

실시간을 위한 SDINS의 칼만 필터 Alignment

○박 찬 국 이 장 규\*  
 서울대학교 공과대학 제어계측공학과

Kalman Filter Alignment of SDINS for a Real-Time Realization

○Chan Gook Park, Jang Gyu Lee\*

Dept. of Control & Instrumentation Engineering, Seoul National University

1. 서론

관성항법장치의 가장 중요한 것은 정확성이다. 상당히 적은 오차라 할지라도 장시간 항해에 전달된 오차는 크게 나타나는데, 이러한 오차를 보상하는 것이 Alignment이다. 즉, Alignment란 항체가 기준 좌표계에 대해서 어떻게 위치해 있는가를 결정하는 좌표 변환 행렬을 결정하는 것이다. 이것은 크게 항체가 정지해 있을 때 초기자세오차를 보상하기 위한 정지(stationary) Alignment와 항해중의 오차보상을 위한 비행(in-flight) Alignment로 나뉜다.

Alignment는 센서가 항체에 직접부착되어 오차요소가 보다 크게 나타나는 스트랩다운 시스템에 더욱 필요하게 되며, 스트랩다운 시스템을 실제 사용하자면 Alignment를 통하여 오차를 자주 보상해 주어야 하는데 스트랩다운 시스템에서는 비정렬(misalignment)각을 찾아 컴퓨터에서 계산에 의해서 변환행렬 또는 Quaternion을 계산해 주어야 하는 것이다. 스트랩다운 시스템의 경우 정지 Alignment를 사용하지 않으면 초기오차에 의하여 시스템 전체 오차가 크게 나타남을 알 수 있다[1]. 또한 비행 Alignment를 하지 않은 경우도 비행중에 누적되는 센서 및 그 밖의 다른 오차들로 인해서 일정한 시간이 지난 후에는 자세 및 속도 추정치에 커다란 오차를 유발하게 된다.

항체가 장시간 항해하는 경우에 자이로 및 가속도계는 센서자체의 부유 오차(drift error)에 의해서 반드시 오차 보상을 위한 필터링이 필요하게 된다. 칼만 필터는 백색 가우시안 잡음을 가지고 있는 시스템에 있어서 최적 필터이므로 이것을 이용하여 오차를 제한(bound)하게 된다. 센서의 잡음은 백색 잡음이 아니지만 셰이핑 필터(shaping filter)를 사용하여 상태변수를 증가(augment)시킴으로써 백색 잡음으로 표시되는 표준 형태(standard form)로 나타낼 수 있다. 그리고 오차를 상태변수로 하는 측정방정식(observation equation)에는 대개 도플러 레이더(Dopplar radar), 도플러 소너(Dopplar sonar), EMLOG와 같은 비관성 센서를 함께 사용한다.

INS Alignment에 관한 방법 및 오차분석에 대한 논문들은 이미 다수 발표되었으나, 알고리즘 자체의 오차 및 각 성분에 대한 영향을 파악하는데 주안점을 두었다. 그러나 이러한 오차를 지닌 알고리즘을 실제 해상 상태수를 고려한 기본 운동과 가속도, 외란이 존재하는 실제 시스템에 적용하여 INS 전체 성능을 파악하는 연구는 매우 중요하기 때문에 본 논문에서는 중급 정도의 IMU에 대하여 스트랩다운 시스템에 칼만 필터 Alignment가 전체 시스템에 미치는 영향을 분석하고 실시스템에 적용을 위한 최소화된 필터 모델을 제시하였다.

2. 시스템 모델

칼만 필터를 적용하기 위해서는 적당한 오차 모델을 개발해야 하는데 이 오차 모델은 INS에 형성되는 여러가지 오차원과 외란에 의한 오차 뿐만 아니라 INS고유의 동특성을 포함해야 한다.

