'87 韓國自動制御學術會議論文集 1987. 10.16~17

슬라이딩 모드를 이용한 매니퓰레이터의 궤적추종제어

천 희 영. 박 귀 태. 곽 군 평. 김 동 식*.
고려대학교 공과대학 전기공학과

The Tracking Control of Manipulator using Sliding Mode

Hee Young Chun. Gwi Tae Park. Chun Ping Kuo. Dong Sig Kim*.
Dept.of Electrical Eng. Korea Univ.

Abstract

A new control scheme is developed to achieve fast and accurate decoupled tracking for an n-joint robotic manipulator in the presence of disturbances and unknown parameter variations. The control system is designed so that a new type of state trajectories called sliding mode may exist in a phase plane.

In order to remove the reaching phase and high frequency chattering phenomenon which are the common shortcomings of variable structure control(VSC) scheme, this paper presents the new switching line which is composed of three segments and the continuous control law which is derived from the existence condition of a sliding mode.

The proposed methods in this paper are applied to a 3-joint robotic manipulator as a numerical example. The digital simulation results which are compared with those of typical VSC scheme show the validity of accurate tracking capability and robust performance of the system.

1. 서 론

현재 사용되고 있는 자동화기구는 미리 정해진 기능만을 수행하지만, 로보트 매니퓰레이터는 생산이나 조립작업등에 적은 경비로 다양한 기능을 수행할 수 있기 때문에 현대 자동화분야에서 로보트 매니퓰레이터의 사용은 점차로 확대되어 가고 있는 추세이다.

그러나, 다관절 로보트 매니퓰레이터는 각 관절간의 비선형 상호작용을 갖는 강하게 결합된 비선형계통이다. 따라서, 로보트 매니퓰레이터가 작업공간에서 미리 계획된 궤적을 정확하게 추종하기 위해서는 각 관절간의 비선형 상호작용을 효과적으로 보상하고, 미지의 파라미터 변동이나 모델링의 불확실성에 대한 견고성(robustness)을 보장받을 수 있는 제어법칙을 선정해야 한다.

이를 실현하기 위해 계통의 파라미터 변동이나 외란에 대한 통계적인 정보는 모른다하더라도 그 한계치만 알고 있으면 확정적인 방법에 의해 제어계통을 설계할 수 있는 가변구조제어(variable structure control)이론이 제시되었다.[1][2][3]

이 제어기법은 다른 적응제어이론에서처럼 미지의 파라미터를 추정해야 할 필요가 없을 뿐만아니라 물리적인 실현이 간단하기 때문에 실시간제어(real-time control) 에 유리하다는 장점을 가지고 있다. 또한, 계통을 슬라이딩 모드라는 특이한 동작상태에 머무르도록 제어입력을 발생시켜줌으로써 계통의 응답의 속응성과 파라미터 변동이나 외란에 대한 둔감성을 동시에 얻을 수 있다.[4][5]

그러나, 이 제어기법은 상태의 초기위치가 스위칭 평면(switching hyperplane)에서 벗어나 있을 경우, 계통의 상태가 스위칭 평면에 도달하기까지의 기간(reaching phase)에는 슬라이딩 모드가 발생하지 않기때문에 계통의 응답은 파라미터 변동이나 외란에 민감하게 되며, 또한 스위칭 소자의 시간지연등으로 인해 제어입력이 불연속으로 되어 상태궤적의 진동(chattering)이 발생하게 되는등 좋지 못한 특성을 지닌다.[6]

따라서, 본 논문에서는 이러한 단점을 개선하기 위해 먼저, 슬라이딩 모드의 존재조건으로 부터 유도된 새로운 연속치 제어입력을 도입하여 상태궤적의 진동을 제거하고, 또한 상태의 초기치로 부터 원점에 이르는 3개의 스위칭 평면을 설정하여 각 스위칭 평면에서 슬라이딩 모드를 발생시켜 도달기간(reaching phase)을 완전히 제거하고자 한다.

2. 로보트 매니퓰레이터의 운동방정식

일반적으로 자유도가 n인 매니퓰레이터의 운동방정식은 다음과 같은 Lagrange-Euler 형태로 표현된다.[7]

$$R(\theta)\ddot{\theta} + M(\theta)q + g(\theta) = u \qquad (1)$$

$$q = (\dot{\theta}_1\dot{\theta}_1, \cdots, \dot{\theta}_1\dot{\theta}_n, \dot{\theta}_2\dot{\theta}_2, \cdots, \dot{\theta}_n\dot{\theta}_n)^T$$

$$g = (\partial P/\partial\theta, \cdots, \partial P/\partial\theta)^T, \quad P: \text{P. E.}$$

$$M = (m_{ij})_{n \times L} \qquad L = n(n+1)/2$$

(1)에서 관성행렬 $R(\theta)$ 의 비대각요소는 각 관절간의 상호작용을 나타내며 $M(\theta)q$ 는 코리올리의 힘과 원심력을 나타내며 $g(\theta)$는 중력으로 인한 힘을 나타낸다.

