

로보트를 위한 Dynamics 방정식의 해 유도와 Controller설계에 관한 연구

○ 우상래, 김형래, 박인갑

전국대학교 공과대학 전자공학과

A Study on the Solution of Dynamics Equation and
the Design of Controller for ROBOT

Sang-Lae Woo, Hyung-Lae Kim, In-Kap Park

Kon-Kuk University

ABSTRACT

In this paper, a servo controller for a robot manipulator is developed. It consists of a conventional MRAS controller for each joint together with a feedback control to Dynamics compensation. To generate the control torque effectively a current drive method is adopted. The speed of the actuator is measured by using a tachometer and the position of the link is measured by using a potentiometer. To show the effectiveness of the proposed control algorithm, the proposed controller is tested in real time.

I. 서론

Dynamics를 해석하여 로보트 운동을 Simulation하거나 알맞는 제어 방식을 구성할 때, 혹은 로보트의 구조를 해석 할 때 유용하게 사용 된다.

본 논문에서는 로보트의 Dynamics 식을 세우고 이에 적합한 제어기기를 실현하여 보았다.

그러나 Dynamics 방정식의 계산량이 방대하기 때문에 이를 수 msec 동안으로 나누어 계산하고 메모리에 저장한 후, 이것을 출력하여 실험을 진행하여 실시간 제어가 가능하게 하였다.

Model Reference Adaptive System 을 소프트웨어로 실현하였다. 이방법은 고유Reference model과 실제 System에 대한 Feedback Gain을 바꾸어 줌으로 쉽게 수행 할 수 있다. 또 Potentiometer 와 Tachometer로 위치와 속도를 감지하고 오차를 보완하여 출력하여 정확한 제어를 위해 Feedback 제어를 하여 주었다.

II. 본론

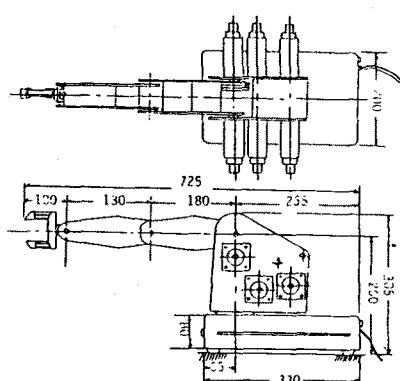


그림 1. KON-KUK I 로보트의 외관

본 논문에서 사용한 KON-KUK I 로보트는 6축 5자유도인 Revolute Joint로 구성 되고, Wire로 동력을 전달하여 매 우 부드럽게 작동한다.

II-1. Lagrange-Euler (L-E) 의 운동 방정식

n자유도를 가진 로보트의 운동방정식을 유도할 때 다음과 같은 식을 이용하여 방정식의 해를 유도 한다.

1) i-번째 좌표계에서 i번째 좌표계와 이웃하는 관절사이에 공간 전달이 일어나는 것을 4×4 Homogeneous Matrix로 나타내면 일반적으로 A_0 은 다음과 같다.

$$A_0 = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & -\sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & 0 & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(2-1)

논문에서는 KON-KUK I 로보트가 Revolute Joint로 만 이루어져 있으므로 식(2-1)을 이용 한다

2) Lagrange-Euler 방정식

일반적인 Lagrange-Euler 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad (i=1,2,\dots,n)$$

L = Lagrange 함수 = 운동 에너지(K) - 위치 에너지(P)
 q_i = 로보트의 일반적인 좌표계 ; Revolute
 $q_i = \theta_i$, Prismatic $q_i = d_i$

q_i = 일반적인 좌표계 q_i 를 시간의 미분

τ_i = 일반적인 로보트의 적용 되는 힘(토오크)

i) 로보트 팔의 속도

운동 L-E 방정식은 각 Joint의 속도에 관한 로보트의 운동 에너지를 알아야 한다. 여기서는 Link i 점의 속도를 계산하고 이 Link에서의 모든 점의 영향을 계산 한다. R_i 는 Link i 에 고정된 점이라 하고 i -번째 좌표계를 Homogeneous 좌표계로 설명 한다.

$$R_i = (x_i, y_i, z_i)^T$$

단 Superscript "T"는 벡터와 Matrix의 Transpose operation이다.