스트랩다운 INS 오차모델은 위치, 속도, 자세를 상태 변수로 하는 9차 선형시변 불규칙(stochastic) 모델도 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\dot{\underline{x}}(t) = F(t) \underline{x}(t) + \underline{w}(t) \quad (2-1)$$

여기서  $\underline{x}(t)$ 는 9개의 오차상태변수이고,  $F(t)$ 는 9x9의 기본(fundamental) 행렬,  $\underline{w}(t)$ 는 불규칙 잡음을 나타낸다. 또한 측정 방정식은 EMLOG를 기준속도로 사용하여 상태변수에 대한 다음과 같은 선형 시스템을 모델링할 수 있다.

$$\underline{z}(t) = H(t) \underline{x}(t) + \underline{v}(t) \quad (2-2)$$

위와 같이 선형화된 오차 미분방정식을 사용함으로써 오차변수 사이의 관계를 쉽게 볼 수 있고, 시스템의 안정성을 확인하기 쉬우며 현대 추정이론을 적용하여 제어가능하다는 장점을 지니고 있다.

INS 오차모델은 대개 perturbation 방법 [1][2]과  $\psi$ -각(psi-angle) 방법을 사용하여 유도된다. 여기서  $\psi$ -각 이라 함은 실제 안정대 방향과 계산상의 안정대 방향사이의 적의 양의 오차각이다. 실제에서 어떤 방법을 적용했더라도 이 두가지 해석방법 사이에는 변수들 사이에 일정한 관계를 형성하고 있다[3]. 본 논문에서

는 3-각 방법을 적용하여 시스템 오차모델을 구성하였는데, 이 방법은 보에 의한 장시간의 효과와 슬러주기에 의한 단시간의 효과를 보는 데 있어서 오차전달 메카니즘의 수식과 개념의 분리가 가능하며, 별다른 어려움없이 적당한 근사해를 유도하기 위한 방법을 제공한다. 장점을 지니고 있다.

3-각 방법에 의한 오차모델은 다음과 같은 INS 구성식에서 유도된다.

$$P_C(\underline{v}_C) = \underline{f}_C + \underline{g}(R_C) - (\underline{\omega}_{IC} + \underline{\Omega}) \times \underline{v}_C \quad (2-3)$$

$$P_C(R_C) = \underline{v}_C - \underline{\omega}_{EC} \times R_C \quad (2-4)$$

여기서  $\underline{v}_C$ 는 계산된 항체의 속도이며,  $R_C$ 는 위치,  $\underline{f}_C$ 는 가속도계 출력이다. 이것들에 대한 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \underline{f}_C &= \underline{f} + \delta \underline{f} \\ \underline{v}_C &= \underline{v} + \delta \underline{v} \\ \underline{g}(R_C) &= \underline{g} + \delta \underline{g} \\ R_C &= \underline{R} + \delta R \end{aligned} \quad (2-5)$$

식(2-5)를 식(2-3)과 식(2-4)에 대입하여 정리하면 다음의 오차식을 얻는다.

$$P_C(\delta \underline{v}) = \delta \underline{f} + \delta \underline{g} - (\underline{\omega}_{IC} + \underline{\Omega}) \times \delta \underline{v} \quad (2-6)$$

$$P_C(\delta R) = \delta \underline{v} - \underline{\omega}_{EC} \times \delta R \quad (2-7)$$

식(2-6)을 계산하기 위한  $\delta \underline{f}$ 와  $\delta \underline{g}$ 는 다음 식으로 표시된다(4).

$$\begin{aligned} \delta \underline{f} &= \underline{v} - \underline{v} \times \underline{f}_0 \\ \delta \underline{g} &= -\frac{g_0}{R_0} (\delta R_N, \delta R_E, -2 R_Z)^T \end{aligned}$$

여기서  $\underline{v}$ ,  $\underline{f}_0$ 는 가속도계 오차와 출력을 각각 나타낸다.

3-각 방정식은 보를 관성 좌표계에서 미분하면 자이로 부유오차( $\epsilon$ )가 된다는 다음의 식에 근거를 두고 있다.

$$P_I(\underline{v}) = \underline{\epsilon} \quad (2-8)$$

식(2-8)에 코리올리 방정식을 이용하여 C-좌표계로 표시하면 3-각 방정식을 얻을 수 있다.

$$P_C(\underline{v}) = -\underline{\omega}_{IC} \times \underline{v} + \underline{\epsilon} \quad (2-9)$$

이 각각의 오차방정식을 결합하여 위치, 속도, 자세를 상태변수로 하는 선형시변 불규칙 모델을 구성할 수 있다(4).