매니퓰레이터가 작업을 수행하는 동안 작업공간상에서의 궤적을 연속적으로 부드럽게 추종할 수 있도록 궤적을 계획((4-3-4)다항식 궤적계획법[8])하고, 상태벡터를 $X=(e,w)^T$로 정의하면 (1)을 다음과 같은 상태방정식으로 변환할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{e}_i = w_i \\ \dot{w}_i = f_i(e+\theta_d, w+\dot{\theta}_d) + b_i(e+\theta_d)u - \ddot{\theta}_d \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \cdots, n \qquad (2)$$

$$f(\theta, \theta_d) = -R^{-1}(\theta)(M(\theta)q + g(\theta))$$

$$B(\theta) = R^{-1}(\theta) = (b_1, b_2, \cdots, b_n)^T$$

$$e = \theta - \theta_d, \quad w = \dot{e} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$$

$$u = (u^1, u^2, \cdots, u^n)^T \quad f = (f_1, f_2, \cdots, f_n)^T$$

3. 가변구조제어(VSC) 이론

가변구조제어계통에서 제어입력은 스위칭 평면에서 스위칭 논리에 따라 계통의 구조를 변화시킨다. 이 가변구조제어입력에 따라 상태공간의 어떤 위치에서도 상태는 스위칭 평면을 향하게 되며, 일단 거기에 도달하게 되면 그 평면을 따라 이동하게 되는데 이러한 현상을 슬라이딩 모드(sliding mode)라 한다.

(1)식과 같이 표현되는 자유도가 n인 매니퓰레이터를 생각하자. 관절 회전각(joint angle)와 회전 각속도(joint angular velocity)의 값이 직접 측정가능하므로 가변구조제어이론에 의해 주어진 초기상태 θ, $\dot{\theta}$, θ_d, $\dot{\theta}_d$ $(t=t_o)$에 대해 $(e, w) \longrightarrow 0$ 을 만족하도록 제어입력을 결정하면

$$u = g(\theta) + R(\theta)(\ddot{\theta}_d - C\dot{e} + \Gamma q) \qquad (3)$$

$$C = \mathrm{diag}(c_1, c_2, \cdots, c_n)$$

$$\Gamma = (r_{ij})_{n \times L}$$

(3)을 (1)에 대입하여 정리하면

$$R(\theta)(\ddot{e} + C\dot{e}) = R(\theta)(\Gamma - R^{-1}(\theta)M(\theta))q \quad (4)$$

$R(\theta)$는 정칙(nonsingular)행렬이므로

$$\ddot{e} + C\dot{e} = (\Gamma - M'(\theta))q$$
$$M'(\theta) = R^{-1}(\theta)M(\theta) = (m'_{ij})_{n \times L} \qquad (5)$$

스위칭 표면행렬을 C라 하면 i번째 스위칭 평면은 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$\sigma_i(e_i, w_i) = w_i + c_i e_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad (6)$$

i번째 스위칭 평면((e_i, w_i)-공간)에서 슬라이딩 모드가 발생할 조건은 다음과 같다.

$$\lim_{\sigma \to o} \sigma_i \dot{\sigma}_i < 0 \qquad (7)$$

슬라이딩 모드가 발생하면 계통의 상태는 스위칭 평면(6)을 따라 움직이도록 제한되므로 다음의 슬라이딩 방정식을 만족하게 된다.

$$\dot{e}_i = -c_i e_i \qquad (8)$$

방정식(8)은 매니퓰레이터의 n개의 각 관절에 대해 성립하므로, 일단 슬라이딩 모드가 발생하게 되면 매니퓰레이터에 존재하는 각 관절간의 비선형 상호작용이 완전히 제거되며, 계통의 응답은 스위칭 표면행렬에만 의존하게 되어 파라미터의 변동이나 외란에 둔감하게 된다.

그런데, $M(\theta)$는 관절 회전각 θ만의 함수이므로 각 성분의 경계값을 미리 계산할 수 있으므로 다음을 가정한다.

$$\inf_{\theta}[m'_{ij}(\theta)] \le m'_{ij}(\theta) \le \sup_{\theta}[m'_{ij}(\theta)]$$

(5)와 (8)에 의해

$$\sum_{j=1}^{L} (r_{ij} - m'_{ij}) q_j \sigma_i < 0 \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

따라서, 스위칭 이득 r_{ij}는 다음과 같이 구해진다.

$$r_{ij} = \begin{cases} r^+_{ij} > \sup_{\theta}[m'_{ij}(\theta)], & q_j\sigma_i < 0 \\ r^-_{ij} < \inf_{\theta}[m'_{ij}(\theta)], & q_j\sigma_i > 0 \end{cases}$$

그림1에 본 알고리즘(알고리즘 I)에 대한 블록선도를 도시하였다.