점 R_i 뿐만 아니라 다른 점을 Link i 에 고정시키고 i -번째 좌표계에 관한 zero 속도를 갖는다.

기본 좌표계에 대한 Link i 의 한점 R_i 의 속도는 다음과 같다.

$$V_i = \frac{dR_o}{dt} \quad (2-3)$$

기본 좌표계에 대한 $R_i = R_o$ 이다.

$$\begin{aligned} V_o &\equiv V_i = \frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt} \right] \right] \right] \right] \\ &= \sum_{j=1}^i \frac{\partial R_o}{\partial q_j} R_i \quad (2-4) \end{aligned}$$

단 $i=1, 2, 3, \dots, n$

q_i 에 관해 Ao 를 줄 때 Matrix Q_i 를 대입하여 용이하게 계산 할 수 있다.

Revolute Joint인 경우;

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

$$\text{여기서 } \frac{d}{dq_i} = Q_i \cdot A_{i-1} \quad (2-6)$$

이다.

KUK-KUK I 로보트 팔에 적용 하면 $i=1$ 그리고 $q_i=0$ 이다.

$$\begin{aligned} Ao &= \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta & \sin\theta & \cos\theta & -a\sin\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta & \sin\theta & \cos\theta & -a\cos\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= Q_i Ao \quad (2-7) \end{aligned}$$

때문에 U_{ij} 를 정의 하면 다음과 같이 된다.

$$U_{ij} = \begin{cases} Ao \cdot Q_j \cdot A_{j-1} & ; \text{단 } j \leq i \\ 0 & ; \text{단 } j > i \end{cases} \quad (2-8)$$

이를 이용하여 로보트 팔의 속도 V_i 를 구하면 다음과 같다.

$$V_i = \sum_{j=1}^i U_{ij} q_j R_i ; \text{단 } i=1, 2, \dots, n \quad (2-9)$$

식(2-9)로부터 속도를 구할 수 있다.

다음은 Joint 상호간의 내부운동 효과(Interaction effect)가 필요하다.

$$\frac{\partial U_{ij}}{\partial R_k} = U_{ijk} = \begin{cases} A_{i-1} \cdot K_{i-1} \cdot A_j & ; \text{단 } i \geq j, k \geq j \\ A_o \cdot Q_j \cdot A_{j-1} \cdot Q_k \cdot A_{k-1} & ; \text{단 } i \geq j, k \geq j \\ 0 & ; \text{단 } i < j \text{ or } i > k \end{cases} \quad (2-10)$$

ii) 로보트 팔의 운동 에너지

Link i 에서의 모든 점에서 속도를 얻은 후, 모든 Link에서의 운동 에너지를 구할 필요가 있다. K_i 를 기본 좌표에서 해석되는 Link i 의 운동 에너리라 하면, Link i 에서 질량 m 일 때 운동 에너리는 $\frac{1}{2}mv^2$ 이다. 한점에서의 질량을 d_m , 이점에서의 운동 에너지 dK_i 라 하면 dK_i 는

$$dK_i = \frac{1}{2} (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) dm = \frac{1}{2} \text{Trace}(V_i V_i^T) dm$$

Tr 은 정방 행렬에서의 Trace operator이다.

식(2-20)에서의 V_i 를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} dK_i &= \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\sum_p U_{ip} q_p R_i (\sum_r U_{ir} q_r R_i) \right] dm \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\sum_i \sum_r U_{ip} U_{ir} q_p q_r R_i^2 \right] dm \end{aligned}$$

모든 점에 운동 에너지는 합하고 적분해야 한다.

$$K_i = \int dK_i = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\sum_i \sum_r U_{ip} \left(\int R_i R_i^T dm \right) U_{ir} q_p q_r \right]$$

괄호 안의 적분항은 i 번째 좌표계에 대한 Link i 의 모든 점의 관성이다.

$R_i = (x_i, y_i, z_i, 1)$ 는 먼저 정의되었고 J_i 는 inertia tensor matrix라고 설명 할 수 있다.