비정렬 각(misalignment angle)에는  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ 가 존재한다. 이들 상호간에는 일정한 관계를 가지고 있는데 그림 2-1에 이들에 대한 정의가 잘 표현되어 있다. 그림 2-1에서 볼 수 있듯이  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ 의 관계는 아래식으로 정의 되어 있다.

$$\underline{\phi} = \underline{\psi} + \underline{\theta} \quad (2-10)$$

식(2-10)을 성분별로 표시하면 다음과 같다(4).

$$\begin{aligned} \phi_N &= \psi_N + \frac{1}{R} \delta R_E \\ \phi_E &= \psi_E - \frac{1}{R} \delta R_N \end{aligned} \quad (2-11)$$

$$\phi_Z = \psi_Z - \frac{\tan L}{R} \delta R_E$$

식(2-11)을 이용하여 자세 오차를  $\phi$ 의 향으로 표시한 선형시변 불규칙 모델은 다음과 같이 표시된다.

$$\underline{x}(t) = (\delta R_N, \delta R_E, \delta h, \delta v_N, \delta v_E, \delta v_Z, \phi_N, \phi_E, \phi_Z)^T$$

$$\underline{w}(t) = (0, 0, 0, v_N + \epsilon_g, v_E + \eta_g, v_Z + \Delta g, \epsilon_N, \epsilon_E, \epsilon_D)^T$$

$$F(t) = \begin{pmatrix} 0 & -f_x & -\dot{L} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_x & 0 & -f_y & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{L} & f_y & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -f_x & f_x \cdot f_x & 0 & 0 & -2f_x \cdot f_x & \dot{L} & 0 & -f_z & f_z \\ 0 & -f_x \cdot f_x & 0 & 2f_x \cdot f_x & 0 & 2f_x \cdot f_x & f_z & 0 & -f_z \\ f_x/R & f_x/R & -2g/R & -\dot{L} & -2f_x \cdot f_x & 0 & -f_x & f_x & 0 \\ -(f_x + f_x)/R & \dot{L} \cdot f_x & 0 & 0 & 1/R & 0 & 0 & -f_x \cdot f_x & \dot{L} \\ 0 & 0 & 0 & -1/R & 0 & 0 & f_x \cdot f_x & 0 & f_x + f_x \\ -(f_x + f_x)/R & \dot{L} \cdot f_x & 0 & 0 & -f_x & 0 & -\dot{L} & -f_x \cdot f_x & 0 \end{pmatrix} \quad (2-12)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } f_x &= \dot{L} \sin L, f_y = \dot{L} \cos L \\ f_z &= g \sin L, f_x = g \cos L \\ f_x &= (g + f_z)/R, f_x = -\dot{L} \cos L \end{aligned}$$

본 논문의 대상시스템은 선체이므로 고도와 수직축 속도는 중요한 요소가 되지 못하므로 제외하고, 식(2-12)에서 미분항을 무시한, 7차 필터 설계 모델은 다음과 같이 구성된다.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta R_N \\ \delta R_E \\ \delta v_N \\ \delta v_E \\ \phi_N \\ \phi_E \\ \phi_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f_x \sin L}{R} & 0 & 2\Omega_0 & 0 & g & f_z \\ 0 & -\frac{f_x \sin L}{R} & -2\Omega_0 & 0 & -g & 0 & -f_z \\ \frac{\Omega_0}{R} & 0 & 0 & 1 & 0 & \Omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega_0 & 0 & \Omega_0 \\ -\frac{\Omega_0}{R} & 0 & 0 & \frac{\Omega_0 L}{R} & 0 & -\Omega_0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta R_N \\ \delta R_E \\ \delta v_N \\ \delta v_E \\ \phi_N \\ \phi_E \\ \phi_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \epsilon_N + \epsilon_E \\ \epsilon_N + \epsilon_E \\ \epsilon_N \\ \epsilon_E \\ \epsilon_0 \end{pmatrix} \quad (2-13)$$

$$\text{여기서 } \Omega_0 = -\omega_{IE} \sin L, \Omega_0 = \omega_{IE} \cos L, f_z = -g$$

또한 측정방정식은 EMLOG를 기준속도로 사용했기 때문에 수평속도에 대한 오차를 얻게되며, 측정 잡음은 EMLOG 자체오차 및 나머지 오차들을 합쳐서 표현하였다.