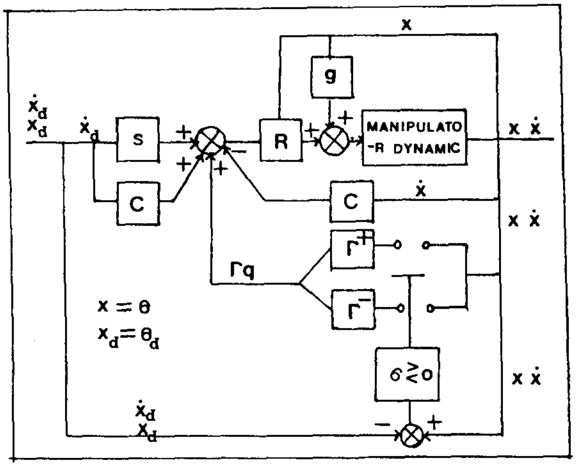

FIG.1 Block diagram of the sliding mode control system (ALGO. I)

4. 새롭게 제안된 알고리즘(알고리즘 II)

가변구조제어이론을 매니퓰레이터의 경로제어에 적용하는 경우, 상태의 초기 위치로 부터 스위칭 평면에 도달하기까지는 슬라이딩 모드가 발생하지 않으므로 계통의 응답은 외란이나 파라미터의 변동에 민감하게 된다. 또한, 슬라이딩 모드를 일으키기 위한 제어입력은 스위칭 소자의 시간지연이나 모델링시 무시된 작은 시정수등으로 인해 불연속이므로 상태궤적의 진동현상이 발생한다. 이를 제거하기 위해, 매니퓰레이터의 운동특성에 알맞은 3개의 스위칭 평면을 설정하고, 슬라이딩 모드의 존재조건으로 부터 유도된 새로운 연속치 제어입력에 의해 각 스위칭 평면에서 슬라이딩 모드를 일으킨다.

4-1. 스위칭 평면의 설정

도달기간을 제거하기 위해 작업공간에서의 매니퓰레이터의 운동특성에 적합한 3개의 스위칭 평면을 설정한다.

먼저, (e_i, w_i)-공간에서 스위칭 평면을 설정하기 위하여 다음을 정의한다.

S^i_j = (e_i, w_i)-공간에서 정의된 j번째 스위칭평면 = $ROW_i(S_j)$

S_j = n개의 (e_i, w_i)-공간에서 각각 정의된 j번째 스위칭 평면들로 구성된 열벡터

$$S_j = (S^1_j \; S^2_j \cdots, S^n_j)^T \quad j = 1, 2, 3$$

위의 정의에 의해

$$S_1 = (S^1_1, S^2_1, \cdots, S^n_1)^T, \quad S^i_1 = w_i - a_i e_i + a_i e_{io}$$

$$S_2 = (S^1_2, S^2_2, \cdots, S^n_2)^T, \quad S^i_2 = w_i + b_i \qquad (9)$$

$$S_3 = (S^1_3, S^2_3, \cdots, S^n_3)^T, \quad S^i_3 = w_i + c_i e_i$$

여기서 a_i, b_i, c_i는 양의 상수이다.

(9)를 Kronecker delta 이용하여 정리하면

$$S^i_j = w_i - (a_i e_i - a_i e_{io}) d_{1j} + b_i d_{2j} + c_i e_i d_{3j}$$

$$d_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \ne j \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \cdots, n \qquad j = 1, 2, 3$$

4－2. 각 스위칭 평면에서의 연속치 제어입력의 결정

n 개의 (e_i, w_i)－공간에서 각각 정의된 스위칭 평면에서의 스위칭 제어입력을 결정하기 위해 다음을 정의한다.

u_j^i = (e_i, w_i)－공간에서 정의된 j 번째 스위칭 평면에서 매니퓰레이터의 i 번째 관절에 가해지는 연속치 제어입력 = $ROW_i(u_j)$

u_j = n개의 (e_i, w_i)－공간에서 각각 정의된 j 번째 스위칭 평면에서 매니퓰레이터의 각 관절에 가해지는 연속치 제어입력

$u_j = (u_j^1, u_j^2, \cdots, u_j^n)^T \quad j = 1, 2, 3$

위의 정의와 슬라이딩 모드의 존재조건을 이용하여 각 스위칭 평면에 대한 연속치 제어입력을 결정할 수 있다.

4－2－1. 스위칭 평면 $S_1 = (s_1^1, \cdots, s_1^n)^T$ 에 대한 제어입력.

