

Haar 함수를 이용한 전력계통의 Digital 보호계전기에 관한 연구

* 박 중 균
* 서울대학교

○ ** 김 일 동
** 서울대학교(한전 기술 연구원)

Digital Protective Relays for Power System by Haar Functions

Jong-Keun Park,
Seoul National Univ.

Il-Dong Kim
Graduate School of S N U

1. 서 론

전력계통 운용의 자동화 추세와 Digital 프로세서의 적용 범위 확대 경향으로 말미암아 보호계전기 분야에서도 Digital 방식으로 전환하는 것이 바람직한 시기에 이른 것 같다. 양질의 보호계전은 보다 정확하고 신속한 사고 판정 방안에 의존하며, 그동안 많은 연구를 통하여 Analog 방식에서는 초고속의 정확한 보호계전기가 개발되어 실용중에 있으나 Digital 신호처리에 의한 방식은 아직 이런 수준에 이르지 못하고 있다.

본 연구에서는 이러한 점을 개선하기 위하여 Haar 함수를 이용한 실시간 계전 방식을 마이크로 프로세서를 통하여 구현 할수 있는 방안에 관하여 연구를 시행하였다.

2. 과거의 연구 사례

Digital 계전기에 관한 과거의 연구들을 크게 3가지로 분류해 본다면 다음과 같다.

- i) 계통 정수(R+jx)를 직접 계산하는 방안.
- ii) 기본주파수 신호 계산에 중점을 둔 방안.
- iii) 과도 주파수 신호에 기초를 둔 방안.

본 연구는 ii)항의 범주에 속하며 이것에 대한 과거의 연구 사례는 1972년 M. Ramamoorty씨에 의하여 Fullcycle Fourier 알고리즘이 연구되었고, 1976년 J. W Horton 씨에 의하여 Walsh 함수를 적용한 방법이 소개되어 Fourier 보다 연산상 유리한 단계에 이르렀으며 이어서 보다 신속히 사고 정보를 추출하기 위해 A.G Phadk 씨팀이 거의 반주기만의

Sample 값에 의한 Fourier 알고리즘을 연구 제시한바 있으나 DC 분할 우수고조파에 의한 오차를 포함하고 있어 실용을 위하여는 뒤따르는 대책이 필요한 실정이다. 이와 같은 방법들은 모두 직교 변환 이론에 기초를 둔 것들이며, 본 연구에 도입된 Haar 함수도 역시 같은 이론에 속한다. Haar 함수가 처음으로 보호계전기 분야에 도입된 것은 1983년 Fakruddin 씨팀에 의하여 사고 감지를 위한 대칭분류를 계산하

는 것이었다. 그러나 이방법들은 복수 입력을 필요로 하는 보호계전 방식에 실시간으로 적용하기는 어렵거나 고조파에 의해 오차를 유발하는 등의 미흡한 점들이었다.

3. 본 론

3.1 직교 함수에 의한 신호 표현

실수 연속함수들의 집합 $\{S_n(t) = S_0(t), S_1(t), S_2(t), \dots\}$ 이 시간 $(t_0, t_0 + T)$ 범위에서 다음 식을 만족하면 Weight K 를 갖으며 직교하다하고 이들 함수들을 직교 함수라 한다.

$$\int_{t_0}^{t_0+T} K \cdot S_n(t) S_m(t) dt = \begin{cases} K & \text{if } m=n \\ 0 & \text{if } m \neq n \end{cases} \quad (1)$$

여기서 K=1 인 경우 정직교(orthonormal) 하다고 한다.

또한 $f(t)$ 가 $(t_0, t_0 + T)$ 범위에서 정의된 실수값의 신호라면 전개에 의하여

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n S_n(t) \quad (2)$$

로 표현할 수 있으며, 여기서 $\begin{cases} C_n: \text{전개의 } n\text{-번째 계수} \\ S_n: n\text{-번째 직교 함수} \\ n: 0, 1, 2, 3, \dots \end{cases}$

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) S_n(t) dt \quad (3)$$

이 된다.

그런데 실제로 신호 $f(t)$ 를 직교함수로 전개하여 표현할 때 전개하는 함수를 증가시켜도 오차가 일정값에 수렴하지 않는 직교함수도 있을 수 있으며 이러한 함수를 불안정한 직교함수라하고 그렇지 않은 경우는 완전하다하며 완전 직교함수의 필요 충분 조건중의 하나로서 신호함수 $f(t)$ 에 대하여

$$\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)^2 dt < \infty, \text{ 및 } \int_{t_0}^{t_0+T} |f(t) - \hat{f}(t)|^2 dt < \epsilon \quad (5)$$

($\epsilon > 0$ Small)

를 만족하는 유한한(N개) 전개(또는 확장)

$$\hat{f}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} C_n S_n(t) \quad (6)$$

가 존재하여야 한다.