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta R_N \\ \delta R_E \\ \delta v_N \\ \delta v_E \\ \phi_N \\ \phi_E \\ \phi_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \quad (2-14)$$

그러나 TACAN, LORAN, GPS (global positioning system) 등을 통하여 위치에 대한 정보를 쉽게 얻을 수 있는 경우에는 식(2-13)과 식(2-14)에서 위치오차를 제외한 5차의 필터모델을 구성하게 된다.

3. 시뮬레이션 및 성능분석

본 시뮬레이션에서는 중급정도의 IMU에 대하여 칼만 필터를 이용한 Alignment 방식이 전체 시스템에 미치는 영향을 비교, 분석하기 위하여 자세, 위치, 속도 오차를 출력으로 하였다. 84.4분의 주기를 갖는 슈러 진동 (Schuler oscillation)을 고려하여 전체 시뮬레이션 (base motion)만을 이루며, 다음 5분간은 동쪽 가속도를 받고, 마지막 35분동안은 동쪽방향의 등속운동을 하도록 하여, 정상상태 Alignment와 비행 Alignment를 동시에 볼 수 있도록 하였다.

필터 모델은 7차와 5차로 나누어, 알고리즘 느린주기 에 해당하는 0.2초 간격으로 그림 3-1과 같은 방법으로 계산하였다 [5][6]. 또한 각 경우에 대하여 초기치 오차만을 고려한 경우와 센서오차를 함께 고려한 경우로 나누어 몬테 카를로 (Monte-Carlo) 방식을 적용하여 성능을 비교하였다. 또한 기본운동으로는 배의 속도 30 Knots, 배가 마도와 이루는 각도 135°, 주요마도 높이 3.465m, 마도의 평균주기 6.4초인 경우의 선체운동모델이 사용되었으며, 조력 (aided) 센서로서 EMLOG가 사용되었다.

표 3-1과 표 3-2는 60분 동안 나타낸 오차의 최대값을 나타낸 것이며 그 값이 수렴하는 경우에는 최대값을  $|m| + \sigma$ 로 계산하였다. 여기서 m은 진동하는 값의 평균이며,  $\sigma$ 는 표준편차이다.

표 3-1에서 나타낸 결과는 위치오차 상태를 변수에 포함시킨 7차 모델이 모든 오차값에서 성능이 크게 개선되었음을 알 수 있다. 특히 수렴변수들이 2개에서 5개로 증가하여 오차를 제한 시키게 됨을 알 수 있다. 이 변수들에 대한 전체적인 오차곡선은 그림 3-2와 그림 3-4에 나타나 있다. 그림에서  $\ominus$   $\clubsuit$  \* 는 다음과 같이 정의된다.

- 자세 오차  $\ominus$  :  $\phi_N$ ,  $\clubsuit$  :  $\phi_E$ , \* :  $\phi_D$
- 위치 오차  $\ominus$  :  $\delta L$ ,  $\clubsuit$  :  $\delta X$
- 속도 오차  $\ominus$  :  $\delta v_N$ ,  $\clubsuit$  :  $\delta v_E$

그림에서 보면 위도오차( $\delta L$ )는 북쪽 방향의 속도오차 ( $\delta v_N$ )에, 경도오차( $\delta X$ )는 동쪽방향의 속도오차( $\delta v_E$ )에 영향을 받고있는 것을 알 수 있는데, 이것은 속도를 적분하여 얻어지는 거리를 곡률반경으로 나누면 위도 및 경도가 되기 때문이다.