스위칭 평면 S_1을 행렬로 표현하면

$$S_1 = w - ae + ae_0 \quad (10)$$

$a = diag(a_1, a_2, \cdots, a_n)$

$e_0 = (e_{10}, e_{20}, \cdots, e_{n0})^T$

(10)을 미분한 다음 (1)을 이용하면

$$\dot{S}_1 = R^{-1}(\theta)[u_1 - M(\theta)q - g(\theta)] - \ddot{\theta}_d - a\dot{e}$$

u_1에 대해 정리하면

$$u_1 = M(\theta)q + g(\theta) + R(\theta)[\ddot{\theta}_d + a\dot{e} + \dot{S}_1] \quad (11)$$

여기서, 슬라이딩 모드의 존재조건인 (7)에 의해 S_j와 $\dot{S}_j$는 부호가 반대이고 P^j를 양의 상수를 원소로 가지는 n x n 대각행렬이라 하면

$$\dot{S}_j = -P^j S_j \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad j = 1, 2, 3 \quad (12)$$

(12) 를 (11)에 대입하면

$$u_1 = M(\theta)q + g(\theta) + [\ddot{\theta}_d + a\dot{e} - P^1 S_1]$$

$$u_1 = (u_1^1, u_1^2, \cdots, u_1^n)^T \quad (13)$$

4－2－2. 스위칭 평면 $S_2 = (s_2^1, \cdots, s_2^n)^T$에 대한 제어입력

스위칭 평면 S_2를 행렬로 표현하면

$$S_2 = w + b \quad b = (b_1, b_2, \cdots, b_n)^T \quad (14)$$

(14) 를 미분한 다음 (1)을 이용하면

$$\dot{S}_2 = R^{-1}(\theta)[u_2 - M(\theta)q - g(\theta)] - \ddot{\theta}_d$$

u_2에 대해 정리하고 (12)를 이용 하면

$$u_2 = M(\theta)q + g(\theta) + R(\theta)(\ddot{\theta}_d - P^2 S_2) \quad (15)$$

4－2－3. 스위칭 평면 $S_3 = (s_3^1, \cdots, s_3^n)^T$ 에 대한 제어입력

스위칭 평면 S_3를 행렬로 표시하면

$$S_3 = w + Ce \quad C = diag(c_1, c_2, \cdots, c_n) \quad (16)$$

(16)을 미분한 다음 (1)을 이용하면

$$\dot{S}_3 = R^{-1}(\theta)(u_3 - M(\theta)q - g(\theta)) - \ddot{\theta}_d + C\dot{e}$$

u_3에 대해 정리하고 (12)를 이용하면

$$u_3 = M(\theta)q + g(\theta) + R(\theta)(\ddot{\theta}_d - C\dot{e} - P^3 S_3) \quad (17)$$

(13), (15), (17) 을 Kronecker delta 를 이용하여 정리하면

$$u_j = M(\theta)q + g(\theta) + R(\theta)[\ddot{\theta}_d + dy]$$

$$dy = [aw - P^1 S_1]d_{ij} - S_2 P^2 d_{ij} - [Cw + P^3 S_3] \times d_{ij} \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad j = 1, 2, 3$$

그림2에 (e_i, w_i)－공간에서 정의 된 스위칭 평면과 각 스위칭 평면에서의 슬라이딩 모드를 도시하였으며, 그림3에는 알고리즘 II 에 대한 블럭선도를 나타내었다.

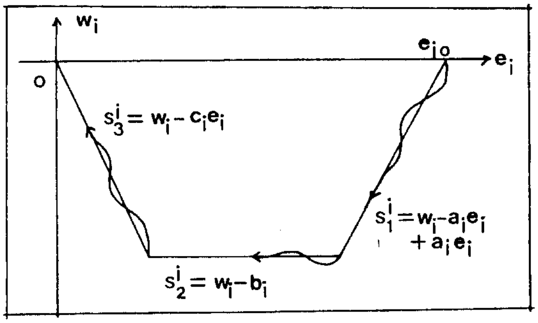

FIG.2 The sliding mode for the switching hyperplane defined in the (e_i, w_i)－space

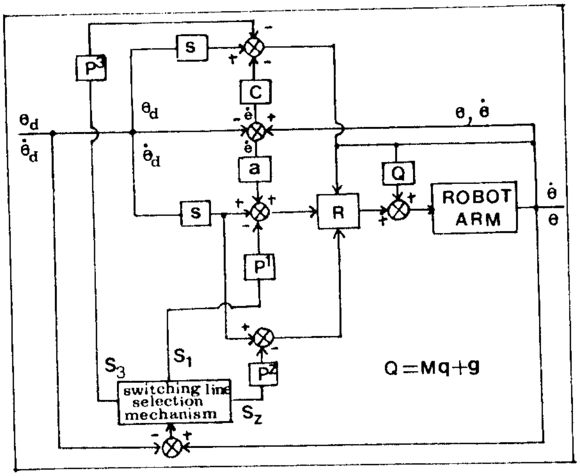

FIG.3 Block diagram of the sliding mode control system (ALGO. II)