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (-l_{xx} + l_{yy} + l_{zz}) + m_i l_x^2 & l_{xy} & l_{xz} & m_i l_x \\ l_{xy} & \frac{1}{2} (l_{xx} - l_{yy} + l_{zz}) + m_i l_y^2 & l_{yz} & m_i l_y \\ l_{xz} & l_{yz} & \frac{1}{2} (l_{xx} + l_{yy} - l_{zz}) + m_i l_z^2 & m_i l_z \\ m_i l_x & m_i l_y & m_i l_z & m_i \end{bmatrix}$$

때문에 모든 Link의 운동 에너지는 로보트 팔의 총 운동 에너지 K 로 주어진다.

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_r \sum_t \text{Tr} (U_{ip} J_i U_{ir} q_p q_r)$$

J_i 는 Link i 의 질량 분포에 독립적이다.

iii) 로보트 팔의 위치 에너지

로보트 팔의 위치 에너지를 P 라 하고 Link i 의 위치 에너지를 P_i 라 하면 다음과 같다.

$$P_i = -m_i G \cdot R_o = -m_i G (A_o \cdot R_i); i=1, 2, \dots, n$$

여기서 G 는 중력 low vector (g_x, g_y, g_z, θ)이고 기준 좌표계에서 설명 한다. 로보트는 해면을 기준으로 $G(0, 0, -|g|, \theta)$ 이고 G 는 중력 가속도(9.8062 m/sec^2)이다. 로보트의 총 위치 에너지는 각 관절의 위치 에너지의 합으로 구할 수 있다.

$$P = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n -m_i g (A_o \cdot R_i) \quad (2-11)$$

iv) 운동의 Lagrange-Euler 함수

$$\begin{aligned} \tau_i &= \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^i \text{Tr} (U_{ij} \cdot J_j \cdot U_{ji}) q_k + \\ &\quad \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j \sum_{m=1}^k \text{Tr} (U_{jk} \cdot J_i \cdot U_{ij}) q_k q_m \\ &\quad - \sum_{j=1}^n m_j G \cdot U_{jj} \cdot R_i; i=1, 2, \dots, n \quad (2-12) \end{aligned}$$

식(2-12)를 일반적 으로 간단하게 하면 다음과 같다.

$$\tau = D(\theta) \dot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (2-13)$$

여기서

$$G(\theta) = N \times 1 \text{ 중력 부하 벡터}$$

$H(\theta, \dot{\theta}) = N \times 1 \text{ Coriolis 그리고 원심력 벡터}$
 $D(\theta) = N \times N \text{ Inertial acceleration - related 등방 Matrix}$

τ joint 모터의 토오크 혹은 힘이다.

II-2 . KUK-KUK I로보트의 2관절의 Lagrange-Euler Dynamics의 해

i 관절의 Kinematic 구조해석에서 Homogeneous Transformation matrix A_{i-1} 을 얻는다.

$$\begin{aligned} A_{i-1} &= \begin{bmatrix} C_i - S_i \theta & L C_i \\ S_i C_i & L S_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &\quad \text{단: } S_i = \sin\theta_i \\ &\quad C_i = \cos\theta_i \end{aligned}$$

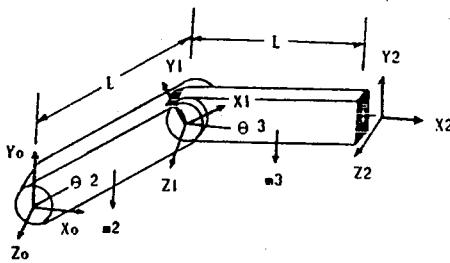


그림 2. KUKA I 로보트의 2,3 관절

Joint 변수; θ_2, θ_3 관절의 무게; m_2, m_3 관절의 변수
 $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$; $d_2 = d_3 = 0$; $a_2 = a_3 = 180$ mm

식 (2-8)을 사용하면 다음과 같다.

$$U_{22} = Q_2 A_1 = \begin{bmatrix} -S_2 & -C_2 & 0 & -L S_2 \\ C_2 & S_2 & 0 & L S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

같은 방법으로 U_{32} 과 U_{33} 를 구하면 다음과 같다.

