

MRAC 기법을 이용한 로봇 매니플레이터의 제어

이 효섭 * : 한양대
 김홍필 : 한양대
 양해원 : 한양대

Control of a Robot Manipulator with MRAC Techniques

1. 서론

과거 수 십년 동안 로봇 매니플레이터의 제어에 관한 연구가 많이 진행되어 왔다. 그 중에서 가장 널리 사용된 방법은 "Computed torque" 방법으로, 특정한 위치, 속도, 가속도와 각 관절에 대한 매니플레이터의 동적방정식을 이용하여 제어입력을 계산하는 "Inverse dynamic concept"를 사용한다. 이 경우 고전적인 PID 제어 방법이 페루우프 오차를 보상하는데 이용되었다. 이와 같은 방법은 제어입력을 계산하는데 상당한 양의 계산과 컴퓨터 메모리영역을 필요로한다 [3][4].

로봇 매니플레이터는 구조가 복잡하고 비선형성이 아주 높으며, 매개변수들이 시변이고, 그리고 미리 알 수 없는 경우가 많고 또한 동작조건이 변화할 경우가 많기 때문에 적응제어기법을 이용하여 로봇 매니플레이터를 제어하고자하는 연구가 최근에 활발히 진행되고 있다. 그 중에서도 특히 Dubowsky[5]에 의한 MRAC기법 이용, Koivo[6]에 의한 STR기법 이용, Lee[7]에 의한 Perturbation equation이용들이 대표적이다. 한편 [6]의 경우에는 중력항이나 진동등의 영향을 무시하였으며, Clarke와 Gawthrop의 STR기법을 이용한 [6]의 방법은 [5]보다 강인하지만 개루우프 불안정(Lyapunov)특성을 나타낼 수 있는 flexible manipulator, low mass manipulator에 대해서는 적용이 부적합하다. 그리고 [7]의 방법에서는 추정해야 할 매개변수 수가 다른 방법에 비해 상당히 많아서 실시간제어 하기에 곤란하다고 할 수 있다.

상대차수가 1 보다 큰 경우 연속시간계통을 샘플링 간격을 충분히 작게 하여 이산계통으로 할때 불안정한 영역이 생긴다. Goodwin등[8]은 "δ-연산자"를 이용하여 샘플링간격을 충분히 작게 해주면 연속시간계통의 표현식과 이산시간에서의 표현식이 동일하게 되고, 따라서 연속시간계통의 연구결과들을 그대로 이산시간계통에 적용할 수 있음을 보였다.

본 연구에서는 이러한 간접 MRAC기법을 로봇 매니플레이터의 제어에 이용하고자 한다.

그러면 지금 활발하게 연구되고 있는 연속시간계통에서의 여러 연구결과들도 바로 적용할 수 있을 것으로 사료된다. 마지막으로 본 논문에서 사용한 기법의 효율성을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해서 알아본다.

2. 로봇 매니플레이터의 동적특성

일반적으로 6개의 관절을 가진 로봇 매니플레이터의 동적방정식은 Lagrange formulation으로 부터 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$D(\theta)\ddot{\theta} + Q(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = F_u(t) \quad (1)$$

여기서 $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ = 관절 공간에서의 위치, 속도, 가속도
 $D(\theta)$ = 가속도와 관련된 링크의 effective inertia 와 coupling inertia
 $Q(\theta, \dot{\theta})$ = Coriolis 와 centrifugal forces
 $G(\theta)$ = 중력에 기인하는 힘
 $u(t)$ = actuator의 입력
 F = 대각(coupling)행렬

(1)식에서 $D(\theta), Q(\theta, \dot{\theta}), G(\theta)$ 들은 삼각함수를 포함하고 있으며, 복잡한 비선형으로 구성되어 있기 때문에 디지털 시뮬레이션은 상당한 시간을 요한다. 그리고 로봇 매니플레이터가 움직일 때 마다 그러한 매개변수의 값들은 변한다.

이와 같은 이유로 인하여 종래의 PID제어 방법을 쓸 경우 매우 불편 마다 상당한 양의 연산을 해야 하므로 번거롭다. 따라서 (1)식과 같은 복잡한 비선형 동적방정식을 적당히 선형화 시켜서 근 손실이 없는 범위내에서 선형이론을 적용하는것이 효율적이라 할 수 있다.