5. 시뮬레이션 연구및 결과

(1)과 같이 표현되는 자유도가 n 인 매니퓰레이터에 대해 n=3 으로 하여 시뮬레이션하였으며 매니퓰레이터의 각 물리적인 파라미터는 부록－I 에 나타내었다. 상태벡터 $X = (e_1, e_2, e_3, w_1, w_2, w_3)^T$로 정의하면 (19)를 다음과 같은 상태방정식으로 나타낼수 있다.

$$\dot{e}_1 = w_1$$
$$\dot{e}_2 = w_2$$
$$\dot{e}_3 = w_3$$
$$\dot{w}_1 = -(m_{12}q_2 + m_{13}q_3 + g_1)/r_{11} + u^1/r_{11} - \ddot{\theta}_{d1}$$
$$\dot{w}_2 = -(r_{33}Q1 + r_{22}Q2)/D + (r_{33}u^2 - r_{23}u^3)/D - \ddot{\theta}_{d2}$$
$$\dot{w}_3 = (r_{23}Q1 - r_{22}Q2)/D - (r_{23}u^2 + r_{22}u^3)/D - \ddot{\theta}_{d3}$$
$$Q1 = m_{21}q_1 + m_{25}q_5 + m_{26}q_6 + g_2$$
$$Q2 = m_{31}q_1 + m_{34}q_4 + g_3$$
$$D = r_{22}r_{33} - r_{23}r_{23}$$

매니퓰레이터가 추종해야 할 궤적을 4-3-4 다항식 궤적계획법에 의해 계획하고 이를 그림4에 나타내었다.

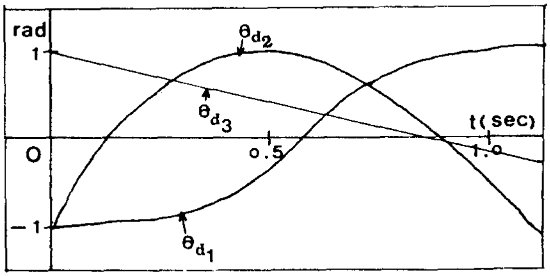

FIG.4 The desired trajectories of manipulator motion

5-1. 알고리즘 I 에 의한 제어

위의 상태방정식에 대해 스위칭 표면행렬 C를 대각행렬로 선정하면 스위칭 평면 σ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma = w + Ce \;,\; C = \mathrm{diag}(20,20,20)$$

슬라이딩 모드를 일으키기 위한 스위칭 이득행렬 r_{ij}를 $M'(\theta) = R^{-1} \times M$ 으로부터 결정하면

$$\Gamma^{+} = [\,r_{ij}\,]_{3\times 6} = \begin{bmatrix} 0 & 13 & 3 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 3 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma^{-} = -\Gamma^{+}$$

5-2. 알고리즘 II 에 의한 제어

5-2-1. 스위칭 평면의 설정

도달기간을 제거하기 위해 상태공간에서의 스위칭 평면을 다음과 같이 설정한다.

$$S_1 = (S_1^1, S_1^2, S_1^3)^T = w - ae + ae_0$$
$$S_2 = (S_2^1, S_2^2, S_2^3)^T = w + b$$
$$S_3 = (S_3^1, S_3^2, S_3^3)^T = w + Ce$$

시뮬레이션시 사용된 a, b, C 행렬은 다음과 같다.

$$a = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

5-2-2. 제한된 연속치 제어입력

5-2-1에서 정의된 스위칭 평면에서 슬라이딩 모드를 일으키기 위한 제어입력은 (13),(15),(17)에의해 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$u_j = M(\theta)q + g(\theta) + R(\theta)\big(\ddot{\theta}_d + (a\dot{e} - P^1 S_1) \times d_{1j} - P^2 S_2 d_{2j} - P^3 S_3 d_{3j}\big)$$

$$d_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

여기서 대각행렬 P^i는 다음과 같이 설정하였다.

$$P^1 = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix} \quad P^2 = \begin{bmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix} \quad P^3 = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix}$$

계통에 파라미터의 변동이나 외란이 전혀 존재하지 않는다고 가정하고, 이상의 수치들을 이용하여 디지털 컴퓨터 시뮬레이션을 하여 추종오차(tracking error)와 제어입력을 그림5-1~그림5-6에 나타내었다.

