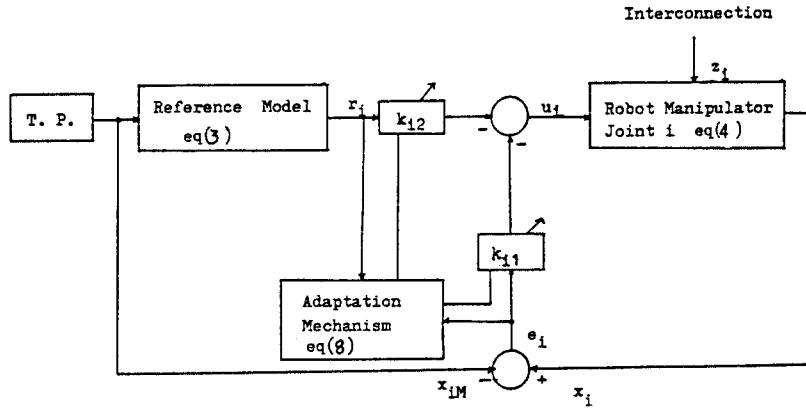


그림 1. 본 비집중 적응제어 시스템의 구성

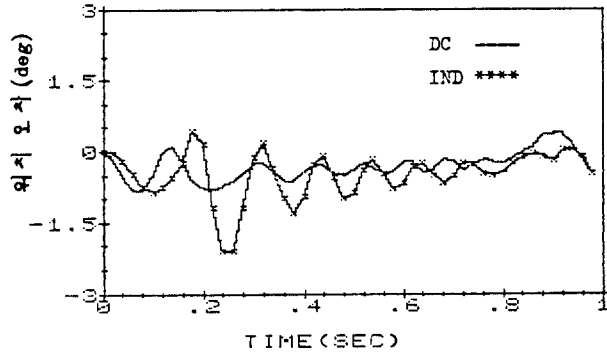


그림 2. 두 제어기를 사용한 조인트 1의 위치 오차

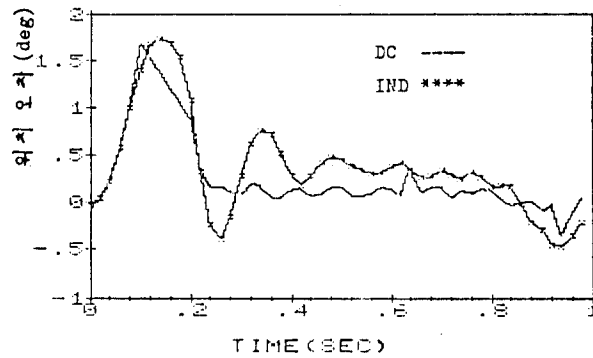


그림 3. 두 제어기를 사용한 조인트 2의 위치 오차

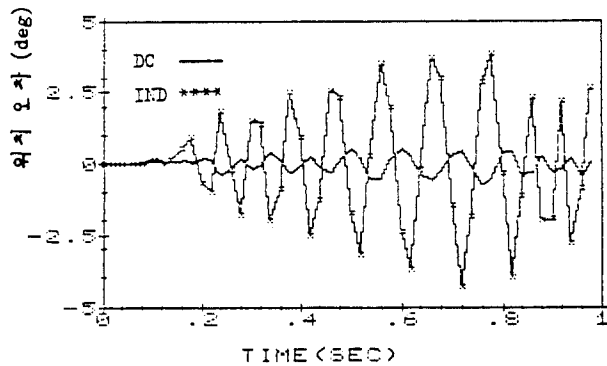


그림 4. 두 제어기를 사용한 조인트 3의 위치 오차