$$U_{32} = \begin{bmatrix} -S_{23} & -C_{23} & 0 & -L(S_{23} + S_2) \\ C_{23} & -S_{23} & 0 & L(S_{23} + C_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{33} = \begin{bmatrix} -S_{23} & -C_{23} & 0 & -L S_{23} \\ C_{23} & -S_{23} & 0 & L S_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

J inertia tensor matrix를 구하면 다음과 같다.

$$J_2 = \begin{bmatrix} 1/3m_2L^2 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}m_2L \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}m_2L & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} 1/3m_3L^2 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}m_3L \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}m_3L & 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

Initial Acceleration related 을 구하면 다음과 같다.

$$D_{22} = Tr U_{22} J_2 U_{22} + Tr U_{32} J_3 U_{32} = 1/3m_2L^2 + 4/3m_3L^2 + m_3C_3L^2$$

$$D_{23} = D_{32} = Tr U_{33} J_3 U_{32} = 1/3m_3L^2 + \frac{1}{2}m_3L^2C_3$$

$$D_{33} = Tr U_{33} J_3 U_{33} = 1/3m_3L^2$$

Coriolis 힘과 원심력 힘을 계산하면 다음과 같다.
 $i=2$ 일 때
 $H_2 = \sum_{k=2}^3 \sum_{m=2}^3 H_{2km} \theta_k \dot{\theta}_m = H_{222} \theta_1 \dot{\theta}_2 + H_{223} \theta_1 \dot{\theta}_3 + H_{232} \theta_2 \dot{\theta}_3 + H_{233} \theta_2 \dot{\theta}_3$

식(2-10)에서 $U_{jk\theta}$ 의 정의를 사용하여 $H_{jk\theta}$ 을 구한다.
그러므로 joint 2에서

$$H_2 = \frac{1}{2}m_3S_3L^2 \theta_2 \dot{\theta}_2 - m_3S_3L^2 \theta_2 \dot{\theta}_3$$

$i=3$ 에서는

$$H_3 = \sum_{k=2}^3 \sum_{m=2}^3 H_{3km} \theta_k \dot{\theta}_m = H_{233} \theta_2 \dot{\theta}_3 + H_{323} \theta_2 \dot{\theta}_3 + H_{332} \theta_2 \dot{\theta}_3 + H_{333} \theta_2 \dot{\theta}_3 = \frac{1}{2}m_3S_3L^2 \theta_2 \dot{\theta}_3$$

중력 항은 다음과 같다.

$$G = (G_2, G_3)$$

$$G_2 = m_2 G U_{22} \bar{R}_2 + m_3 G U_{32} \bar{R}_2 = -\frac{1}{2}m_2 G L C_2 - \frac{1}{2}m_3 G L C_2 - m_3 G L C_2$$

$$G_3 = -m_3 G U_{33} \bar{R}_3 = -\frac{1}{2}m_3 G L C_3$$

마지막으로 2관절 로보트의 운동 Lagrange-Euler방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{\theta} = D(\theta) \dot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}m_2L^2 + 4/3m_3L^2 + m_3C_3L^2 & 1/3m_3L^2 + \frac{1}{2}m_3C_3L^2 \\ 1/3m_3L^2 + \frac{1}{2}m_3C_3L^2 & 1/3m_3L^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}m_3S_3L^2 \theta_2 \dot{\theta}_3 - m_3S_3L^2 \theta_2 \dot{\theta}_3 \\ \frac{1}{2}m_3S_3L^2 \theta_2 \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}m_2G_L C_2 - \frac{1}{2}m_3G_L C_2 - m_3GL C_2 \\ -\frac{1}{2}m_3GL C_2 \end{bmatrix}$$

11-3. Controller의 설계

본 논문은 정확한 위치 및 속도를 제어하기 위하여 M.R.A.S(Model-Reference Adaptive System)을 채택하였다.

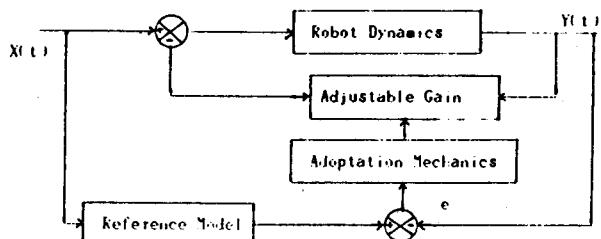


그림 3. MRAS 볼록도

본 논문에서 채택한 MRAS방식은 수행하기 쉽기 때문에 가장 널리 사용되고 있다.