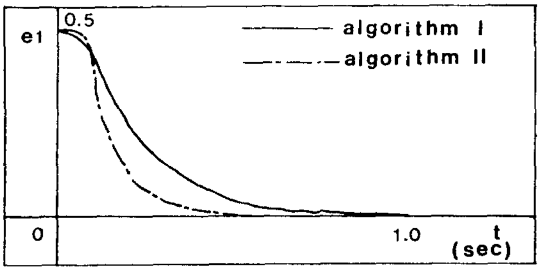

FIG.5-1 Tracking error of the 1'st joint
$h_1 = 0$ $dR = dM = dg = 0$
$a_1 = 3$ $b_1 = 4$ $c_1 = 6$

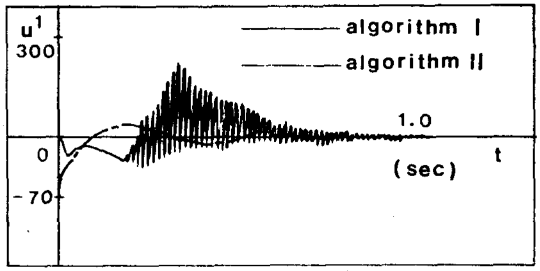

FIG.5-2 The control input of the 1'st joint

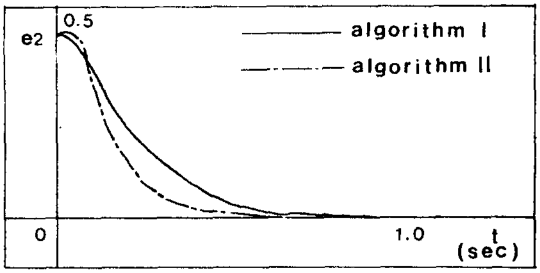

FIG.5-3 Tracking error of the 2'nd joint
$h = 0$ $dR = dM = dg = 0$
$a_2 = 4$ $b_2 = 4$ $c_2 = 6$

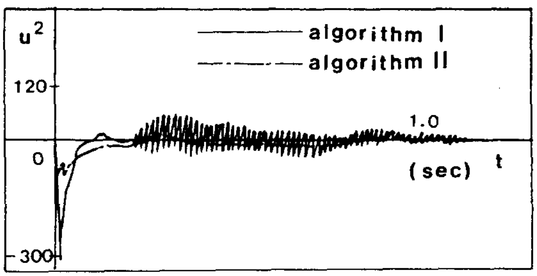

FIG.5-4 The control input of the 2'nd joint

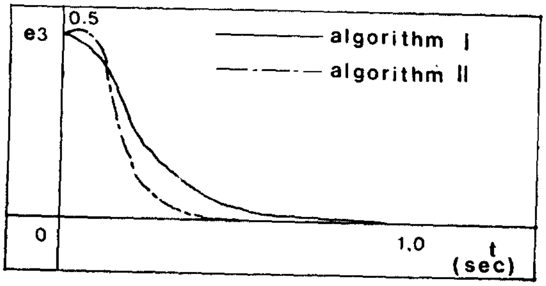

FIG.5-5 Tracking error of the 3'rd joint

$h_3 = 0 \quad dR = dM = dg = 0$

$a_3 = 3 \quad b_3 = 3 \quad c_3 = 5$

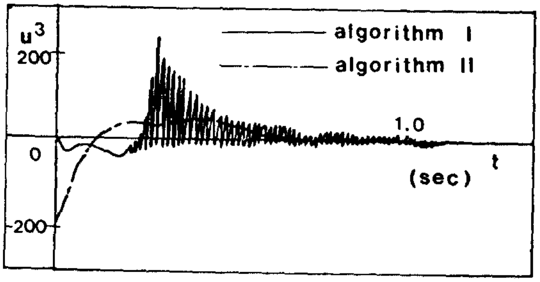

FIG.5-6 The control input of the 3'rd joint

위의 그림으로 부터 각 알고리즘을 비교해보면 본 논문에서 제안된 알고리즘 II 가 알고리즘 I 에 비해 상태의 수렴속도도 빠르고 제어입력도 진동이 없이 연속임을 알 수 있다.

또한, h, dR, dM, dg 와 같은 외란이나 파라미터 변동이 실제로 계통에 존재한다고 가정할 때 추종오차와 제어입력을 그림6-1~그림6-6 에 나타내었다.