표 3-2에서 나타낸 결과도 표 3-1과 비슷한 추세를 나타내고 있으나 특히 주목할 점은 그림 3-3과 그림 3-5에서 나타낸 바와 같이 5차모델에서 발산을 하던 선수각 오차가 대략 7배까지 감소하여 수렴한다는 것이다. 5차모델은 위치오차에 대한 변수가 없기 때문에 몇 km에 달하는 위치오차가 식(2-12)의 기본행렬에 의해 선수각 오차에 크게 작용하여 오차를 발산하게 만드는 것이다.

선수각 오차는 INS에서 가장 중요한 변수중에 하나로서 전체 시스템에 커다란 오차요인이 된다. 따라서 위치에 대한 정보가 없는 경우에 5차 모델은 적당한 모델이 될 수 없다. 또한 전체적인 성능 개선을 위해서도 7차 모델이 요구된다.

4. 결론

관성항법장치의 오차 전달식은 점근 안정 (asymptotically stable)하지 않기 때문에 초기치 오차의 영향이 0으로 수렴하지 않고, 오히려 센서잡음에 의해서 증가하게 된다. 관성항법장치를 실제 사용하자면 Alignment를 통하여 오차를 자주 보상해 주어야만 하는 데, 본 논문에서는 실 시스템에 적합한 칼만 필터 모델을 사용하여 오차를 제한시키고, 그 성능을 분석하였으며, 최소화된 모델을 제시하였다.

칼만 필터 Alignment를 자체 Alignment에 적용할 경우에는 7차 이상의 시스템 모델을 사용해야 한다. 칼만 필터는 모델에 근거를 둔 시스템이므로 모델이 부정확 할 경우에 필터는 좋은 성능을 낼 수 없다.

따라서 모델을 선정할때 얻는 시스템 성능에 따라 모델의 차수를 늘려야 한다. 그러나 모델의 차수를 n 이라 했을 때 칼만 필터를 수행하는 시간은 n에 비례하므로, 실시간 시스템에 적용을 위해서는 차수를 크게 늘릴 수 없다. 이런 점에서 볼 때 자체 Alignment에서는 7차, 위치정보를 받은 전달 Alignment에서는 5차 시스템 모델이 적합함을 알 수 있었다. 또한 반대로 나타낸 전체 시스템 오차크기를 근거로 센서의 성능 및 모델 차수를 결정할 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] 심 덕 선, "스트랩다운 관성항법장치의 오차해석," 서울대학교 대학원 석사학위논문, 1986.
- [2] William S. Widnall, Peter A. Grundy, "Inertial Navigation System Error Models," Intermetrics Inc., TR-03-73, May 1973.
- [3] Donald O. Benson, "A Comparison of Two Approaches to pure-Inertial and Doppler-Inertial Error Analysis," IEEE Trans. on AES, Vol. AES-11, No.4, July 1975.
- [4] 박 찬 국, "스트랩다운 시스템 Alignment 성능 비교," 서울대학교 대학원 석사학위논문, 1987.
- [5] P.S. Maybeck, Stochastic Models, Estimation, and Control Vol.1, Academic Press, 1979.
- [6] Bernard Friendland, control System Design, McGraw-Hill, 1986.

