선형다변수계의 2자유도보상방법에 의한 ROBUST-SERVO-SYSTEM 설계

황 창 선* °김 동 완** 이 양 우*** 원 태 현*** 서 정 일***
부산대공대전기과교수* 부산대산업대학원전기과** 부산대대학원전기과***

A Design of Linear Mutivariable ROBUST-SERVO-SYSTEM with Two-Degree-Of-Freedom Compansators

Chang-Sun Hwang* °Dong-Wan Kim** Yang-Woo Lee*** Tae-Hyun Weon*** Jeong-il Seo***
Dept.of Electrical Eng., P.N.U* Dept.of Electrical Eng. Ind.Grad.School, P.N.U.** Dept.of Electrical Eng.Grad.School, P.N.U.***

I. 서 론

다변수 시스템의 중요한 설계목적은 다음과 같다.

(1) 계의 전달계수를 희망하는 모델에 일치시키는것

(2) 제어대상의 변동, 외란, 관측잡음에대해서 ROBUST 성을 가지는것.

설계목적 (1) 과 (2) 를 동시에 달성하기 위해서는 feedforward 부분과 feedback 부분을 독립해서 설계 할수있는 2자유도계를 제안하고자 한다.

일반적으로 사용되는 직렬 보상계에서는 (1) 에 관하여 실현가능한 전달함수의 class 가 한정되고 (1) 과 (2) 의 연관성때문에 설계의 자유도가 제약을 받는 결점이 있다.

또한, 2자유도계를 다룬 연구는 model-matching, model 추종 servo계 등에 관련하여 다수가 있으나, 각각의 제어계를 논하는것이 대부분이다.[3][4] 최근에는, 제어계의 일반화나 servo 문제의 관점에서 보상기의 구조를 한정하지않는 일반적인 2 자유도계의 해석이 시도된결과, 설계목적 (1)과 (2)가 2 자유도계에서 본질적으로 독립적인 설계방법인 것을 명확히 하는 제어계의 한가지 기본구조가 주어졌다.[5]

본 논문에서는 다변수계를 2자유도계의 기본구조로 시스템을 구성하고, 주어진 plant에 대하여 모델매칭법으로 시스템을 설계하여, 설계목적 (1)이 달성되도록 한 후, 주어진 plant의 parameter 가 변동한 경우에도 설계목적 (2)의 Robust 성을 가지게 하는 보상기의 설계법을 제시하고, 설계법에 따라 구성한 시스템이 parameter 의 변동여부에 관계없이 설계목적을 달성시키는 것을 설계예로 확인하겠다.

II. 제어계의 기본구조

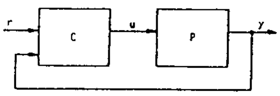

그림1. 시스템 S(C,P)의 설명

본 논문에서는 그림 1 에 표시한 선형정계수계 S(C,P) 를 고찰대상으로 한다.

여기서 P, C, r, u, y는 각각 다음과 같다.

P : 제어대상 전달함수로 Strictly Proper한 m x p 행렬

C : 설계해야되는 보상기의 전달함수로 Proper 한 p x 2m 행렬

r : m 차원 목표치 신호 벡터

y : 제어대상 출력 벡터

u : p 차원의 제어대상 입력 벡터

보상기의 입력 r, y 에 대응하는 보상기 C 를 $(C_1, -C_2)$로 분할하면

$$u = C_1 r - C_2 y \qquad (2.1)$$

로 되고 그림 2 로 표현된다.

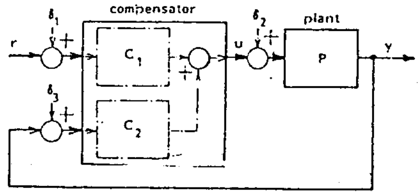

그림 2. 서어보시스템 S(C,P)의 설명

그림 2 에 있어서 subsystem 의 입력단에 가상입력 δi (i=1,2,3) 을 가하여 {r,u,y} → {r+δ1,u+δ2, y+δ3}로 할때 {δ1, δ2, δ3}로 부터{u,y}에의 전달 함수가 R_- 행렬이라면 S(C,P)는 내부안정이라 한다.[8]
여기서, R_- 는 각요소가 안정하고 proper 한 유리함수 m x n 행렬의 집합이다.