먼저 계산된 값과 실제로 얻은 System값을 비교하여 그의 오차를 다시 System으로 출력하여 실제 안하는 응답을 효과적으로 쉽게 구할 수 있다.

이 실험에서는 Dynamics방정식으로 계산된 위치와 속도 값과 Feedback된 값을 비교 하여 원하는 Gain을 쉽게 로보트에 전달 할 수 있었다.

본 논문에서는 Sensor를 사용하지 않는 대신 모터의 전류를 측정하므로써 원하는 토오크를 발생시켜 보다 경제적이고 쉽게 제어 했다.

이를 선택한 이유는 모터에서 많은 전류를 소비하므로 D/A 변환기의 전류로는 전류가 미세하기 때문에 D669라는 transistor을 사용하여 최대 1.5Amperre까지 증폭하여 모터의 동작 전원으로 사용하였다. 이때 전류는 D/A 변환기 출력에 따라 변화하게 된다.

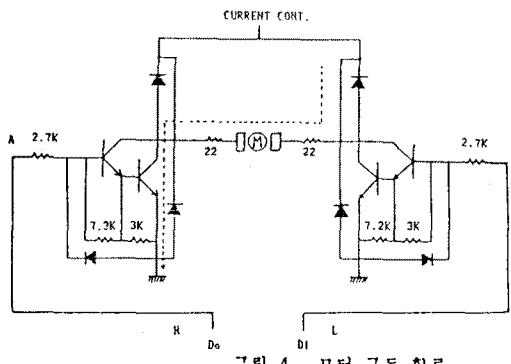


그림 4. 모터 구동 회로

Tachometer 출력 전압이 0보다 작을 경우 level up 시켜 0보다 크게 만들어 준다. 속도가 0일 경우 2.5 V를 유지하게 하고 시계 반대방향의 최대 속도일 때 +5 V, 시계 방향의 최대 속도일 때 -5 V가 되도록 하여 속도와 방향을 알 수 있게 속도 검출기를 제작하였다. 본 논문에서 사용한 위치 검출은 Potentiometer를 사용하여 측정을 시켰다. 여기서 Potentiometer를 관절에 부착하여 기어와 wire에서 생기는 오차가 있더라도 관절이 움직인 위치 정보를 정확히 측정하게 제작되어 있다.

III-4. Interface 의 설계 와 지원 Software 의 설계

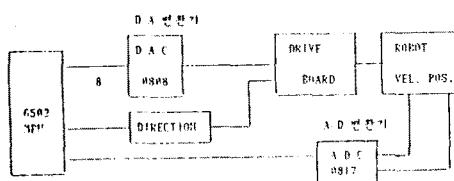


그림 5. 전체 시스템 블록도

그림5는 본 논문에서 사용한 전체 시스템 블록도이다. 여기서 D/A 변환기, A/D 변환기, 구동 보드 Interface 가 필요했다. APPLE II+ 컴퓨터에서 명령 데이터가 출력되면 D/A 변환기를 거쳐 Analog 신호로 바뀌고 또, 데이터에 따라 방향 제어 기에서 방향 성분이 주어지면 출력된 속도와 위치를 A/D 변환기 를 거쳐 오차를 다시 D/A 변환기로 출력시켜 error 를 보상한다. 여기서 방향제어기는 I/O Selector 를 사용하여 SC300에 Buffer 를 사용하여 방향 데이터를 출력시켜 방향 성분을 결정한다.