3. "δ-연산자"를 이용한 기준모델 적응제어

3-1. 매니플레이터에 대한 "δ-모델" 구성

로봇 매니플레이터가 N 개의 자유도를 갖는 경우 제어되어질 플랜트는 N 개의 부 시스템으로 표현될 수 있다. 따라서 매니플레이터의 각 자유도에 대해 관절공간에서 독립적으로 모델링 될 수 있고 제어될 수 있다. 그래서 하나의 actuator에 대해, 본 연구에서는 [5]에서 사용했던 모델을 그대로 사용한다. 즉 링크간의 간섭을 무시하였을 경우 1 번째 actuator의 비선형, 시변인 동적방정식은 다음과 같이 쓰여진다.

$$\ddot{u}_i(t) = \frac{K_m(i)}{M(i)} u_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

$K_m(i)$ = 모터 토오크 상수
 $M(i)$ = 시변 유효 관성
 u_i = i번째 actuator의 출력
 \dot{u}_i = i번째 actuator의 입력

(2)식의 전달함수는

$$\frac{u_i(s)}{u_i(s)} = \frac{K_m(i)}{s^2 M(i)} \quad (3)$$

와 같이 되어 상대차수는 2 이다.

그리고 기준모델 역시 [5]에서처럼 i 번째 actuator에 대해

$$\ddot{u}_i^* + 2\zeta_i \omega_{ni} \dot{u}_i^* + \omega_{ni}^2 u_i^* = \omega_{ni}^2 r_i(t) \quad (4)$$

$i = 1, 2, \dots, N$
 $u_i^* = i$ 번째 기준모델의 출력
 $r_i = i$ 번째 기준모델의 입력

(4)식은 다시

$$e_1 \ddot{u}_i^* + b_1 \dot{u}_i^* + u_i^* = r_i(t) \quad (5)$$

$e_1 = 1 / \omega_{ni}^2$, $b_1 = 2\zeta_i / \omega_{ni}$ 와 같이 쓸 수 있다.

그러면 "δ-모델"을 구성하기 위해 (2)식과 같은 매니플레이터의 동적방정식을 일반적인 단일출력 연속시간 계통으로 생각해 보면

$$A'(D)u(t) = B'(D)v(t) \quad (6)$$

와 같이 표현할 수 있으며, $A'(D), B'(D)$ 는 각각 차수가 n, m 인 미분연산자($D=d/dt$)의 다항식이다. 즉,

$$A'(D) = D^n + a_{n-1}D^{n-1} + \dots + a_0 \quad (7)$$

$$B'(D) = b_m D^m + b_{m-1}D^{m-1} + \dots + b_0 \quad (8)$$

$b_m \neq 0, m < n$.

(6)식에서 $v(\cdot)$ 와 $u(\cdot)$ 는 각각 연속시간 계통에서 매니플레이터의 입력, 출력이다.

이제 매니플레이터를 샘플링 간격 "Δ"로 샘플링하고 Z.O.H를 거쳐서 입력이 인가된다고 하자. 그러면 이 매니플레이터에 대한 이산계통모델은 다음과 같이 구해진다.

$$\bar{A}(q)u(k\Delta) = \bar{B}(q)v(k\Delta) \quad (9)$$

$\bar{A}(q), \bar{B}(q)$ 는 각각 차수 $n, n-1$ 의 unit advance operator q 의 다항식이다. 즉,

$$\bar{A}(q) = q^n + \bar{a}_{n-1}q^{n-1} + \dots + \bar{a}_0 \quad (10)$$

$$\bar{B}(q) = \bar{b}_{m-1}q^{m-1} + \bar{b}_{m-2}q^{m-2} + \dots + \bar{b}_0 \quad (11)$$

위 (9)의 모델에 "δ-연산자"를 적용하면

$$\delta = (q-1)/\Delta \quad \text{혹은} \quad q = \delta\Delta + 1 \quad (12)$$

다음과 같이 매니플레이터에 대해 또 다른 이산계통의 모델 즉 "δ-모델" 표현식이 구해진다.

$$A(\delta)u(k\Delta) = B(\delta)v(k\Delta) \quad (13)$$

$$A(\delta) = \bar{A}(\delta\Delta + 1)/\Delta^n \quad (14)$$

$$B(\delta) = \bar{B}(\delta\Delta + 1)/\Delta^n \quad (15)$$

그러면 $A(\delta), B(\delta)$ 두 다항식은 다음과 같은 성질을 가진다.