P 및 C2의 Left 및 Right coprime fraction (좌기 및 우기약분해)는

$$P = \tilde{D}_p^{-1}\tilde{N}_p = N_p D_p^{-1},\quad C_z = \tilde{D}_z^{-1}\tilde{N}_z = N_z D_z^{-1} \tag{2.2}$$

로 된다.

단, $\tilde{D}_p, D_p$: plant 전달함수 P 의 분모다항식 행렬

$\tilde{N}_p, N_p$: plant 전달함수 p 의 분자다항식 행렬

$\tilde{D}_z, D_z$: 보상기 C_z 의 분모다항식 행렬

$\tilde{N}_z, N_z$: 보상기 C_z 의 분자다항식 행렬

또, U 를

$$U \triangleq \tilde{D}_z D_p + \tilde{N}_z N_p \tag{2.3}$$

로 두면, 다음의 두 식을 얻을 수가 있다.

$$U^{-1} \in R_- \tag{2.4}$$

$$U^{-1}\tilde{D}_z C_1 \in R_- \tag{2.5}$$

식 (2.4) 와 (2.5) 를 만족하면 시스템 S(c,p) 는 내부안정성이 만족되며, 내부안정성을 만족 하는 보상기는 다음과 같이 구할 수가 있다.[7][9]
식 (2.4) 를 만족하는 C_z는

$$C_z = \phi_R^{-1} C_z', \qquad C_z \in \Omega(P) \tag{2.6}$$

$$C_z' = (\tilde{X} - W\tilde{N}_p)^{-1}(\tilde{Y} + W\tilde{D}_p)$$

$$W \in R_-,\quad \det(\tilde{X} - W\tilde{N}_p) = 0 \tag{2.7}$$

로 parameter W 을 사용하여 표현 할 수가 있다.
여기서, Ω(P) 는 P 를 폐루우프형에서 안정화하는 C_z의 집합이다.

식 (2.5) 를 만족하는 C_1은 $U^{-1}\tilde{D}_z C_1 = K$ 로 놓으면 식 (2.3)과(2.5) 로 부터

$$C_1 = (D_p + C_z N_p) K,\quad K \in R_- \tag{2.8}$$

가 구해진다.

따라서, 모든 내부안정한 S(c,p) 는 그림 3 으로 표현된다.

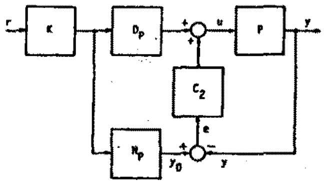

그림 3. 시스템 S(c,p) 의 기본구조

그림 3 에서 각 신호 간의 전달함수는

$$\begin{pmatrix} y \\ u \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{yr} \\ G_{ur} \\ G_{y_0 r} \end{pmatrix} r \triangleq \begin{pmatrix} N_P K \\ D_P K \\ N_P K \end{pmatrix} r \tag{2.9}$$

로 되는 것이 쉽게 확인되고 설계 parameter K 의 역활은 시스템 S(c,p)의 전달함수를 지정하는 것이고, C_z의 역활은 시스템에서 ROBUST성을 가지게 하는 것임을 알 수가 있다.

III. 설계 알고리즘

선형다변수계에서 plant의 전달함수 P 가 주어질때 전체시스템을 그림 3의 형으로 구성하면 전체전달함수 $G_{yr} = N_p K$ 가 되고, 설계 parameter K 는 모델매칭법으로 구해진다. 그러나, plant 의 전달함수 P의 parameter 가 변동하면 시스템의 전체전달함수는 $G_{yr}' = (I + P' C_z)^{-1} P' C_1$ 이 되므로 시스템을 ROBUST 하고 내부안정화시키는 보상기 C_z의 설계가 요구된다 아래에 그 설계법을 제시한다.

3.1 모델매칭법에 의한 설계법

Plant의 전달함수 P 가 주어지면 $P = N_p D_p^{-1}$ 로 우기약분할 수가 있고, 시스템의 전체전달함수는

$$G_{yr} = N_p K \tag{3.1}$$

이고 K 는,

$$K = \phi^{-1} : \phi = \alpha_r S^r + \alpha_{r-1} S^{r-1} + \alpha_{r-2} S^{r-2} + \cdots \alpha_0 \tag{3.2}$$

로 된다.