따라서 식(2)의 최고 함수에 의한 전개는 일반적으로 $f(t)$ 가 무한가산집합 $\{C_0, C_1, C_2 \dots C_\infty\}$ 으로 표현되고 $S_n(t)$ 가 완전할 경우 허용할수있는 범위내에서 유한 가산집합 $\{C_0, C_1, \dots, C_{N-1}\}$ 으로 표현할수 있게 된다.

3.2 Haar 함수

Haar 함수집합은 주기적이며, 완전하고, 정칙적인 함수집합으로 1910년 수학자 Haar씨에 의하여 제안 되었으며 이 집합중 첫 8개에 대한 모양을 보면 그림-1 과 같다.

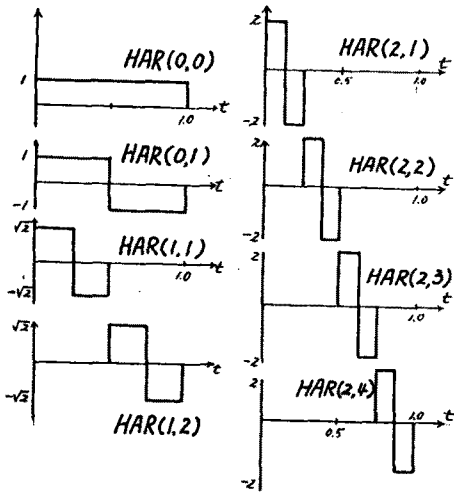


그림 1 Haar 함수

Haar 함수 $\{H_Ar(n, m)\}$ 를 생성하는 반복관계식은 다음과 같다.

$$H_Ar(0, 0) = 1,$$

$$H_Ar(n, m) = \begin{cases} 2^{(m/2)} & \frac{m-1}{2^n} \leq t < \frac{m-1/2}{2^n} \\ -2^{(m/2)} & \frac{m-1/2}{2^n} \leq t < \frac{m}{2^n} \\ 0 & \text{그밖의 구간} \end{cases} \quad (7)$$

여기서 $0 \leq n < \log_2 N$, $1 \leq m \leq 2^n$ 이며 순서를 나타낸다.

Haar 함수가 갖는 성질로서는 주어진 신호 $f(t)$ 를 많지 않은 항으로도 비교적 정확히 표현할수 있고 그 함수의 크기는 순서중에 있는 위치에 따라 다르나 그 값은 한 함수에 대하여 3가지 상배 ($2^{n/2}, -2^{n/2}, 0$) 만을 가지며 처음의 2개는 주기동안 값이 있지만 그밖의 것들은 주기중 일부기간에만 값을 가진 것으로 구성되어 Image processing 에서 가장자리 또는 윤곽 추출에 매우 유리하다.

Haar 변환과 그의 역변환을 매트릭스 형태로 표현하면 다음과 같으며

$$H = \frac{1}{N} [Ha(L)]^X \quad (8)$$

$$X = [Ha(L)] H \quad (9)$$

여기서 Ha : Haar 변환 Matrix,

$L = 2$ 의 경우

$$H_A(2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & -1 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

L 을 증가시키면 H_A 가 더 Sparse 하여져 다른 어떤 최고 변환보다 변환 계산이 용이한것이 또 하나의 특징이다.

이산신호 $\{X, X_1, \dots, X_{N-1}\}$ 에 대한 Haar 변환중 $N=8$ 인 경우의 고속변환을 위한 신호 흐름도는 아래 그림-2 와 같다.

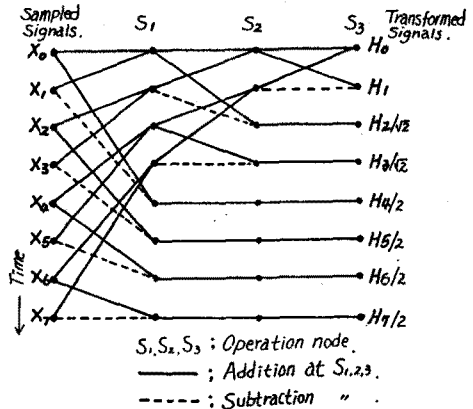


그림 2 Fast Haar 변환 흐름도

3.3 기본파 추출을 위한 방안

임의의 신호 $f(t)$ 에 대하여 Fourier 급수토 전개하면 $f(t) = F_0 + 2F_1 \sin \omega t + 2F_2 \cos \omega t + 2F_3 \sin 2\omega t + \dots$ (11)