$$A(\delta) = \delta^n + a_{n-1}\delta^{n-1} + \dots + a_0 \quad (16)$$

여기서 $\Delta \rightarrow 0$ 값에 따라

$$a_i \rightarrow a_i', \quad i = 0, \dots, n-1.$$

그리고

$$B(\delta) = B_E(\delta) + B_R(\delta) \quad (17)$$

$$B_E(\delta) = \varepsilon_{m-1}\delta^{m-1} + \dots + \varepsilon_{m+1}\delta^{m+1} \quad (18)$$

$$B_R(\delta) = b_m\delta^m + \dots + b_0 \quad (19)$$

여기서 $\Delta \rightarrow 0$ 값에 따라

$$\varepsilon_i \rightarrow 0, \quad i = m+1, \dots, n-1$$

$$b_i \rightarrow b_i', \quad i = 0, \dots, m$$

위에서 $B_E(\delta), B_R(\delta)$ 는 각각 불안정, 안정한 다항식들이며, 샘플링간격을 충분히 작게함으로써 연속시간 계통 (6)모델과 이산시간 계통 (13)모델이 같아짐을 알 수 있다. 또한 매니플레이터에 대한 기준모델(4) 역시 위에서와 같은 방법으로 "δ-모델"로 구성할 수 있다. 즉,

$$E(\delta)u^*(k\Delta) = H(\delta)r(k\Delta) \quad (20)$$

$$E(\delta) = E_1(\delta)E_2(\delta) \quad (21)$$

$E_1(\delta), E_2(\delta)$ 는 각각 $n, n-m$ 차의 다항식이며, $r(k\Delta), u^*(k\Delta)$ 는 기준모델의 입력, 출력이다.

그러하여 (13), (16), (17)을 사용하여 새롭게 매니플레이터에 대한 "δ-모델"을 구성하면

$$A(\delta)u_f(k\Delta) = B_R(\delta)u_f(k\Delta) + \eta_f(k\Delta) \quad (22)$$

여기서

$$u_f(k\Delta) \triangleq u(k\Delta)/E_1(\delta) \quad (23)$$

$$v_f(k\Delta) \triangleq v(k\Delta)/E_1(\delta) \quad (24)$$

$$\eta_f(k\Delta) \triangleq B(\delta)v(k\Delta)/E_1(\delta) \quad (25)$$

와 같이 표현할 수 있다.

$u_f(k\Delta), v_f(k\Delta)$ 는 새롭게 정의된 매니플레이터의 출력, 입력이며 출력은 관측공간에서 속도를 나타내며 입력은 인가되는 토오크를 뜻한다. 그리고 $\eta_f(k\Delta)$ 는 모델링 오차를 나타내며 임의의, 외란도 포함할 수 있다.

3 - 2. 제어 알고리즘

3 - 1 절에서 구성한 "δ-모델"을 바탕으로 매니플레이터의 제어입력을 구하기 위해서 우선 (22)식은 regression model을 사용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u(k\Delta) = \phi(k-1)^T \theta + \eta_f(k\Delta) \quad (26)$$

$$\phi(k-1)^T = (u_f(k\Delta), \dots, \delta^{n-1}u_f(k\Delta); v_f(k\Delta), \dots, \delta^m v_f(k\Delta)) \quad (27)$$

$$\theta^T = (e_0, -a_0, \dots, e_{n-1}, -a_{n-1}; b_0, \dots, b_m) \quad (28)$$

매개변수 θ 는 일반적인 least squares algorithm에 의해 추정한다.

$$\hat{\theta}_i(k) = \hat{\theta}_i(k-1) + P(k)\phi(k-1)[u_f(k\Delta) - \hat{\theta}_i(k-1)\phi(k-1)] \quad (29)$$

$$P(k) = \frac{1}{\mu} \frac{P(k-1)\phi(k-1)\phi^T(k-1)P(k-1)}{\mu + \phi^T(k-1)P(k-1)\phi(k-1)} \quad (30)$$

$$e(k\Delta) = u_f(k\Delta) - \phi(k-1)^T \hat{\theta}_i(k-1) \quad (31)$$

전체 제어계통의 블록선도는 (그림.1)에 요약되어 있으며 매니플레이터의 제어입력을 구하는 과정은 아래와 같다.