여기서 기준모델 전달함수를[8]

$$\hat{H} = \hat{C}\,\hat{F}^{-1} \qquad (3.3)$$

으로하여 식(3.1) 과 (3.3) 을 등가로 놓고 계수 비교하여 설계 parameter K 를 구할 수가 있다.

3.2 보상기 C_1과 C_2의 설계법

시스템을 내부안정화하면서 plant 전달함수 P 의 parameter가 변동하여도, 시스템이 ROBUST성을 가지게 하는 보상기 C_2는

$$C_2' = (\tilde{X} - W\tilde{N}_p)^{-1}(\tilde{Y} + W\tilde{D}_p) \qquad (3.4)$$

$$C_2 = \phi_R^{-1} C_2' \qquad (3.5)$$

$$C_1 = (D_p + N_p C_2)\,K \qquad (3.6)$$

으로 부터 구해질 수가 있다.
단 , parameter W 는

$$W \in H_- \text{ 와 } \det(\tilde{X} - W\tilde{N}_p) \neq 0 \qquad (3.7)$$

을 만족하는 유리행렬이다.

설계목적을 만족시키는 시스템의 설계알고리즘 을 나타내는 Flow Chart 를 그림4 에 표시하였다.

IV. 설계 예

Plant의 전달함수 P 의 공칭모델이,

$$P = \frac{1}{S^2 + 2S + 3}\begin{pmatrix} s+2 & -s+1 \\ -1 & s+1 \end{pmatrix} \qquad (4.1)$$

로 주어진 것으로 한다. 목표치는 $r = G_R r_0$ 이고 $G_R = 1/s \cdot I$ 의 Step 함수로한다.
모델매칭법으로 구한 설계 parameter K 는

$$K = \frac{36}{S^2 + 8.4S + 36}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (4.2)$$

이다.

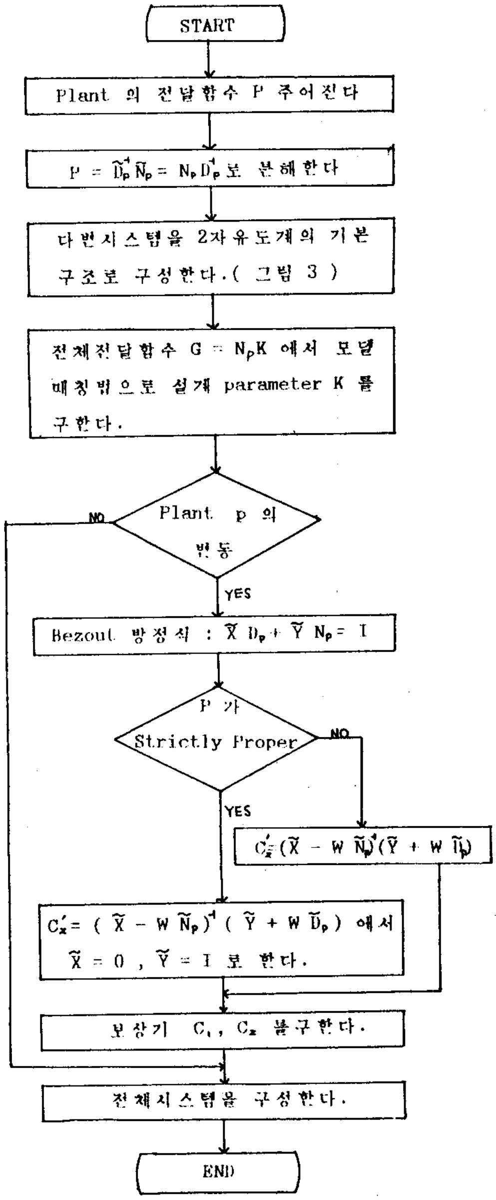

그림4. 시스템의 설계알고리즘 Flow Chart.