이 되고 Haar 급수토 전개하면

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n \cdot H_Ar(n, m, \frac{t}{T}) \quad (12)$$

여기서 F_0, F_1, F_2, \dots 들의 조합과 H_n 들의 조합은 Hilbert 공간에서 벡터를 형성하며 두 벡터는 최고 매트릭스 A 에 의하여 다음과 같은 관계로 갖게 된다.

$$H = AF \quad (13)$$

한편 전력계통에서 보호계전을 위하여 필요한 정보는 계통의 기본파 전압, 전류에 대한 파라메터인 실효치 크기와 위상각을 정확히 알수 있어야 하므로 얻고자하는 것은 결국 F 중에서 F_1 및 F_2 이다. 이것은 Fourier 변환으로 구할수 있으나 본 연구에서는 변환이 쉬운 Haar 변환으로 H 를 계산하고

$$F = A^{-1}H \quad (14)$$

에 의하여 F_1, F_2 를 추출한다.

여기서 A 는 식(11)에 표현된 Fourier 함수들을 입력으로 하고 출력이 H 로 표시될수 있는 Filter

의 전달 함수와 같은 것으로 N=16의 경우 A와 A⁻¹를 구하면 다음과 같다.

A =

.0003	.0000	.0000	.0000	.3001	.0000	.0000	.0000	.1801	.0000	.0000	.0000	.1286
.0000	.6366	.6366	.0000	.0000	.2122	.0000	.0000	.0000	.1273	.2122	.0000	.0000
.0000	.6366	.6366	.0000	.0000	.2122	.0000	.0000	.0000	.1273	.2122	.0000	.0000
.1865	.1865	.0000	.4502	.3623	.3623	.4502	.0000	.2174	.2174	.0000	.1501	.0266
.1865	.1865	.0000	.4502	.3623	.3623	.4502	.0000	.2174	.2174	.0000	.1501	.0266
.1865	.1865	.0000	.4502	.3623	.3623	.4502	.0000	.2174	.2174	.0000	.1501	.0266
.1865	.1865	.0000	.4502	.3623	.3623	.4502	.0000	.2174	.2174	.0000	.1501	.0266
.0895	.0371	.1318	.1318	.1003	.2421	.0000	.3183	.1347	.3253	.2562	.2562	.3233
.0371	.0895	.1318	.1318	.2421	.1003	.0000	.3183	.3253	.1347	.2562	.2562	.1339
.0371	.0895	.1318	.1318	.2421	.1003	.0000	.3183	.3253	.1347	.2562	.2562	.1339
.0895	.0371	.1318	.1318	.1003	.2421	.0000	.3183	.1347	.3253	.2562	.2562	.3233
.0895	.0371	.1318	.1318	.1003	.2421	.0000	.3183	.1347	.3253	.2562	.2562	.3233
.0371	.0895	.1318	.1318	.2421	.1003	.0000	.3183	.3253	.1347	.2562	.2562	.1339
.0371	.0895	.1318	.1318	.2421	.1003	.0000	.3183	.3253	.1347	.2562	.2562	.1339
.0895	.0371	.1318	.1318	.1003	.2421	.0000	.3183	.1347	.3253	.2562	.2562	.3233

A⁻¹ =

.9120	.0000	.0000	-.1889	.1889	.1889	.1889	.0907	.0376	.0376	.0907	.0907	.0376
.0000	.6449	.6449	.1889	.1889	.1889	.1889	.0376	.0907	.0907	.0376	.0376	.0907
.0000	.6704	.6704	.0000	.0000	.0000	.0000	.1388	.1388	.1388	.1388	.1388	.1388
.0000	.0000	.0000	.4740	.4740	.4740	.4740	.1388	.1388	.1388	.1388	.1388	.1388
.3374	.0000	.0000	.4072	.4072	.4072	.4072	.1127	.2721	.2721	.1127	.1127	.2721
.0000	.2386	.2386	.4072	.4072	.4072	.2721	.1127	.1127	.2721	.2721	.1127	.1127
.0000	.0000	.0000	.5554	.5554	.5554	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.3927	.3927	.3927	.3927	.3927	.3927	.3927
.2510	.0000	.0000	.3030	.3030	.3030	.3030	.1878	.4535	.4535	.1878	.1878	.4535
.0000	.1775	.1775	.3030	.3030	.3030	.3030	.4535	.1878	.1878	.4535	.4535	.1878
.0000	.3451	.3451	.0000	.0000	.0000	.0000	.4165	.4165	.4165	.4165	.4165	.4165
.0000	.0000	.0000	.2440	.2440	.2440	.2440	.4165	.4165	.4165	.4165	.4165	.4165
.2526	.0000	.0000	.0523	.0523	.0523	.0523	.6349	.2630	.2630	.6349	.6349	.2630
.0000	.1786	.1786	.0523	.0523	.0523	.0523	.2630	.6349	.6349	.2630	.2630	.6349
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.3927	.3927	.3927	.3927	.3927	.3927