i) (29), (30)에 의해 미지의 매개변수들을 추정한다.

$$\hat{B}_R(\delta, k) = \hat{b}_m(k)\delta^m + \dots + \hat{b}_0(k) \quad (32)$$

$$\hat{A}(\delta, k) = \delta^n + \hat{a}_{n-1}(k)\delta^{n-1} + \dots + \hat{a}_0(k) \quad (33)$$

ii) 다항식 $\hat{F}(\delta), \hat{G}(\delta)$ 를 구하기 위해 아래의 방정식을 푼다.

$$E(\delta) = F(\delta)\hat{A}(\delta) + \hat{G}(\delta) \quad (34)$$

iii) 제어입력은

$$\hat{b}_m u(k\Delta) + [F\hat{B}_R - \hat{b}_m E] u_f(k\Delta) = -G u_f(k\Delta) + H r_2(k\Delta) \quad (35)$$

$$r_2(k\Delta) \triangleq r(k\Delta)/E_1(\delta) \quad (36)$$

에 의해 구한다.

4. 결론

본 논문에서는 "δ-연산자"를 이용한 MRAC기법을 로봇트 매니플레이터의 제어에 이용하여 보았으며 그 효용성을 알아보았다. 이 기법의 장점은 샘플링간격을 충분히 작게했을 때 연속시간계통에서의 연구결과를 이산시간계통에 별다른 수정없이 적용할 수 있다.

5. 참고 문헌

1. R. P. Paul, Robot Manipulator : Mathematics, Programming and Control. MIT Press, 1981.
2. John J. Craig, Introduction to Robotics Mechanics and Control. Addison - Wesley, 1986.
3. Luh, J. Y. S., Walker, M. W., and Paul, R. P. C., "Resolved Acceleration Control of Mechanical Manipulator" IEEE Trans. Aut. Contr., Vol. AC-25, No.8, June 1980.
4. Whitney, D. E., "Resolved Motion Rate Control of Manipulator and Human Protheses". IEEE Trans. Man - Machine Systems, MMS - 10, 1969.
5. S. Dubowsky and D. T. DesForces, "The Application of Model Reference Adaptive Control to Robotic Manipulator". Trans. of ASME, Journal of Dynamic System, Measurement and Control, Vol.101, pp.193 - 200, 1979.

6. A. J. Koivo and T. H. Guo, "Adaptive Linear Controller for Robotic Manipulators". IEEE Trans. Aut. Contr., Vol.AC-28, No.2, February 1983, pp.162-171.
7. C. S. G. Lee and M. J. Chung, "An Adaptive Control Strategy for Mechanical Manipulators". IEEE Trans. Aut. Contr., Vol.AC - 29, No.9, September 1984, pp.837-840.
8. G. C. Goodwin, Lozano Leal, D. Q. Mayne and R. H. Middleton "Rapprochement between Continuous and Discrete Model Reference Adaptive Control". Automatica, Vol.22, No.2, pp.199 - 207, 1986.
9. G. C. Goodwin and K. S. Sin, "Adaptive Filtering, Prediction and Control". Prentice - Hall, 1984.
10. Gawthrop, P. J. "Hybrid Self - tuning Control". Proc. IEE, 127, Pt.D., 1980.

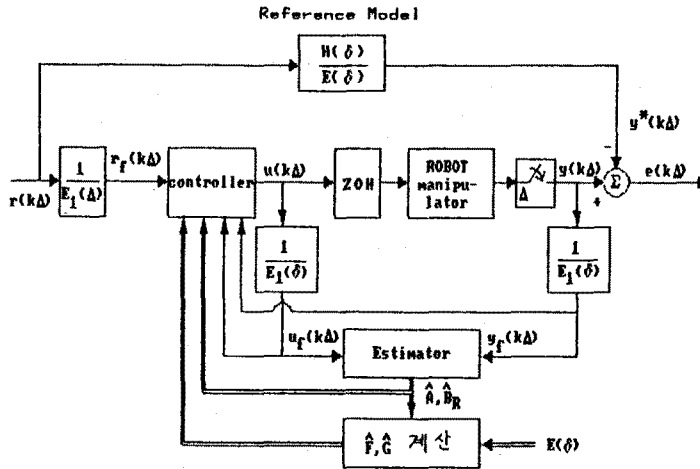


그림 1. 전치 제어계통의 블록선도