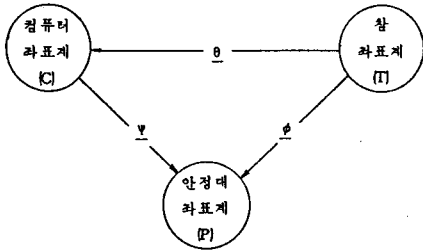


그림 2-1 INS 비정렬자의 정의

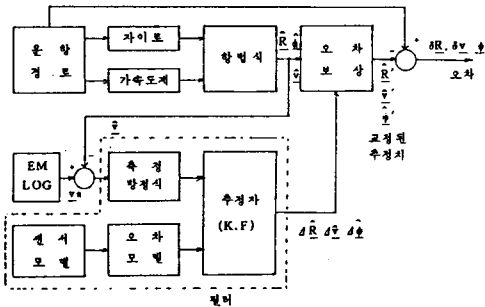


그림 3-1 칼만필터 Alignment 시뮬레이션 블록선도

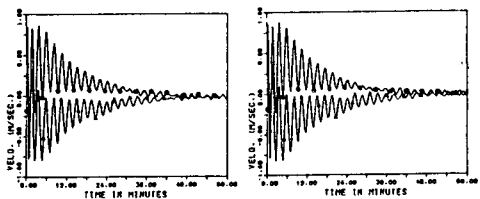
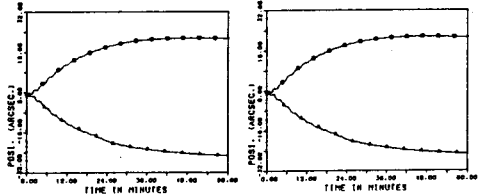
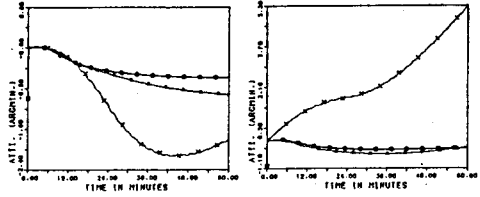


그림 3-2 초기치 오차에 의한 오차전달곡선 (5차모델경우)

그림 3-3 전체 오차에 의한 오차전달곡선 (5차모델경우)

표 3-1 초기치 오차에 의한 칼만필터 Alignment 오차전달

| 시스템 오차           | 5차 모델        | 7차 모델        | 단 의    |
|------------------|--------------|--------------|--------|
| $\phi_N$         | 5.8778E - 1  | *5.1143E - 1 | arcmin |
| $\phi_E$         | 9.2026E - 1  | *4.2158E - 2 | arcmin |
| $\phi_D$         | 2.1299       | *7.1302E - 1 | arcmin |
| $\delta L$       | 2.1692E + 1  | 1.0644       | arcsec |
| $\delta \lambda$ | 2.5333E + 1  | 1.1219       | arcsec |
| $\delta v_N$     | *3.3175E - 2 | *1.2871E - 2 | m/sec  |
| $\delta v_E$     | *7.3187E - 2 | *1.1718E - 2 | m/sec  |

(\* : 수렴 값)

표 3-2 전체 오차에 의한 칼만필터 Alignment 오차전달

| 시스템 오차           | 5차 모델        | 7차 모델        | 단 의    |
|------------------|--------------|--------------|--------|
| $\phi_N$         | 3.5787E - 1  | *7.7575E - 1 | arcmin |
| $\phi_E$         | 5.3220E - 1  | *2.7858E - 1 | arcmin |
| $\phi_D$         | 5.2848       | *7.2971E - 1 | arcmin |
| $\delta L$       | 2.1525E + 1  | 7.0948E - 1  | arcsec |
| $\delta \lambda$ | 2.5291E + 1  | 1.2598       | arcsec |
| $\delta v_N$     | *4.5685E - 2 | *1.2719E - 2 | m/sec  |
| $\delta v_E$     | *8.9973E - 2 | *2.0959E - 2 | m/sec  |

(\* : 수렴 값)

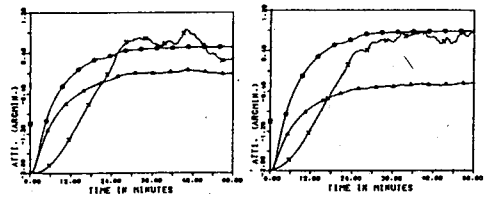
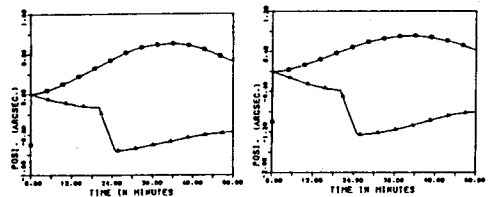
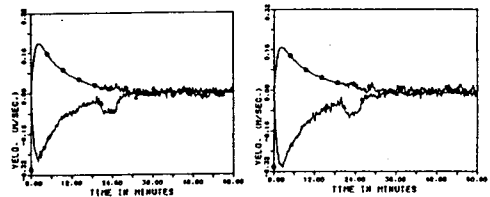


그림 3-4 초기치 오차에 의한 오차전달곡선 (7차모델경우)

그림 3-5 전체 오차에 의한 오차전달곡선 (7차모델경우)