이론에서는 A⁻¹ = A^t 이지만 N을 유한한값인 16에서 제한하므로 위의 계산 결과와 값이 약간 다르게 되었고 N을 더증가시키면 A⁻¹ = A^t로 접근하게 된다.

A⁻¹로부터

$$F_1 = 0.91198 H_1 + 0.1888 (-H_4 + H_5 + H_6 - H_7) + 0.0907 (-H_8 + H_{11} + H_{12} - H_{15}) + 0.03757 (-H_9 + H_{10} + H_{13} - H_{14}) - (15)$$

$$F_2 = 0.64486 (H_2 - H_3) + 0.1888 (H_4 + H_5 - H_6 - H_7) + 0.0907 (H_9 + H_{10} - H_{13} - H_{14}) + 0.03757 (H_8 + H_{11} - H_{12} - H_{15}) \quad (16)$$

관계를 얻을수있고 이제 임의의 신호 f(t)로부터 Hn를 구하기 위하여 앞의 그림(2)에 있는 고속 Haar 변환 알고리즘을 매번 새로이 적용하는 경우 2(N-1)회의 가산(또는 곱산)이 소요되나 본 연구에서는 실시간화를 위하여 앞단의 계산값중 가장 오래된 것과 최근에 들어온 신호에 의하여 계산값을 제외하고는 모두 재사용하므로 연산회수를 감소시키고자 pipeline 식 처리 방식으로 하였다.

이때 매번의 연산회수는 원래의 1/2 이하 (2 + N/4 + N/8 + ... + N/2log2N)로 줄일수 있어 N=16인 경우 단지 16회의 가산만으로 Haar 변환이 이루어 진다.

따라서 F1, F2를 구하기 위해 (15), (16)식에서 3항까지만 적용하고 (이때 오차는 +0.6%이내) 연산속도를 높이기 위하여 본래 Haar 변환시 적용했어야 할 (1/N)과 2(N/2) 곱셈을 식 (15), (16)의 계수값 (0.91198, 0.64486, ...)에 반영시키고, 이들중 2, 3 항의 계수는 μP에서 연산속도가 높은 Shift 동작으로 처리하기 위해 다음과 같이 식을 수정하였다.

$$F_1 = 0.912 B + 0.3778 C + 0.2565 D = 0.912 B + (\frac{1}{4} + \frac{1}{8}) C + (\frac{1}{4}) D \quad (17)$$

$$F_2 = 0.912 E + (\frac{1}{4} + \frac{1}{8}) G + (\frac{1}{4}) J \quad (18)$$

여기서 B = N·H1 = ∑_{i=0}^{N-1} Xi·i·HAR(1, 1)
C = N(-H4 + H5 + H6 - H7)
D E G J =

이와 같이하여 계산된 전압과 전류의 벡터는

$$\dot{I} = F_{i1} + jF_{i2} \quad (19)$$

$$\dot{V} = F_{v1} + jF_{v2} \quad (20)$$

이 되고 본 계산에 필요한 μP상의 연산의 종류와 양을 보면 가산: 68회, 곱셈: 4회 Shift-Right: 6회이다.

3.4 보호 계전 알고리즘

전력계통에는 여러 종류의 보호 계전기가 있으나 본 연구에서는 특고압이상 송전선 보호에 적용될수 있는 임피던스 계전기 (거리 계전기라고도함)를 대상으로 하였다.

임피던스 계전기라하면 원래 Z = V/I로 특성 이 표시되지만 실제로는 방향성을 갖는 MHO형, 또는 사고점 저항에 무관한 리액턴스형(OHM)이 실용되고 있으며, 이들의 특성은 그림-3과 같다.