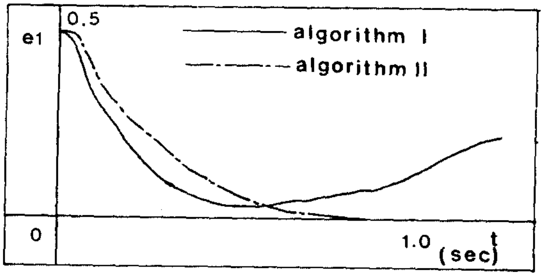

FIG.6-1 Tracking error of the 1'st joint

$h_1 = 8.5 + \cos T$

$dR_1 = (0.01 \cos T, 0, 0.1)$

$dM_1 = (0.1, 0, 0, 0, 0, 0.01 \cos T)$

$dg_1 = 0.03 \cos 3T$

$a_1 = 3 \quad b_1 = 4 \quad c_1 = 6$

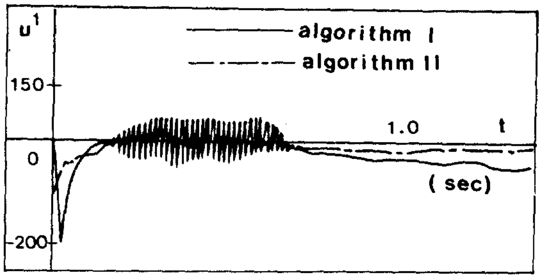

FIG.6-2 The control input of the 1'st joint

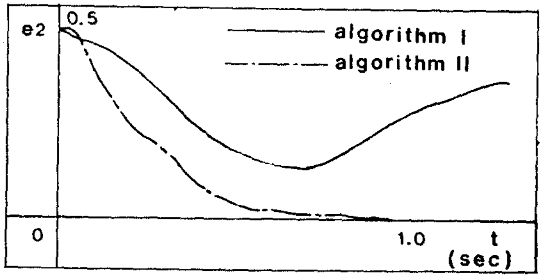

FIG.6-3 Tracking error of the 2'nd joint

$h_2 = 4.5 + 7 \sin T$

$dR_2 = (0, 0, 0.1 \cos 4T)$

$dM_2 = (0, 0, 0, 0.3 \sin T, 0, 0.1)$

$dg_2 = 3.5 \cos T$

$a_2 = 4 \quad b_2 = 4 \quad c_2 = 6$

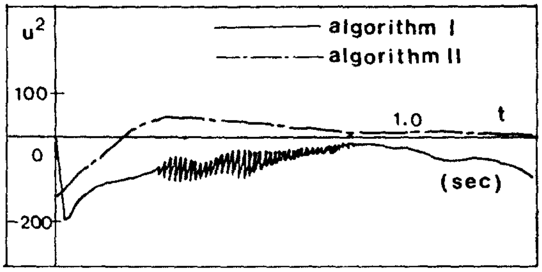

FIG.6-4 The control input of the 2'nd joint

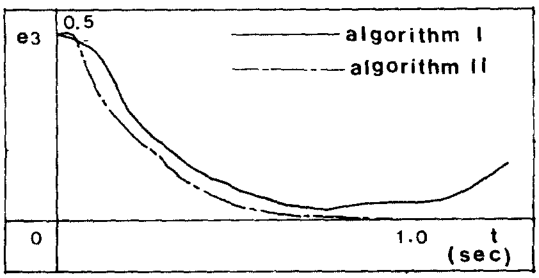

FIG.6-5 Tracking error of the 3'rd joint

$h_3 = 6.5 \cos 3T$

$dR_3 = (0, 0.5 \sin T, 0)$

$dM_3 = (0, 0.04 \cos T, 0, 0, 0, 0)$

$dg_3 = 0.05 \sin T$

$a_3 = 3 \quad b_3 = 3 \quad c_3 = 5$

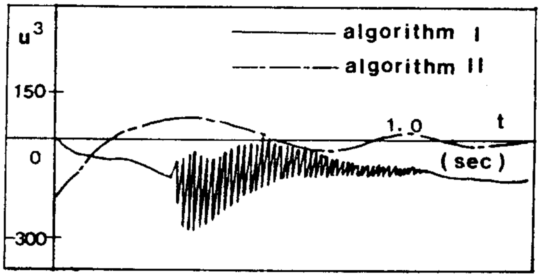

FIG.6−6 The control input of the 3′rd joint

여기서, h_1, h_2, h_3는 매니퓰레이터의 각 관절에 가해지는 외란을 나타내며, dR, dM, dg는 계통의 파라미터 변동을 나타낸다. 위의 그림으로 부터 각알고리즘을 비교해보면, 알고리즘II 가 알고리즘I에 비해 외란이나 파라미터 변동에 대해 더 안정한 응답을 나타냄을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 가변구조제어이론의 도달기간(reaching phase) 문제와 고주파 불연속 제어입력의 문제점을 해결하기 위하여, 매니퓰레이터의 운동특성에 적합한 3개의 스위칭 평면을 도입하여 상태의 초기치로 부터 슬라이딩 모드를 얻었으며, 그리고 슬라이딩 모드의 존재조건으로 부터 새로운 연속치 제어입력을 유도하여 불연속 고주파 제어입력을 제거하였다. 이를 3축 매니퓰레이터에 적용하여 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 매니퓰레이터의 운동특성에 알맞는 3개의 스위칭 평면을 설정함으로써 도달기간을 완전히 제거하여, 외란이나 파라미터 변동에 대한 견고성(robustness)을 보장받을 수 있다.