보상기 C_1와 C_2의 설계결과는 다음과 같다.

$$C_1 = \frac{36(S + 6)}{S(S^2 + 8.4S + 36)}\begin{pmatrix} S+1 & S-1 \\ 1 & S+2 \end{pmatrix} \qquad (4.3)$$

$$C_2 = \frac{6}{S}\begin{pmatrix} S+1 & S-1 \\ 1 & S+2 \end{pmatrix} \qquad (4.4)$$

Plant의 전달함수가 식(4.1)인경우 와

$$P' = \frac{1}{S^2 + 1.8S + 3.6}\begin{pmatrix} 10S+18 & -10S+6 \\ -25.5 & 17S+25.5 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

처럼 변동한 경우의 출력응답을 그림 5 에 실선 과 파선으로 표시하였다. 기준입력은 $r = (1, -1)^T$ 로 하였다.

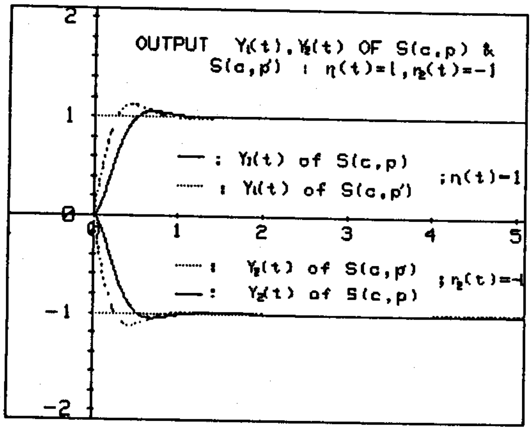

그림 5. 시스템 $S(c,p)$와 $S(c,p')$의 출력응답
기준입력 $r=(1,-1)^T$ 의 경우

V. 결 론

본 논문에서는 다변수제어계의 설계목적 - (1) 계의 전달계수를 희망하는 모델에 일치시키는것, (2) 제어대상의 변동, 외란, 관측잡음에 대해서 ROBUST성을 가지는 것 - 을 동시에 달성할 수 있는 2 자유도계로 시스템을 구성하고, 설계 Parameter 역할을 밝힌 후 1. plant 가 변동하지 않는 경우는 모델매칭법으로 시스템을 설계할수 있음을 보이고, 2. Plant의 Parameter가 변동한 경우에도 설계목적을 달성시키는 보상기의 설계법을 제시한 후, 3. 구성한 시스템이 plant 의 parameter 변동에 관계없이 항상 설계목적을 달성시키는 것을 설계예로 확인하였다. 또한 4. 직렬 보상계의 경우 설계의 자유도가 제약받는 결점이 개선됨을 알 수 있었다.

참고 문헌

1. J.C.Doyle and G.Stein :" Mutivariable Feedback Design; Concepts for a Classical/Modern Synthesis ," IEEE T-AC,Vol AC-26 .NO.1.(1981)
2. E.J.Davison and I.J.Ferguson." The design of controllers for the Multivariables Robust Servomechanism Problem using parameter optimization Methods." IEEE T-AC . Vol AC-26.NO1 Feb (1983)
3. Toshiharu SUGIE,Tsuneo YOSHIKAWA and Hideo HANAFUSA."Synthesis of Robust Servo Systems Considering Transient Responses" 計測 自動制御學會 論文集 ,20-9,788/794 (1984)
4. Katsuhisa FURUTA and Katsumi KOMIYA."Synthesis of Model Following Servo Controller for Mutivariable Linear System" 計測 自動制御學會 論文集 ,18-1,8/14 (1982)
5. Toshihru SUGIE and Tsuneo YOSHIKAWA." Basic Structure of Two-Degree-Freedom Control Systems with Its Application to Servo Problem" 計測 自動制御學會 論文集 Vol 22,No.2.32/37(1986)
6. B.A.Frances and M.Vidysagar : Algebraic and Topological Aspects of the Regulator problem for Lumped Linear Systems, Automatica 19-1,87-90 (1983).
7. rsumeo Yoshikwa and Toshihar Sugie:On Robust servo systems considering sesor dynamics, 第12回 計測 自動制御學會 論文集 , 40-45 (1983)
8. W.A.Wang and C.A.Desoer, "The exact model matching of linear mutivariable systems,"IEEE T-AC.(short paper) Vol AC-17, 347-349, June (1971)
9. D.C.Youla. H.A.Jabr. and J.J.Bongiorno.Jr: "Modern Wiener-Hopf design of Optimal Controllers, PART II : The Mutivariable Case, "IEEE T-AC. Vol. AC-21. 319-338. June(1976).