계전기에서 사고 판별은 원칙적으로 측정된 임피던스 < 설정된 임피던스 이나

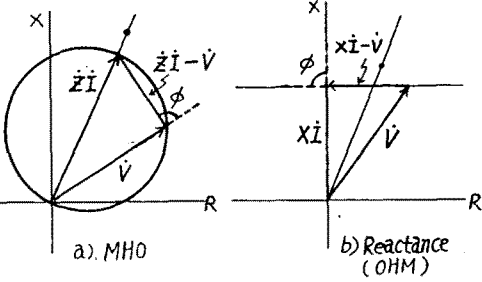


그림 3 임피던스 계전기 특성

MHO 형에서는 V 와 (Z·I - V) 사이의 상차각 φ에 의하여

- φ < 90° : 보호 구간 내부 사고
- φ > 90° : 보호 구간 외부 사고

OHM 형에서는 XI 와 (XI - V) 사이의 상차각에 대하여 같은 방법으로 판정함은 이미 알려진 사실이다.

본 연구에서는 Digital 연산에 적합하도록 하기 위하여 벡터의 내적이 양수인지 음수인지 비교하는 방안 (AB = a1b1 + a2b2 + ... + anbn ≥ 0) 을 시도하였다.

MHO 형의 경우

$$a_1 = F_{V1}, \quad b_1 = (RF_{i1} - XF_{i2} - F_{V1})$$

$$a_2 = F_{V2}, \quad b_2 = (RF_{i2} + XF_{i1} - F_{V2})$$

단 $Z = R + jX$

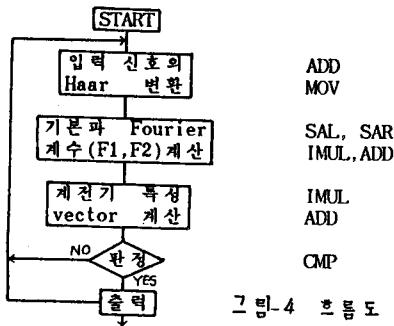
MHO 형의 경우

$$a_1 = XF_{i1}, \quad b_1 = (XF_{i1} - F_{V1})$$

$$a_2 = XF_{i2}, \quad b_2 = (XF_{i2} - F_{V2})$$

이 된다.

이들 사고 판정을 위한 소요 연산은 가(감)산 6회 곱셈 4회 비교 1회 만으로 가능하였다.



이제까지 언급된 내용들을 구현하는 신호 흐름도는 그림-4와 같으며 16 point 신호 변환으로 부터 사고 판정까지의 총 소요시간은 12비트 A/D 변환과 16비트 프로세서 8086 (5.0 MHz) 을 사용하는 경우 샘플링 간격($t=1,041\mu s$) 보다 빠른 $950\mu s$ 이내에 처리 되어 실시간 운전이 가능함을 알수 있다.

4. 결 론

이상의 연구 결과를 요약하면 사고시 고조파 신호가 포함된 전압, 전류에서 순수한 기본파만을 추출하기 위하여, 연산이 용이한 Haar 함수를 이용하는 방안을 제시하였고 이로부터 전력계통의 곤란을 이루는 송전선 보호용 거리계전기를 마이크로프로세서를 이용하여 실시간화 할수 있음을 보였다.

앞으로 이 분야에 더 연구해야 할 사항으로는 사고 발생으로부터 판정까지 1 cycle 이 걸리는 것을 줄이기 위하여 보다 더 짧은 기간($\frac{1}{2}$ 또는 $\frac{1}{4}$ cycle) 의 정보로부터 정확한 사고 판정을 할수 있는 알고리즘의 연구가 기대된다.

참 고 문 헌

1. N.Ahmed, K.R.Rao ; Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing, Sprigge - Verlag, 1975.
2. K.G.Beauchamp : Walsh Functions and Their Applications, Academic Press, 1975
3. Douglas F.Elliott, K.Ramamohan Rao : Fast Transforms Algorithms, Analysis, Applications Academic press 1982. p399 - p 405
4. Athanasios Papoulis : Circuits and Systems. A Morden Approach. HRW New.York 1980
5. MIR MUSTAHSAN ; Microcomputer-Based Protection of power Systems. U M I. 1986 P 147, 218
6. B,DON RUSSELL ; Power System Control and Protection. P 83 - 126
7. GROVER, JAMES ELLIOT ; Investigation in Electrical Power Systems Protection Using Digital Computers. UMI 1986
8. D.B.Fakruddin, K.Parthasarathy, Lawrence Jenkins, and K.S.Ramanjaneyulu ; Microprocessor-Based Algorithm for Symmetrical-Components Calculation ; proc, vol11. No. 12.Dec 1983
9. Russell Rector-George Alexy ; The 8086 Book indudes the 8088.
10. 小林 進 : 保護繼電技術. 雷気書院