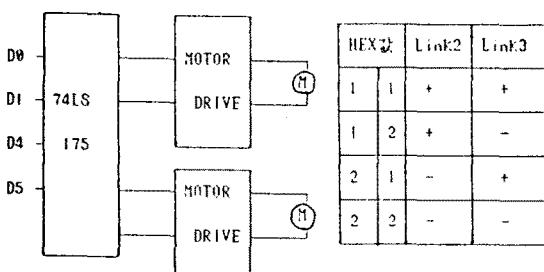


그림 6. 방향 제어기

표 1. 방향 성분

본 논문에서 사용한 D/A 변환기는 DEVICE SELECT 신호가 떨어지면 LSB 와 MSB 가 latch를 통하여 DAC 0808 에 들어와 들어온 데이터를 0-225 level로 나누어 출력한 고, 이 출력을 Op.Amp.로 증폭하여 최대 +15 V까지 출력되어 전류 제어기에 들어 어간다. Dynamics 방정식을 프로그램하여 계산하고 이

결과치를 \$2000 - \$3FFF 에 저장하고 1 번지에 2.5msec 마다 한번씩 데이터를 출력시켜야 하고 2.5msec 마다 위치, 속도 검출 및 error의 보상을 출력 시키고 각 메모리에 저장하여야 한다.

III. 실험 및 고찰

Dynamics 방정식에 소요되는 시간을 미리 계산하여 메모리에 저장하여 실시간 제어를 용이하게 하였다. 그러나 2 관절을 수십초 움직이기 위해 메모리를 4K X 3bit 사용하므로 메모리의 확장 및 좀더 계산 속도가 빠른 마이크로 프로세서가 필요하다. 여기서 Dynamics 방정식을 해석하므로 관절이 움직이는 속도를 일정하게 할 수 있었다. 또한 MRAS 제어 방식으로 error를 보정하여 이의 신뢰도를 높였다. 위치 감지기는 위치에 따라 0 - 5 V의 전압으로 감지하여 A/D 변환기를 거쳐 메모리에 저장되며 속도 감지기도 속도에 따라 0 - 5 V로 변화하는데 2.5 V를 기준으로 전압이 높을수록 반시계방향, 낮을수록 시계방향으로 관절이 움직이는 것을 알 수 있게 제작되었다.

IV. 결론

본 논문에서는 본 연구실에서 제작된 KON-KUK I 로보트를 사용하여 전류 제어에 의한 Dynamics Controller를 실현하였다. 각 관절의 운동 속도는 매우 일정하였고 MRAS 제어 방식으로 동작도 매우 부드러웠다. 이것을 직접 이용하면 Trajectory 등에 매우 유용할 것으로 사료된다. 그러나 전류 제어 능력에 한계가 있고 모터 전류에 한계가 있어 고속의 작업을 수행하기 힘들었다. 또한 계산기의 계산 속도 때문에 로보트 Dynamics 제어를 실시간 제어가 불가능 하므로 이를 위하여 계산기의 속도를 올리야 하고 Multi-processor들을 사용한 컴퓨터의 도입이 필요하다. 이 실험에서 Dynamics 방정식을 시간별로 나누어 계산하고 데이터를 저장하여 수행하였다. 으므로 실시간 제어가 가능하였고, 많은 메모리를 사용하였으므로 그보다 더 오래 작동하기 위해서는 더 많은 양의 메모리가 필요하다. 때문에 컴퓨터의 메모리 확장이 필요하다고 사료된다. 본 논문에서 사용한 MRAS 제어 방식의 Algorithm은 간단하고 응답이 매우 좋았으므로 이 제어방식이 널리 사용될 것으로 생각된다.

참고 문헌

- [1] James E. Poulin "Practical Considerations in DC Motor and Amplifier Selection," IEEE TRANSACTIONS on Industry Applications, Vol. IA-20, No.5, September/October 1984.
- [2] Symon, K.R. "Mechanics," 3rd Addition Addison-Wesley 1971, pp.107-130.
- [3] Whitney, D.E. "The Mathematics of Coordinated Control of Prosthetic Arms and Manipulator," ASME Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control, December, 1972, pp.303-309
- [4] K.S. George Lee "Robot Arm Kinematics, Dynamics, and Control," Computer, December, 1982, pp. 62-80.
- [5] S. Dubowsky, D.T. Deforges "The Application of Model Referenced Adaptive Control to Robotic Manipulator," ASME Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control, September, 1979, pp.193-200
- [6] Richard P. Paul "Robot Manipulators Mathematics, Programming, and Control," The MIT Press 1982.
- [7] R.P. Paul "Modeling, Trajectory Calculation, and Servoing of a Computer Controlled Arm," Stanford A.I. Lab. Memo AM-177