(2) 종래의 가변구조제어이론에서 처럼 일일이 제어입력의 스위칭 이득을 구할 필요가 없이, 단지 설계인자(design factor) P^j 행렬만을 적당히 선정하여 슬라이딩 모드를 얻을 수 있다.

(3) 본 논문에서 제안된 알고리즘(알고리즘 II)에 의한 제어입력은 연속이기 때문에, 가변구조제어이론에서 처럼 제어기앞에 저역필터(low−pass filter)를 설치하는등의 번거로움이 없으며 실제 물리계통에 실현이 용이하다.

(4) 스위칭 평면을 결정하는 행렬 a, b, C 는 매니퓰레이터의 동작특성에 의해 제한을 받게되므로 적절한 선정이 필요하다.

7. 참고문헌

(1) K.K.D.Young,"Controller design for a manipulator using theory of variable structure system",IEEE Trans. on SMC.vol.SMC-8,pp.101-109,1978

(2) J.J.Slotine and S.S.Sastry,"Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application on robot manipulators",Int.J.Control,vol.38,no.2,pp.465-492,1983

(3) F.Harashima,H.Hashimoto,et al," MOSFET converter-fed position servo system with sliding mode control",IEEE Trans.,vol.IE-32,no.8,1985

(4) V.I.Utkin,"Variable structure system with sliding modes",IEEE on AC, vol.AC-22,pp.212-222,1977

(5) U.Itkis,"Control system of variable structure",New York:Halsted,1976

(6) M.Hiro,M.Hojo,et al,"Microprocessor-based decoupled control of manipulator using modified model following method with sliding mode",IECON,vol.2,pp.405-409,1984

(7) R.P.Paul,"Robotic manipulators: Mathematics,Programming and Control", M.I.T.press,1981

(8) C.G.S.Lee,et al,"Tutorial on robotics",Computer Society press,pp.135-141,1983

8. 부록-I

그림-7와 같은 자유도가 3인 로보트 매니퓰레이터의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$R(\theta)\ddot{\theta} + M(\theta)q + g(\theta) = u \qquad (19)$$

$$q = (\dot\theta_1\dot\theta_1, \cdots, \dot\theta_1\dot\theta_n, \dot\theta_2\dot\theta_2, \cdots, \dot\theta_n\dot\theta_n)^T$$

$$n=3 \qquad g = (\partial P/\partial\theta, \cdots, \partial P/\partial\theta)^T, \quad P: \text{P. E.}$$

$$M = (m_{ij})_{n\times L} \qquad L = n(n+1)/2$$

$$\begin{aligned}
r_{11} &= 0.6 + 1.35\sin^2 x_2 + 0.1\sin^2(x_2+x_3) + \\
&\quad 0.4\sin x_2 \sin(x_2+x_3) \\
r_{22} &= 20.45 + 0.4\cos x_3 \\
r_{23} &= 0.2 + 0.2\cos x_3 \\
r_{33} &= 0.2 \\
m_{12} &= 1.35\sin 2x_2 + 0.1\sin 2(x_2+x_3) + \\
&\quad 0.4\sin x_2 \sin(x_2+x_3) \\
m_{13} &= 0.4\sin x_2 \cos(x_2+x_3) + 0.1\sin 2(x_2+x_3) \\
m_{21} &= -m_{12}/2 \\
m_{25} &= -0.4\sin x_3 \\
m_{26} &= -0.2\sin x_3 \\
m_{31} &= -m_{13}/2 \qquad\qquad x = \theta \\
m_{34} &= -m_{25}/2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_1 &= 0 \\
g_2 &= -39.2\sin x_2 - 4.9\sin(x_2+x_3) \\
g_3 &= -4.9\sin(x_2+x_3)
\end{aligned}$$

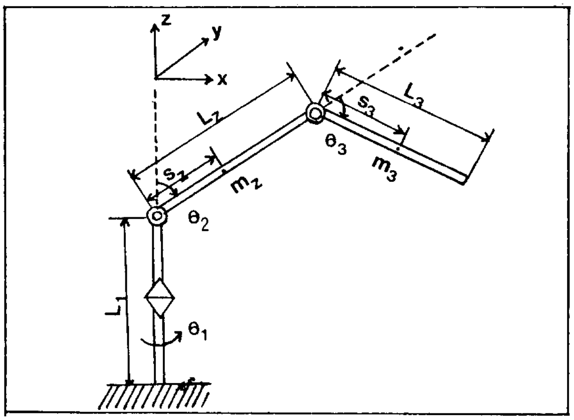

FIG.7 Configuration of manipulator with 3 d.o.f